

**КАЗАНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ**

Кафедра физики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО ФИЗИКЕ**
для студентов специальностей 060811, 060815, 240400, 290300, 290600, 290700,
290800, 291000, 550100

**Лабораторная работа № 74
ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЩЕЛИ**

Казань
2014

УДК 530.1

Составитель: Э.М.Ягунд

Под редакцией Л. И. Маклакова, В. В. Алексеева

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов специальностей 060811, 060815, 240400, 290300, 290600, 290700, 290800, 291000, 550100.

Лабораторная работа № 74. "Дифракция электронов на щели." / Казанская государственная архитектурно-строительная академия. Составитель Э.М. Ягунд (под редакцией Л.И. Маклакова, В.В. Алексеева). Казань, 2003 г.

В работе с помощью ЭВМ численно моделируется процесс дифракции электронов от одной щели. Производится расчет среднеквадратичного отклонения числа частиц, попадающих в выбранный датчик.

Стр. 8, рис. 1, табл. 1.

Рецензент: доцент кафедры молекулярной физики Казанского госуниверситета Г. Г. Пименов

© Казанская государственная архитектурно-строительная академия, 2003 г.

ДВОЙСТВЕННАЯ ПРИРОДА ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА

Как известно, свет обладает двойственной природой — волновой и корпускулярной. Так, интерференция, дифракция и поляризация света свидетельствуют о волновой природе света, а явления излучения света, фотоэффект и ряд других служат доказательством корпускулярных (квантовых) представлений о свете как потоке частиц — фотонов, обладающих определенной энергией, импульсом и массой.

В 1923 году французский физик Луи де Бройль, осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами.

По идее де Бройля, с каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики — энергия E и импульс \vec{p} , а с другой — волновые характеристики — частота ν и длина волны λ .

Смелость гипотезы заключалась в том, что принцип корпускулярно-волнового дуализма постулировался не только для фотонов, но и для других микрочастиц, в частности для таких, которые обладают массой покоя (например, электронов). По теории де Бройля, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой формулой де Бройля:

$$\lambda = h / \vec{p} = h / (m\vec{v}) \quad (1)$$

где h — постоянная Планка, λ — длина волны, m , \vec{v} , \vec{p} — масса, скорость и импульс частицы. Эти волны были названы *волнами де Бройля*.

Гипотеза де Бройля подтверждена многочисленными опытами — в частности, опытами по дифракции электронов при прохождении их через тонкие пленки кристаллических веществ. Иначе говоря, показано, что летящие электроны можно рассматривать как некоторый волновой процесс и именно благодаря этому стало возможным создание электроники микроскопов.

Каков же физический смысл волн де Бройля? Квантовая физика показала, что амплитуда этой волны связана с вероятностью обнаружения частицы в той или иной точке пространства: ***квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица находится в этой точке.*** В данной работе квадрат модуля амплитуды волны де Бройля

дифрагирующего электрона пропорционален вероятности попадания электрона в выбранный датчик. Поэтому можно говорить, что волны де Бройля — это волны вероятности.

СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ГЕЙЗЕНБЕРГА

В классической механике состояние материальной точки (частицы) в каждый момент времени характеризуется ее координатами и импульсом. Однако состояние микрочастицы нельзя характеризовать точными значениями ее координат и импульса. Причина этого в том, что она проявляет и корпускулярные и волновые свойства. *Гейзенберг установил, что объективно невозможно одновременно точно определить значения координат и импульса частицы. Они могут быть измерены только с определенными неточностями.* В общем случае частица характеризуется тремя координатами X , Y и Z и тремя проекциями на координатные оси — p_x , p_y и p_z . В этом случае соотношения неопределенностей Гейзенберга, имеют вид:

$$\begin{aligned}\Delta X \cdot \Delta p_x &\geq h \\ \Delta Y \cdot \Delta p_y &\geq h \\ \Delta Z \cdot \Delta p_z &\geq h\end{aligned}\tag{2}$$

где ΔX , ΔY , ΔZ — неточности в определении соответствующих координат, а Δp_x , Δp_y , Δp_z — неточности соответствующих проекций импульсов.

Из этих соотношений следует, что чем точнее определена одна из величин, тем больше становится неопределенность другой соответствующей величины (например, если $\Delta X \rightarrow 0$, то $\Delta p_x \rightarrow \infty$).

Соотношения (2) проявляются только в микромире, где области пространства, в которых движутся микрочастицы, сравнимы с длиной волны де Бройля для этой частицы. Поэтому, например, квантовая механика при описании движений электронов в атомах отказалась от понятия траектории, поскольку этому понятию здесь реально ничего не соответствует. В макромире, где области движения частицы велики, по сравнению с дебройлевской длиной волны, соотношение неопределенностей Гейзенберга учитывать не надо, поскольку неточности, обусловленные этими соотношениями, значительно меньше погрешностей, даваемых измерительными приборами при определении положения (координат) и импульса частицы.

Покажем, что соотношение неопределенностей Гейзенберга действительно вытекает из волновых свойств микрочастиц. Пусть в направлении оси Y летит электрон. В этом случае он обладает вполне определенным импульсом ($\vec{p} = \vec{p}_y$), но его координата X совершенно не определена. Для определения X -координаты электрона на его пути надо поместить непрозрачный экран, перпендикулярный к направлению движения электрона, со щелью шириною d (рис.1). Если электрон прошел через щель, то координата X будет зафиксирова-

на с точностью $\Delta X = d$. Поскольку электрон обладает волновыми свойствами, то при его прохождении через щель вследствие дифракции он может отклониться на некоторый угол θ от прямолинейного распространения. Следует иметь в виду, что это отклонение будет заметным, если ширина щели соизмерима с дебройлевской длиной волны электрона. Следовательно, появляется неопределенность в величине составляющей импульса вдоль оси X , которая, как видно из рис.1, равна $\Delta p = p \cdot \sin\theta$. Из (1) получаем $p = h/\lambda$. Тогда $\Delta p = (h/\lambda) \cdot \sin\theta$, где λ — длина волны де Бройля электрона.

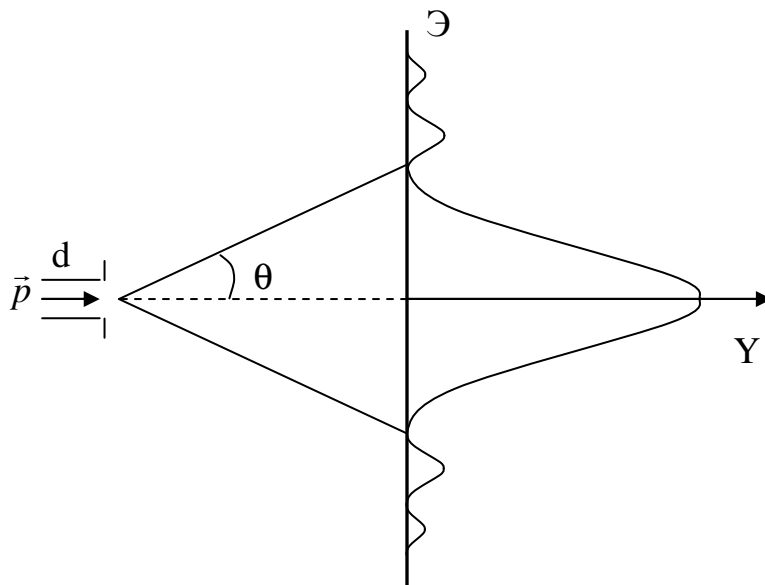


рис. 1

При прохождении через щель большого числа электронов на экране Э (например, на фотопластинке после ее проявления) будет наблюдаться дифракционная картина, которая характеризуется главным максимумом, расположенным симметрично оси Y , и побочным по обе стороны от главного. Подавляющее число электронов будет двигаться в пределах угла 2θ , где θ — угол соответствующий первому дифракционному минимуму. Тогда неопределенность проекции импульса Δp_x для этих электронов не превышает $\Delta p_x = (h/\lambda) \cdot \sin\theta$ (4). Из теории дифракции света на щели, которая применима и к дифракции электронов, известно, что первый минимум соответствует углу θ , удовлетворяющему условию:

$$d \cdot \sin\theta = \lambda \quad (5)$$

Подставляя в (4) значение $\sin\theta$, найденное из формулы (5), находим $\Delta p_x = (h/\lambda) \cdot (\lambda/d) = h/d = h/\Delta x$, так как $d = \Delta x$. Отсюда $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$. Учитывая, что для некоторой, хотя и незначительной, части электронов, попадающих за пределы главного максимума, величина $\Delta p_x \geq p \cdot \sin\theta$, то последнее выражение

приобретает вид $\Delta X \cdot \Delta p_x \geq h$, что и является соотношением неопределенностей Гейзенберга.

В данной работе численно моделируется с помощью ЭМВ дифракция электронов на одной щели. Дифрагирующий электрон с вероятностью, пропорциональной квадрату амплитуды его волны де Бройля, попадает на один из 20 датчиков, расположенных за щелью. Спутниками любого случайного процесса являются флуктуации. Как всякая случайная величина, число частиц N , попавшее на датчик, испытывает флуктуацию, т.е. происходят случайные отклонения N от среднего, наиболее вероятного значения $\langle N \rangle$. Флуктуации проявляются в том, что частицы распределяются по датчикам несимметрично, в отличие от симметричной зависимости на рис.1. Другое проявление флуктуации — неравномерность во времени попадания частиц в любой из датчиков. Иногда они приходят часто, иногда заметно реже. Все это легко пронаблюдать в моделируемом процессе на экране дисплея. Если провести несколько наблюдений и определить число частиц, попадающих в некоторый датчик $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$, то отклонение в каждом опыте от среднего будет $\Delta N_1 = \langle N \rangle - N_1$; $\Delta N_2 = \langle N \rangle - N_2$ и т.д.

Мерой флуктуации является **абсолютная флуктуация**

$$\sigma_N = \sqrt{\langle \Delta N \rangle^2}, \quad \text{где} \quad \langle \Delta N \rangle^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta N_i)^2}{n}, \quad (6)$$

и **относительная флуктуация**
$$\delta_N = \frac{\sigma_N}{\langle N \rangle}, \quad (7)$$

В статистической физике доказывается, что при большом числе частиц относительная флуктуация обратно пропорциональна корню квадратному из числа частиц: $\delta_N \sim 1/\sqrt{N}$. Поэтому с увеличением числа частиц N точность наблюдения возрастает.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить компьютер, дождаться загрузки системы.
2. В ответ на запрос “Enter your login” ввести с клавиатуры число 42, нажать Enter.
3. Выбрать в меню пункт “Работа 74”, нажать Enter.
4. Установить стрелку-курсор на надпись “Вариант” и нажать Enter на клавиатуре или левую клавишу мыши. После этого надпись выделится черным цветом.
5. Ввести по указанию преподавателя номер варианта (от 1 до 10), нажать левую клавишу Shift.

6. Аналогичным образом выделить надпись “Количество точек” и ввести с клавиатуры достаточно большое число частиц (от 50 до 100), нажать левую клавишу Shift.

7. Выделить надпись “Соотношение” (т.е. отношение ширины щели к длине волны де Бройля). Моделирование целесообразно провести при ширине щели, в 4—6 раз превышающей значение λ . Поэтому на запрос ЭВМ ввести в соответствующую графу число 4, 5 или 6, нажать левую клавишу Shift.

8. Установить курсор на надпись “Start” , нажать левую клавишу Shift на клавиатуре или левую клавишу мыши. После этого начинает работать статистическая модель дифракции. На экране изображается “источник электронов” и 20 “датчиков”, расположенных горизонтально. Периодически через щель проходит “электрон”, дифрагирует на ней и движется к одному из датчиков. Для большей наглядности факт попадания электрона в датчик отмечается ростом соответствующего столбца гистограммы. После завершения процесса счета компьютер выводит на экран количество частиц, попавших в каждый из датчиков, и строит штриховой линией соответствующую теоретическую кривую дифракции.

9. Определите, сколько частиц N попало в один из центральных датчиков, например, в 10-й. Занесите это число в первую графу строки N_i в таблице.

10. Повторите опыт, вновь активировав надпись “Start” левым Shift’ом или левой клавишей мыши. Количество частиц, попавших в этот же датчик, запишите во вторую графу строки N_i таблицы 1. Проведите не менее 10 таких опытов, каждый раз записывая количество частиц, попавших в выбранный датчик, в соответствующую графу таблицы.

11. На основании полученных данных рассчитайте:

— среднее значение числа частиц $\langle N \rangle = \sum N_i / n$, где $n = 10$ — число опытов;

— отклонения от среднего в каждом опыте $\Delta N_i = \langle N \rangle - N_i$ (занести в строку ΔN_i таблицы);

— абсолютную и относительную флуктуации по формулам (6) и (7).

12. Оформить работу следующим образом:

Вариант _____

Количество частиц _____

Соотношение _____

Таблица 1 (номер датчика 10)

N опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_i										
ΔN_i										

Среднее значение числа частиц, $\langle N \rangle =$

Абсолютная флуктуация, $\sigma_N =$

Относительная флуктуация, $\delta_N =$

13. Для завершения работы **одновременно** нажмите на клавиатуре клавиши Alt—X, после чего нажмите Enter. При этом компьютер должен выйти в NORTON COMMANDER. Если отсутствует необходимость в продолжении работы, то компьютер можно выключить.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чём заключалась гипотеза Луи де Бройля? Чему равна длина волны де Бройля
2. Каков физический смысл волн де Бройля?
3. В чём заключается соотношение неопределённостей Гейзенберга.
4. Запишите условие первого минимума для дифракции электрона на щели.
5. Дайте определение абсолютной и относительной флуктуации.