

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Д.Е. Страхов**

**РАСЧЕТ БАЛОК ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО  
СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ**

Учебно-методическое пособие

Казань  
2018

УДК 624.042

ББК 38.112

С83

**Страхов Д.Е.**

С83 Расчет балок постоянного поперечного сечения при плоском изгибе: Учебно-методическое пособие / Д.Е. Страхов. – Казань: Изд-во Казанск. гос. архитектур.-строит. ун-та, 2018. – 137 с.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Казанского государственного архитектурно-строительного университета

В учебно-методическом пособии даны требования и рекомендации к выполнению расчетно-графической работы по дисциплине «Строительная механика». Приведен обучающий пример расчета балки постоянного поперечного сечения при плоском изгибе, позволяющий студентам освоить практические расчеты инженерного счета и особенности расчета с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР (программный комплекс «Академик сет 2018»). Дано краткое изложение теории плоского изгиба с примерами решения задач и общие положения расчета стальных конструкций в среде ЛИРА-САПР. Представлен пример оформления пояснительной записки.

Учебно-методическое пособие рекомендовано для студентов архитектурных и строительных специальностей направлений подготовки 07.03.01, 07.03.02, 08.03.01, 08.04.01, 08.05.01, 09.03.02 при выполнении расчетно-графических, курсовых и выпускных квалификационных работ.

Рецензенты:

Кандидат технических наук, заведующий кафедрой информационных технологий и систем автоматизированного проектирования

**Д.М. Кордончик**

Директор ООО «АРТТЕХПРОЕКТ»

**А.И. Мачульский**

УДК 624.042

ББК 38.112

© Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2018

© Страхов Д.Е., 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ .....	5
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ .....	6
П1. ПРИМЕР ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА БАЛКИ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ .....	17
П2. ПРИМЕР РАСЧЕТА БАЛКИ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ЛИРА-САПР .....	27
Этап 1. Создание новой задачи .....	27
Этап 2. Создание геометрии схемы .....	30
Этап 3. Задание граничных условий .....	33
Этап 4. Задание жесткостных параметров элементам схемы .....	34
Этап 5. Задание нагрузок .....	43
Этап 6. Назначение конструктивных элементов .....	51
Этап 7. Просмотр и анализ результатов расчета .....	55
Этап 8. Сравнение инженерного расчета и расчета с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР .....	66
П3. ПЛОСКИЙ ИЗГИБ БАЛОК .....	69
3.1. Общие понятия .....	69
3.2. Определение удлинений и напряжений .....	70
3.3. Уравнение прочности .....	77
3.3а. Интересные исторические сведения .....	79
3.4. Касательные напряжения .....	81
3.5. Подбор сечений .....	87
3.6. Определение деформации балок при изгибе .....	90
3.7. Типовые задачи с решениями .....	93
П4. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СРЕДЕ ПК ЛИРА-САПР .....	104
4.1. Назначение и возможности .....	104
4.2. Типы сечений .....	106
4.3. Задание дополнительных данных для подбора или проверки сечений ..	107
4.4. Конструктивные и унифицированные элементы .....	110
4.5. Проверки несущей способности элементов .....	111
4.6. Описание алгоритмов расчета элементов .....	115
4.7. Представление результатов расчета элементов .....	119
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ .....	122
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	123
ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ .....	126

## ВВЕДЕНИЕ

Архитектор – это одна из самых универсальных профессий, она находится на стыке творческих, гуманитарных и технических дисциплин. Сегодня архитектор обязан постоянно осваивать новые специализации внутри профессии. Основным вопросом в оценке уровня подготовленности и квалификации архитектора является вопрос универсальности, в том числе знание программных средств для расчета конструкций зданий.

Творческий инженер (архитектор) должен владеть и применять методики инженерных расчетов, что является довольно сложной деятельностью, требующей специфического творческого воображения, свободного обращения с современным аппаратом математики, строительной механики, знанием расчетных программных комплексов. Необходимо понимание статической работы конструкции, представления, как она ведет себя под нагрузкой, какими возможностями обладает в отношении возможного предела перекрываемых пролетов, с обязательным созданием зрительного образа абсолютной прочности и устойчивости.

Расчет элементов строительных конструкций в настоящее время в основном производится с помощью программных средств, позволяющих в автоматизированном режиме выполнять большое количество сложных вычислений. Применение программных комплексов позволяет в значительной мере сократить время проведения расчетов.

Выбор в качестве «решателя» программного комплекса ПК ЛИРА-САПР «Академик сет» обусловлен тем, что данный продукт имеет тесную связь с архитектурными программами ArchiCAD, REVIT, Allplan. Следует отметить, что разработка и дальнейшее совершенствование ПК ЛИРА-САПР ведется с учетом его интеграции в технологическую линию BIM-технологий (новый подход в архитектурно-строительном проектировании, заключающийся в создании компьютерной модели здания, несущей в себе все сведения о будущем объекте – Building Information Model).

В учебно-методическом пособии даны требования и рекомендации к выполнению расчетной работы по дисциплине «Строительная механика», приведены обучающие примеры расчета балки постоянного поперечного сечения при плоском изгибе инженерным способом и расчет с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР.

Дано краткое изложение теории плоского изгиба с примерами решения задач и общие положения расчета стальных конструкций в среде ЛИРА-САПР. Представлен пример оформления пояснительной записки.

Пособие может быть использовано также студентами строительных специальностей при выполнении дипломных и курсовых проектов.



## ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Студент в соответствии с составом каждого задания выполняет свой вариант, который формируется по индивидуальному шифру. Шифр выдается студенту преподавателем-консультантом и представляет собой два числа, записанных в одну строку через черточку. Первое число шифра двузначное, оно соответствует номеру фамилии студента в списке учебной группы. Этим числом определяется в задании номер расчетной схемы. Вторая часть шифра – четырехзначное число, служит основанием для формирования оставшихся исходных данных индивидуального задания. Для этого под цифрами шифра надо писать первые четыре буквы русского алфавита, например:

шифр 07 - 4 8 0 9  
А Б В Г

Буквы указывают столбцы, а цифры – строки таблиц, где следует брать исходные данные.

Студент обязан самостоятельно выполнять задания в полном объеме и сдавать их в установленные сроки, согласно графику учебного процесса. Задания принимаются последовательно, т.е. при условии сдачи предыдущих. Для получения зачета по расчетно-графической работе студент обязан предъявить преподавателю работу в оформленном виде, дать исчерпывающие ответы по основным вопросам теории, совпадающим с содержанием работы, и показать умение решать задачи по данному разделу курса.

Оформление пояснительной записки при инженерном расчете следует выполнять на листах формата А4. Отображение изображений допускается производить как в цветном, так и в черно-белом варианте. Страницы должны быть пронумерованы.

По окончании работы с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР в программе Word произвести формирование пояснительной записки, включающей в себя: содержание; исходные данные; описание компьютерной расчетной модели; результаты расчета; список используемой литературы.

Вместе с пояснительной запиской студентом преподавателю сдается на проверку в электронном виде рабочий файл решаемой задачи. Файл должен иметь расширение *\*.lir* (формируется в структуре программы ЛИРА-САПР). Имена файлов должны отражать фамилию, номер группы и шифр студента. Например: Иванов\_3АП304\_123.lir.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Задание №1 выполняется в полном объеме (инженерный расчет – см. пункт 1 и расчет с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР – см. пункт 2), задания № 2–5 выполняются только с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР.

Для предложенной в задании расчетной схемы балки при инженерном расчете:

1. Определить опорные реакции.
2. Записать  $Q_y(z)$  перерезывающие силы и  $M_x(z)$  изгибающие моменты для произвольного сечения каждого из участков балки.
3. Вычислить перерезывающие силы и изгибающие моменты в характерных сечениях балки. На участках с криволинейным очертанием эпюр  $M_x$  подсчет ординат выполнить в сечениях через один метр, но не менее чем в четырех сечениях в пределах участка. Установить опасное сечение и расчетные значения внутренних силовых факторов.
4. Подобрать стальную балку стандартного двутаврового профиля и проверить прочность балки.
5. Вычислить нормальные и касательные напряжения в ряде точек произвольного поперечного сечения балки, в котором изгибающий момент и перерезывающая сила не равны нулю. По этим данным построить эпюры нормальных и касательных напряжений.
6. Записать дифференциальные уравнения изогнутой оси балки для всех ее участков.
7. Выполнить интегрирование дифференциальных уравнений и определить константы интегрирования.
8. Вычислить значения углов поворота сечений и прогибов балки не менее чем в четырех точках на каждом участке, включая их экстремальные значения. Рекомендуется вычислять углы поворота сечений и прогибы увеличенными в  $EJ_x$  раз. Результаты вычислений представить в табличной форме.
9. Проверить балку на жесткость по максимальным прогибам консоли и пролета. Допускаемый прогиб в пролете составляет:  
 $[f] = l_n / 300$ , а на консоли  $[f] = l_k / 150$ .

Здесь  $l_n$  – длина пролета,  $l_k$  – длина консольной части балки. Если условия жесткости не удовлетворяются, нужно подобрать новое сечение балки.

**10.** В графической части расчетно-пояснительной записки должны быть представлены:

- а) Расчетная схема балки с указанием размеров и нагрузок
- б) Эпюра перерезывающих сил
- в) Эпюра изгибающих моментов
- г) Эпюра углов поворота сечений ( $EJ_x V'$ )
- д) Эпюра прогибов балки ( $EJ_x V$ )
- е) Эпюры нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении балки.

Исходные данные принимаются из табл. 1.

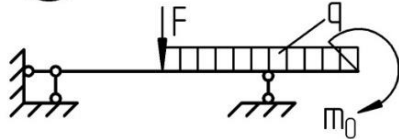
Расчет с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР – см. пункт 2.

Таблица 1

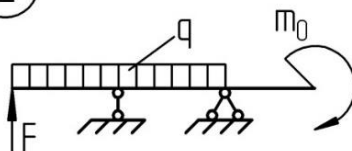
	А			Б	В	Г		
	$l_1, (м)$	$l_2, (м)$	$l_3, (м)$	$F, кН$	$q, кН/м$	$m_0, кНм$	$R, (м)$	$\alpha$
<b>1</b>	1.5	4.5	4.0	10	45	10	3.5	0.5
<b>2</b>	2.0	3.0	3.0	15	40	15	1.2	0.2
<b>3</b>	3.0	4.0	2.5	20	30	20	2.3	0.8
<b>4</b>	3.5	5.0	2.0	25	35	25	4.4	0.6
<b>5</b>	4.0	6.0	1.5	30	40	30	2.6	0.7
<b>6</b>	3.0	5.0	2.0	35	45	35	3.6	0.4
<b>7</b>	2.0	5.0	4.0	40	40	40	5.0	0.9
<b>8</b>	2.5	4.0	3.0	45	20	45	4.0	0.1
<b>9</b>	1.5	3.0	2.0	50	25	40	2.6	0.2
<b>0</b>	3.0	2.0	1.5	55	30	30	2.8	0.4

# ЗАДАНИЕ № 1

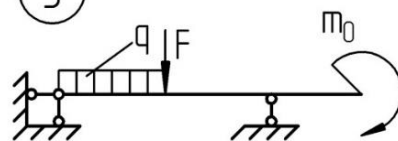
1



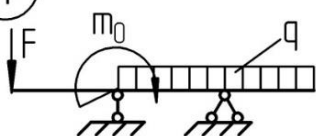
2



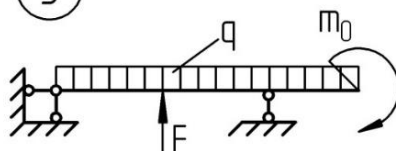
3



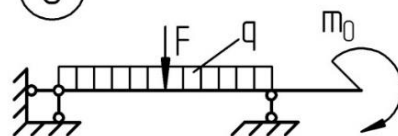
4



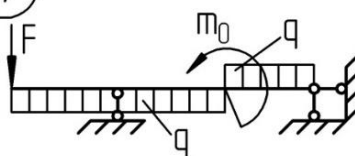
5



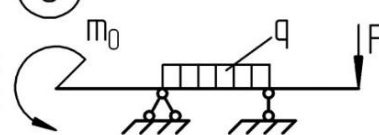
6



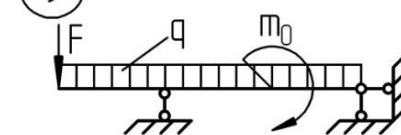
7



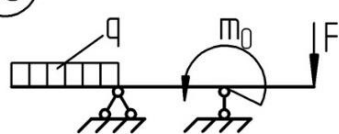
8



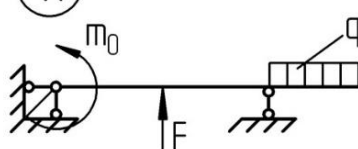
9



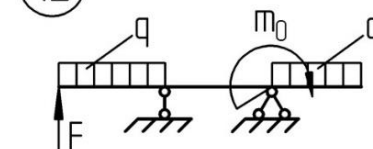
10



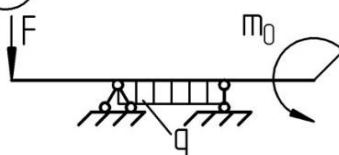
11



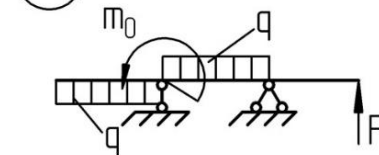
12



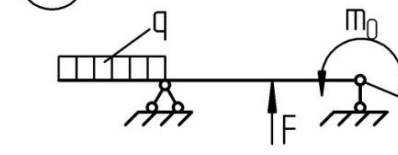
13



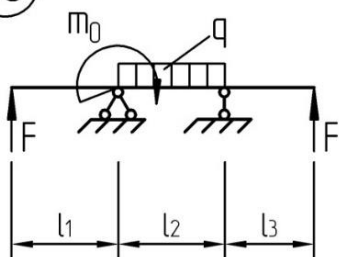
14



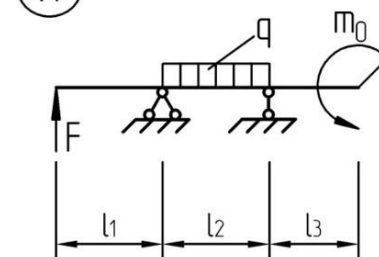
15



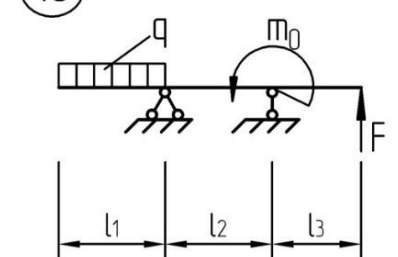
16



17



18



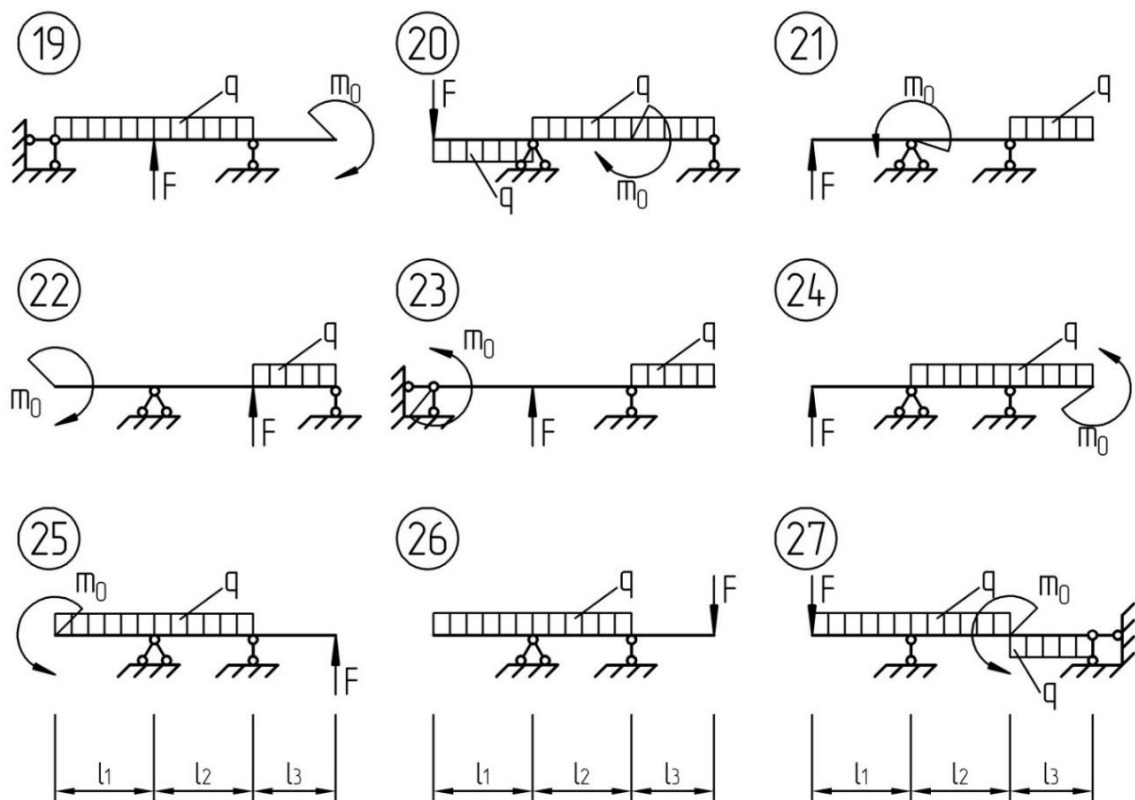
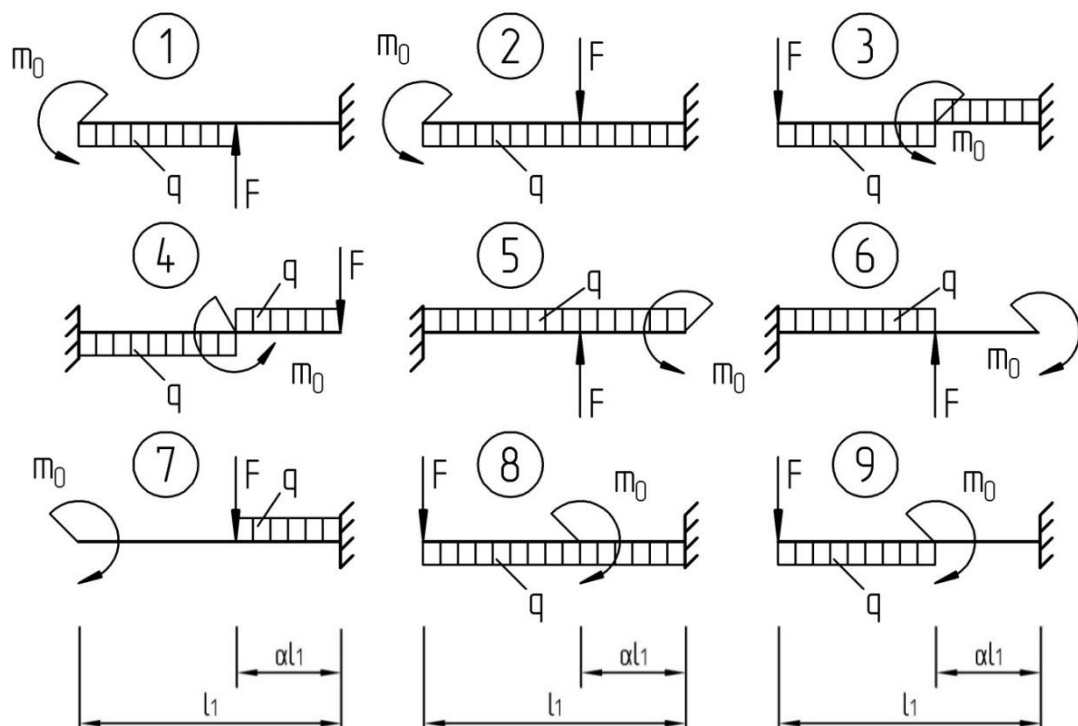


Рис. 1. Схемы к заданию № 1

## ЗАДАНИЕ № 2



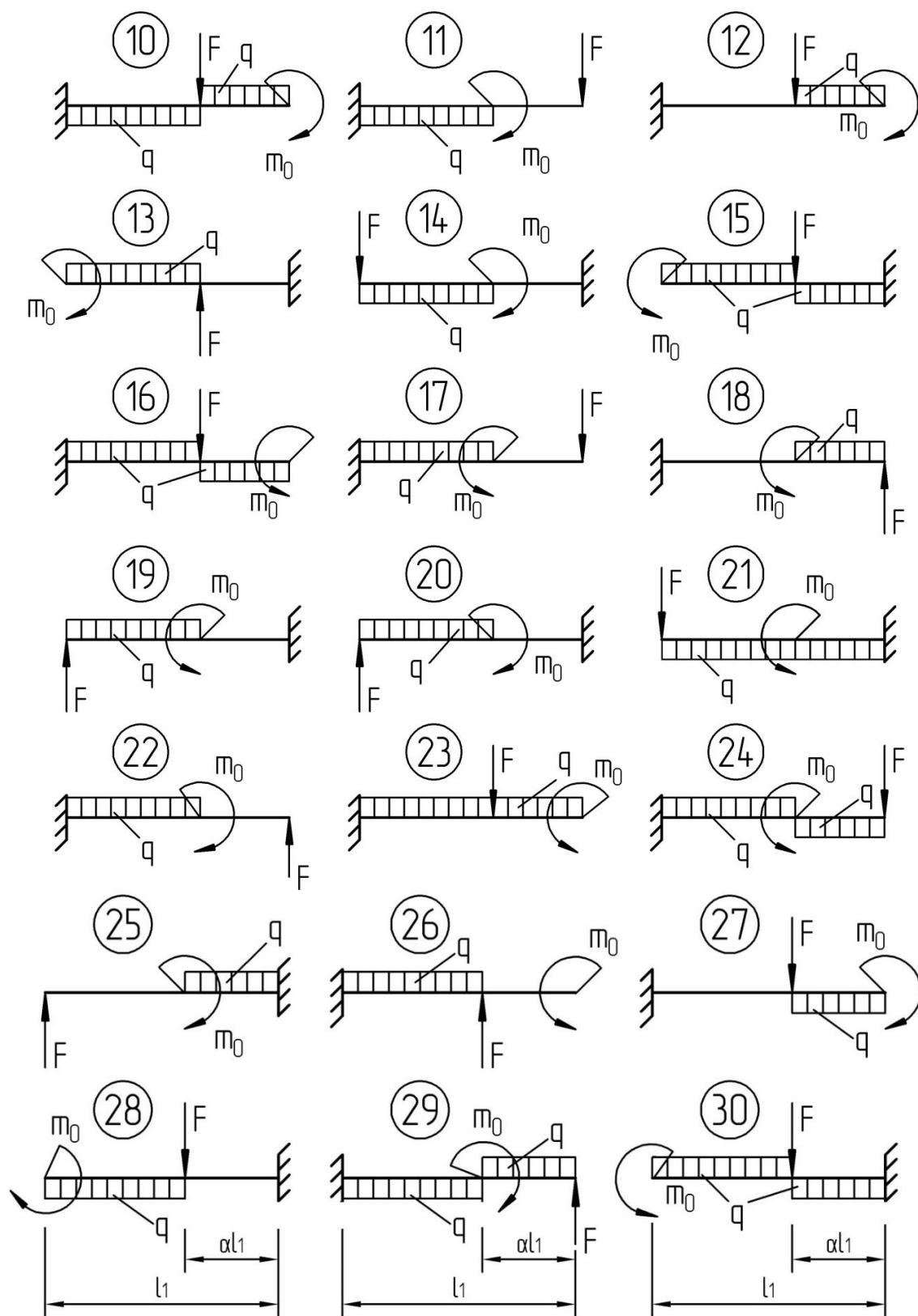
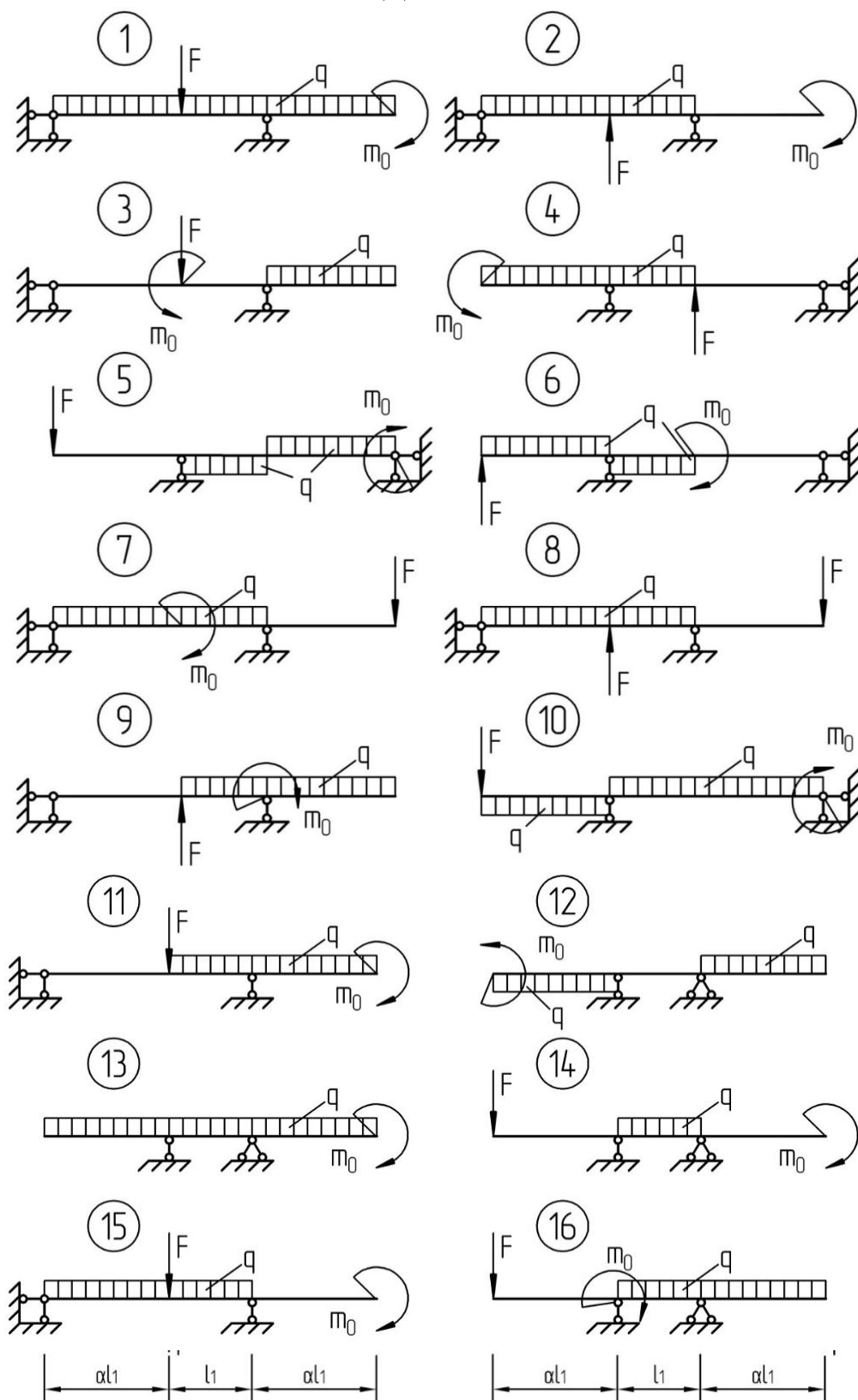


Рис. 2. Схемы к заданию № 2

### ЗАДАНИЕ № 3



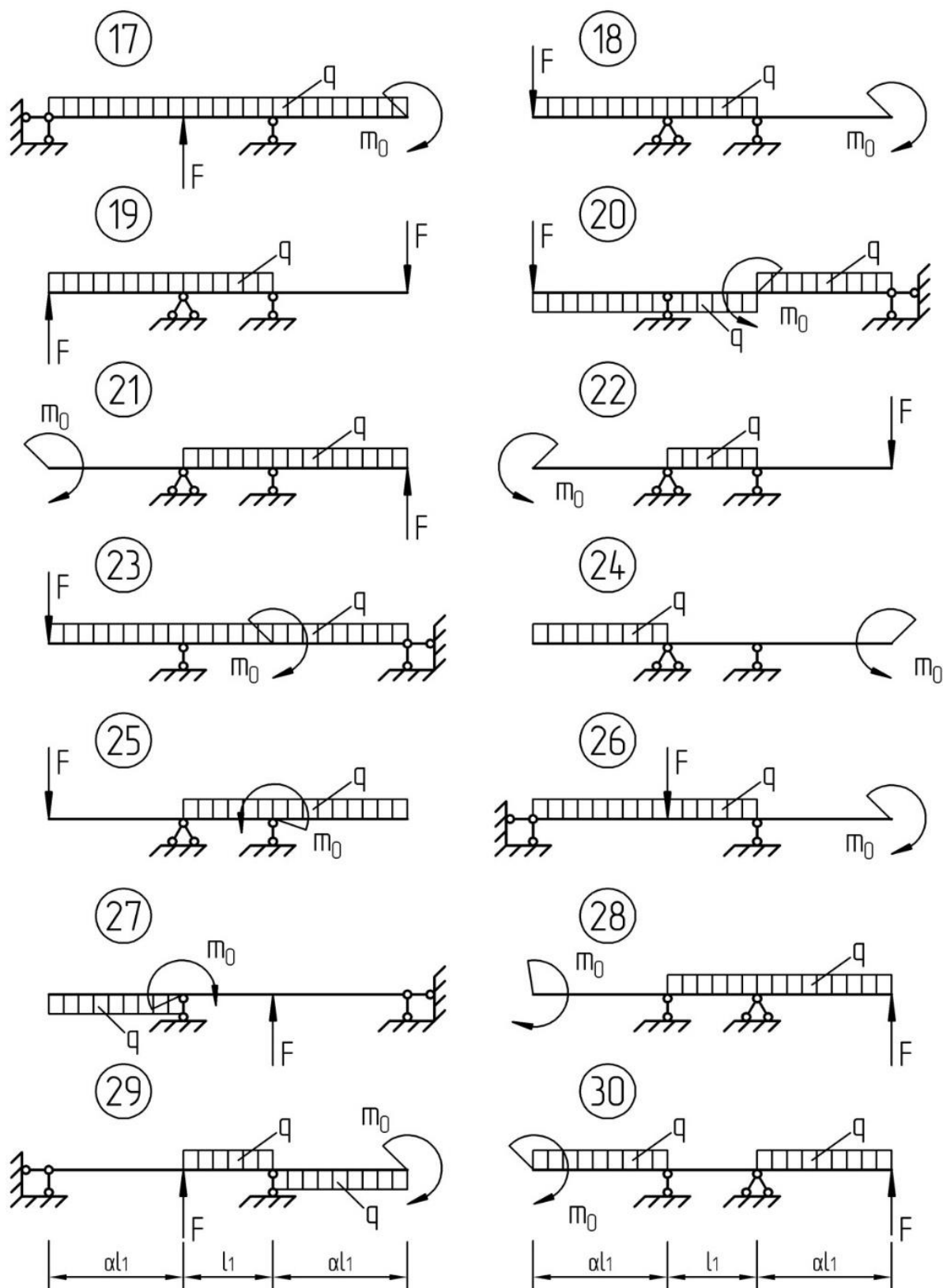
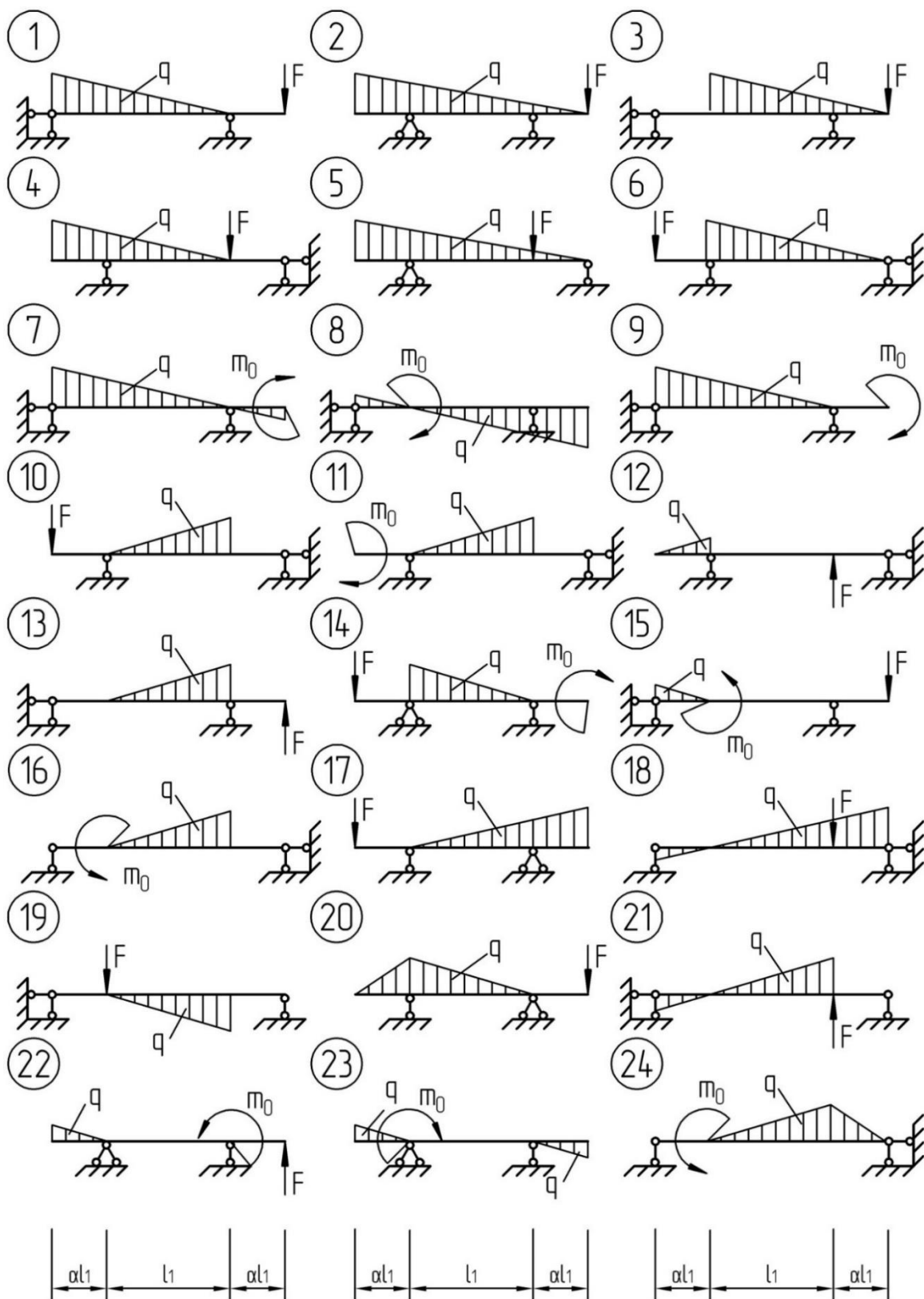


Рис. 3. Схемы к заданию № 3



# ЗАДАНИЕ № 4



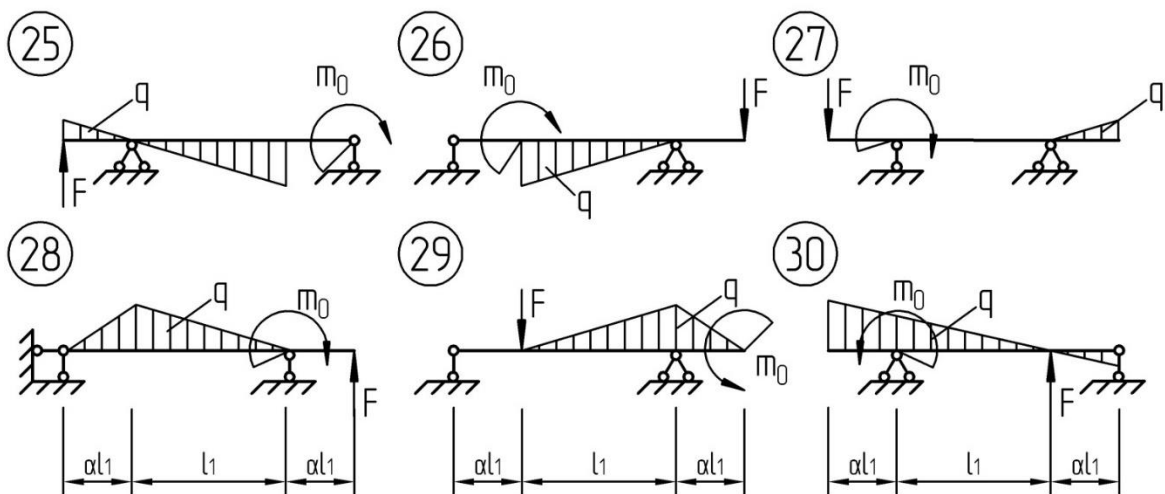
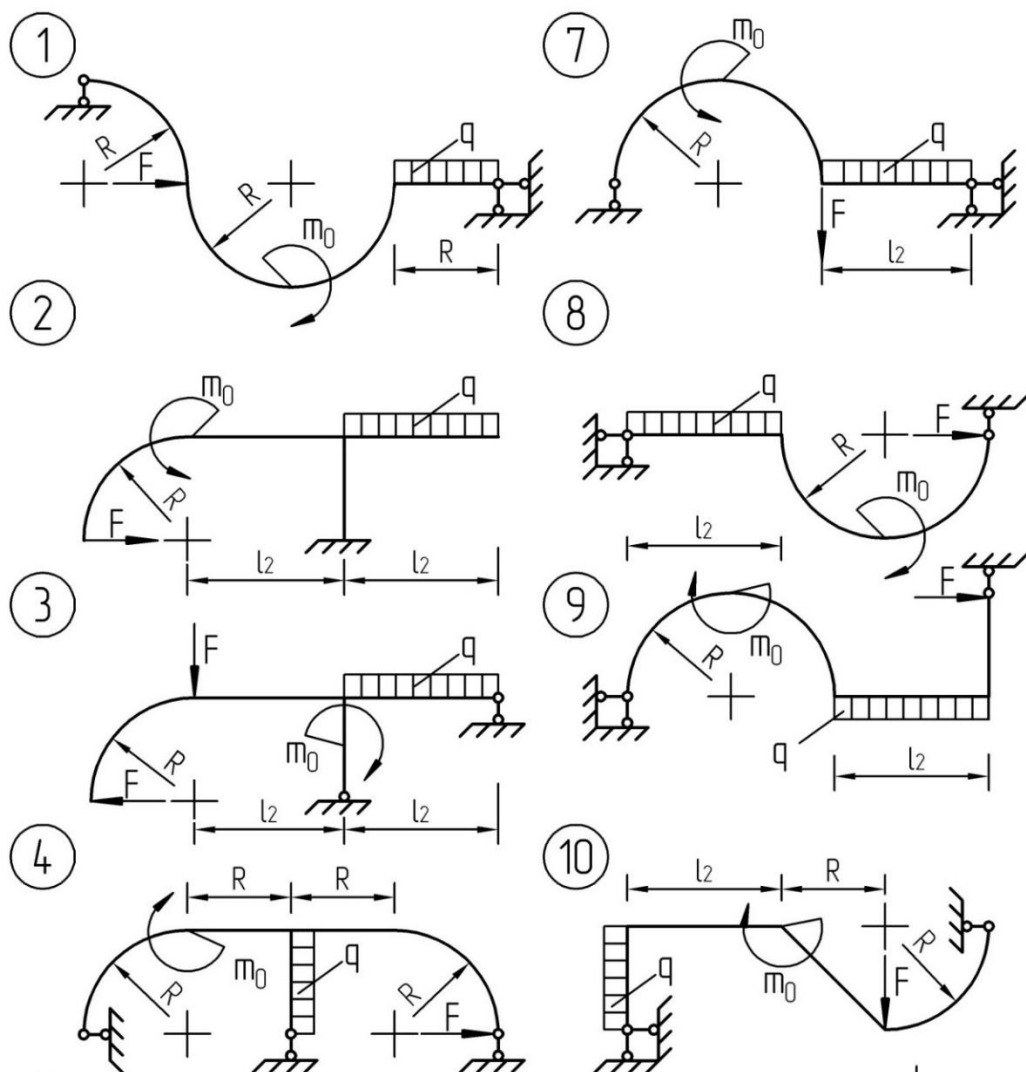
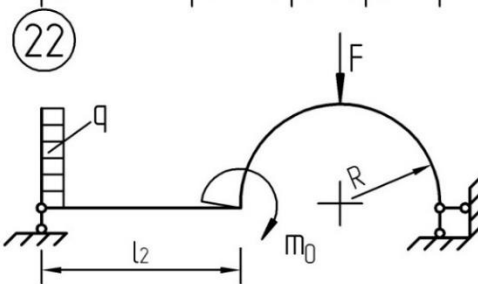
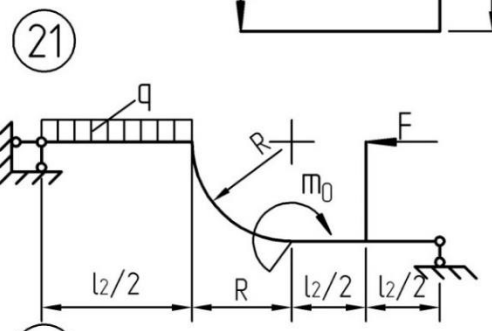
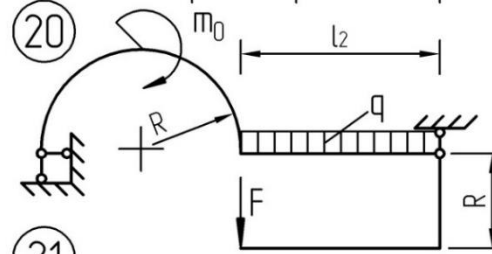
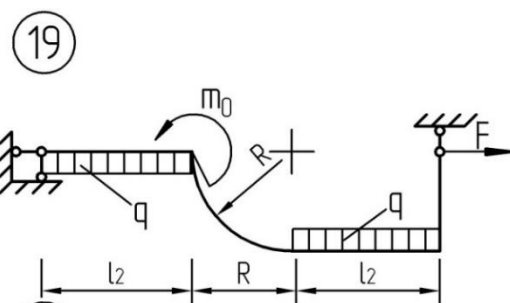
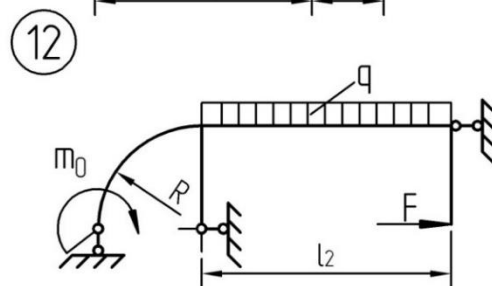
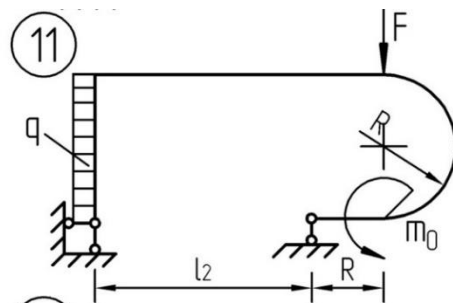
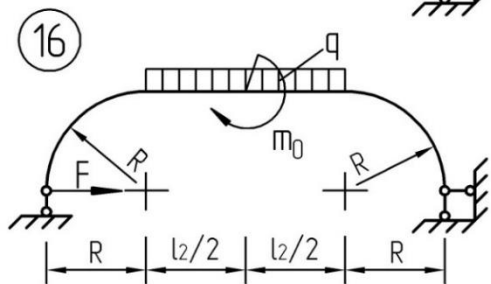
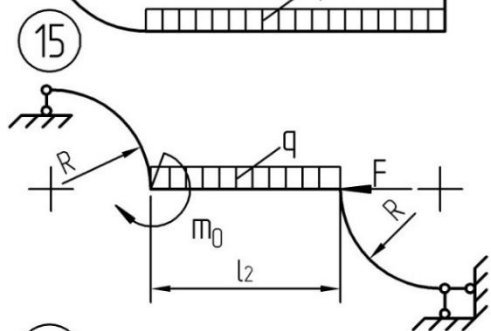
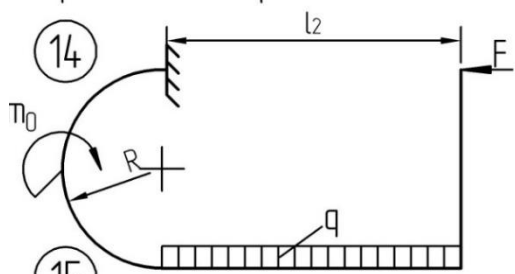
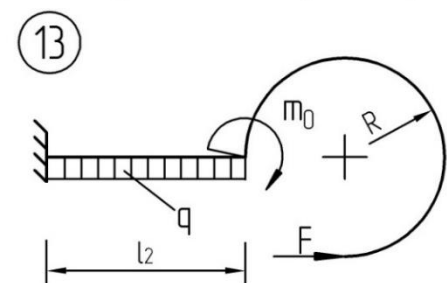
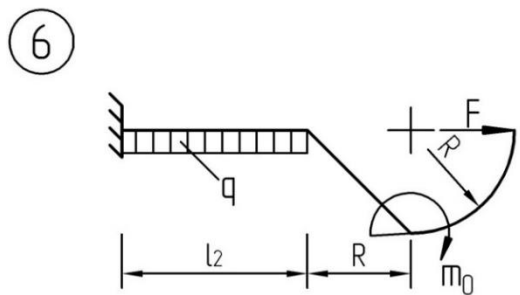
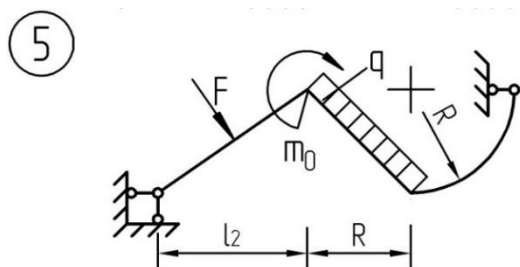


Рис. 4. Схемы к заданию № 4

### ЗАДАНИЕ № 5





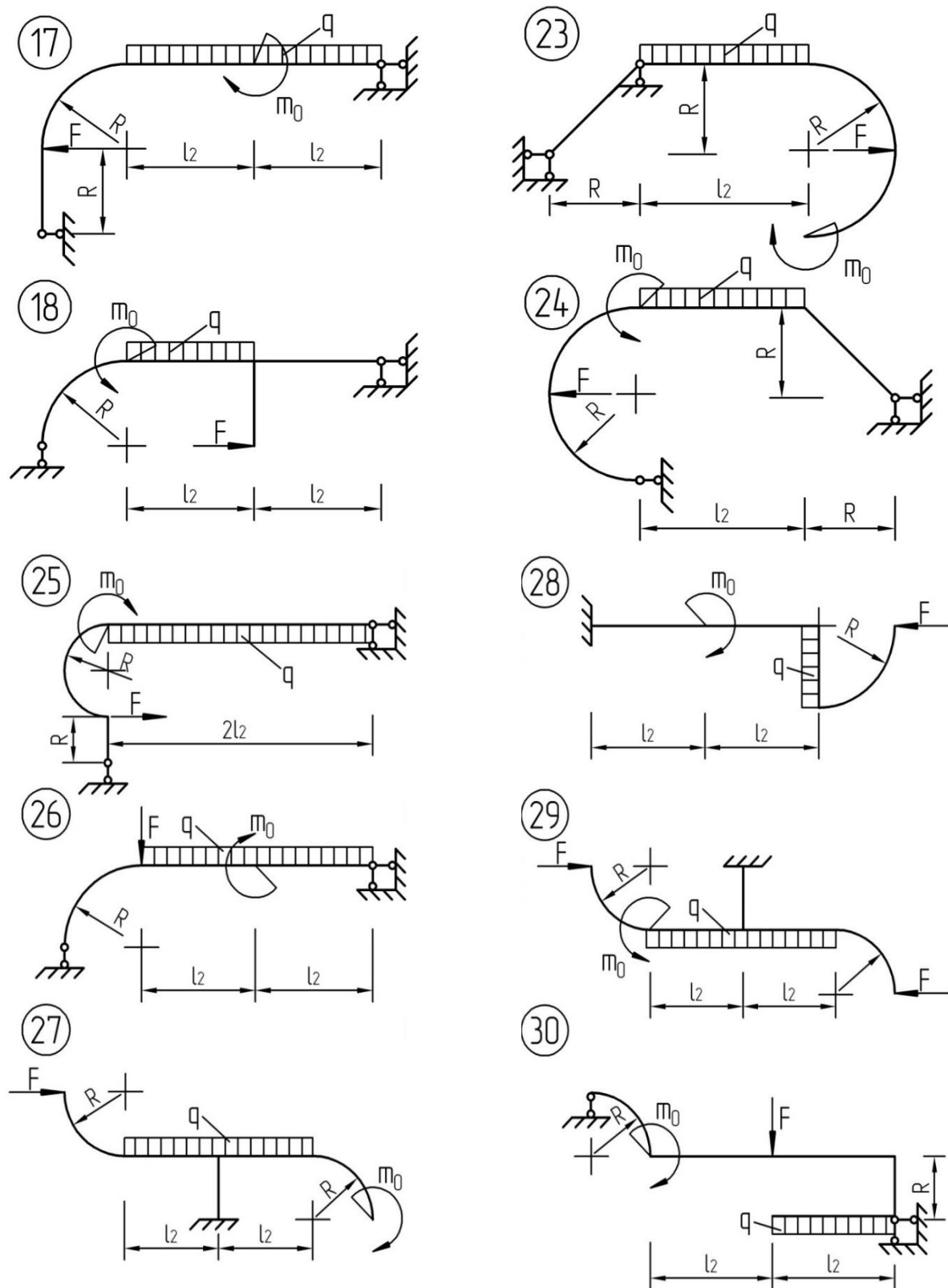


Рис. 5. Схемы к заданию № 5

## П1. ПРИМЕР ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА БАЛКИ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

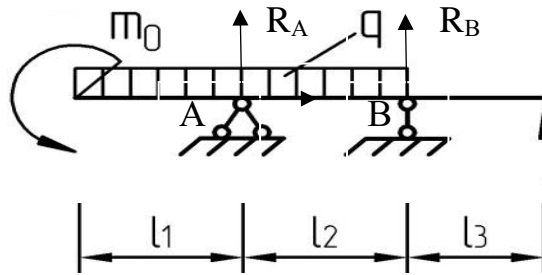


Рис.1.1. Расчетная схема балки

$$F=55 \text{ КН}, m_0=30 \text{ КН} \cdot \text{м}, q=35 \text{ КН/м}, \\ l_1=4 \text{ м}, l_2=5 \text{ м}, l_3=2 \text{ м}, \gamma_c=1.$$

$$[\sigma] = R_y \cdot \gamma_c = 24 \cdot 1 = 24 \text{ КН/см}^2;$$

$$[\tau] = R_c \cdot \gamma_c,$$

$$\text{где } R_c = 0.58 R_y = 13.9 \text{ КН/см}^2;$$

$$E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ КН/см}^2.$$

А) Для заданной расчетной схемы балки построить эпюры внутренних силовых факторов, подобрать стальной стандартный двутавровый профиль, произвести полную проверку его прочности.

1) Определение опорных реакций:

$$\sum \text{mom}_{Bx} = 0, \quad m_0 + q \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} - R_A l_2 + F l_2 = 0 \Rightarrow R_A = 311,5 \text{ КН}.$$

$$\sum \text{mom}_{Ax} = 0, \quad m_0 + q \frac{l_1^2}{2} - q \frac{l_2^2}{2} + R_B l_2 + F(l_2 + l_3) = 0 \Rightarrow R_B = -51,5 \text{ КН}$$

$$\sum z = 0, \quad H_A = 0.$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0, \quad q(l_1 + l_2) - R_A - R_B - F = 0, \quad 0 = 0.$$

2) Построение эпюр внутренних силовых факторов:

I участок.  $0 \leq z_1 \leq l_1$  (лев.)

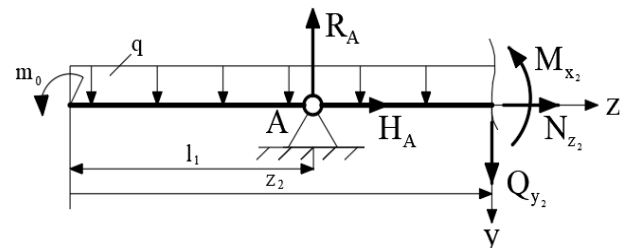
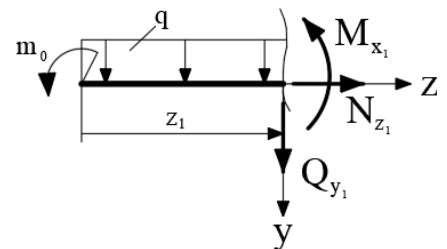
$$Q_{y_1} = -q z_1, \quad M_{x_1} = -m_0 - q(z_1^2 / 2).$$

$$z_1 = 0, \quad Q_{y_1} = 0, \quad M_{x_1} = -30 \text{ КН} \cdot \text{м};$$

$$z_1 = l_1 = 4 \text{ м}, \quad Q_{y_1} = -140 \text{ КН}, \quad M_{x_1} = -310 \text{ КН} \cdot \text{м}.$$

$$z_1 = 2 \text{ м}, \quad M_{x_1} = -100 \text{ КН} \cdot \text{м}.$$

II участок.  $l_1 \leq z_2 \leq (l_1 + l_2) = b$  (лев.).



$$Q_{y_2} = R_A - qz_2, \quad M_{x_2} = R_A(z_2 - l_1) - m_0 - q(z_2^2 / 2).$$

$$z_2 = l_1 = 4\text{м}, \quad Q_{y_2} = 171,5 \text{ КН}, \quad M_{x_2} = -310 \text{ КН} \cdot \text{м};$$

$$z_2 = l_1 + l_2 = 9\text{м}, \quad Q_{y_2} = -3,5 \text{ КН}, \quad M_{x_2} = 110 \text{ КН} \cdot \text{м};$$

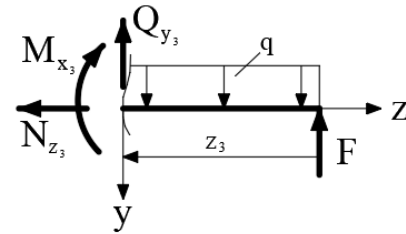
Найдем:  $z_2 = z_2^3$ , где  $Q_{y_2} = 0$  и  $M_{x_2} = M_x^3$ .

$$0 = R_A - qz_2^3, \quad z_2^3 = 8,9\text{м}, \quad M_x^3 = 110,2 \text{ КН} \cdot \text{м}.$$

III участок.  $0 \leq z_3 \leq l_3$  (прав.)

$$Q_{y_3} = -F = -55 \text{ КН}, \quad M_{x_3} = Fz_3.$$

$$z_3 = l_3 = 2\text{м}, \quad M_{x_3} = 110 \text{ КН} \cdot \text{м}.$$



Строим эпюру  $Q_y$  и эпюру  $M_x$  (рис. 1.3).

### 3) Подбор стального стандартного двутавра

Из эпюр  $Q_y$  и  $M_x$  видно, что в нашем случае  $Q_y^{\max}$  и  $M_x^{\max}$  действуют в одном сечении балки, на опоре А. Следовательно, опасное сечение балки здесь одно, на опоре А. Из эпюр находим:

$$M_x^{\max} = -310 \text{ КН} \cdot \text{м}, \quad Q_y^{\max} = 171,5 \text{ КН}.$$

Подбор номера двутавра начинаем с условием прочности по нормальным напряжениям ( $\sigma$ ), из которого находим необходимый момент сопротивления  $W_x^H$  двутавра:

$$W_x^H \geq \frac{|M_x^{\max}|}{[\sigma]} = \frac{31000 \text{ КН} \cdot \text{см}}{24 \text{ КН} / \text{см}^2} = 1291,66 \text{ см}^3.$$

Из таблиц сортамента двутавров (приложение 3), видно, что  $W_x$  лежит между стандартными значениями:

$$W_x^{\text{ст}} (\text{№}45\text{Б1}) = 1287 \text{ см}^3 \quad \text{и} \quad W_x^{\text{ст}} (\text{№}50\text{Б1}) = 1497,6 \text{ см}^3.$$

С целью экономии веса балки проверим вначале двутавр №45Б1, у которого по формуле:

$$\sigma_z^{\max} = \frac{|M_x^{\max}|}{W_x^{\text{ст}}} \leq [\sigma], \quad \sigma_z^{\max} = \frac{31000 \text{ КН} \cdot \text{см}}{1287 \text{ см}^3} = 24,08 \text{ КН} / \text{см}^2 \leq [\sigma] = 24 \text{ КН} / \text{см}^2.$$

Условие прочности для №45Б1 не выполняется, т.к.  $[\sigma] = 24.0 \text{ КН/см}^2$ .

Следовательно, выбираем двутавр №50Б1, у которого  $W_x^{\text{ст}} = 1497.6 \text{ см}^3$ .

Напряжения  $\sigma_z^{\text{max}}$  в нем будут:

$$\sigma_z^{\text{max}} = \frac{|M_x^{\text{max}}|}{W_x^{\text{ст}}} = \frac{31000}{1497.6} = 20.7 \text{ КН/см}^2 \leq [\sigma] = 24 \text{ КН/см}^2.$$

Итак, выбираем двутавр №50Б1, для которого из табл. ГОСТ (приложение 3):

$h=492\text{мм}$ ,  $b_f=199\text{мм}$ ,  $t_w=8,8\text{ мм}$ ,  $t_f=12\text{ мм}$ ,

$$J_x^{\text{ст}} = 36840 \text{ см}^4, \quad W_x^{\text{ст}} = 1497.6 \text{ см}^3, \quad S_x^{\text{ст}} = 853.4 \text{ см}^3 = S_{x \text{ max}}^{\text{отс}}.$$

Проверим двутавр №50Б1 по максимальным касательным напряжениям по формуле:

$$\tau_{zy}^{\text{max}} = \frac{|Q_y^{\text{max}}| \cdot S_x^{\text{ст}}}{J_x^{\text{ст}} \cdot t_w} = \frac{171.5 \cdot 853.4}{36840 \cdot 0.88} = 4.51 \text{ КН/см}^2 \leq [\tau] = 13.9 \text{ КН/см}^2.$$

Следовательно, условие прочности выполняется.

Так как  $Q_y^{\text{max}}$  и  $M_x^{\text{max}}$  действуют в одном сечении балки, то двутавр №50Б1 надо еще проверить по III теории прочности в точке С сопряжения полки и стенки. Для этого предварительно вычислим  $\sigma_z^{(c)}$  и  $\tau_{zy}^{(c)}$  в т. С.

$$Y(c) = h/2 - t = 49.2/2 - 1.2 = 23.4 \text{ см}.$$

$$\sigma_z^{(c)} = \frac{|M_x^{\text{max}}|}{J_x^{\text{ст}}} \cdot Y(c) = \frac{31000}{36840} \cdot 23.4 = 19.69 \text{ КН/см}^2.$$

С учетом формул получим:  $S_x^{\text{отс}}(c) = A_{\Pi} \times Y_{\Pi}$ , т.к. здесь  $A_c = 0$  ( $y = k$ ).

$$S_x^{\text{отс}}(c) = A_{\Pi} \cdot Y_{\Pi} = b_f t_f (h/2 - t_f/2) = 19.9 \cdot 1.2 \cdot (49.2/2 - 1.2/2) = 573.12 \text{ см}^3.$$

По формуле Журавского найдем:

$$\tau_{zy}^{(c)} = \frac{|Q_y^{\text{max}}| \cdot S_x^{\text{ст}}(c)}{J_x^{\text{ст}} \cdot t_w} = \frac{171.5 \cdot 573.12}{36840 \cdot 0.88} = 3.03 \text{ КН/см}^2.$$

По III теории прочности:

$$\sqrt{\sigma_x^{(c)^2} + 4\tau_{zy}^{(c)^2}} = \sqrt{19.69^2 + 4 \cdot 3.03^2} = 21.657 \leq [\sigma] = 24 \text{ КН/см}^2.$$

Итак, в стыке полки и стенки двутавра №50Б1 напряжения в опасном сечении удовлетворяют III теории прочности, и двутавр №50Б1 отвечает всем условиям прочности и подходит для нашей балки.

Если  $Q_y^{\max}$  и  $M_x^{\max}$  действуют в разных сечениях балки, то по III теории прочности в т.С проверка проводится в предположительно опасных сечениях.

**Б)** В произвольном поперечном сечении балки, в котором  $M_x \neq 0$  и  $Q_y \neq 0$ , построить эпюры нормальных и касательных напряжений.

В нашем случае за такое сечение можно принять сечение на опоре А (рис. 1.3), где  $M_x = -310 \text{ Кн} \cdot \text{м}$ ,  $Q_y = 171,5 \text{ Кн}$ .

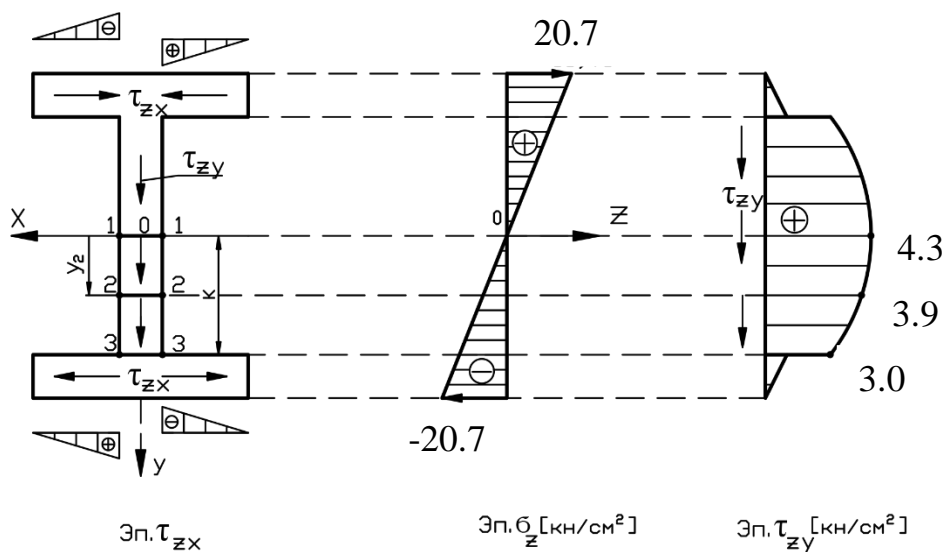


Рис. 1.2. Эпюры нормальных и касательных напряжений в двутавровой балке

### 1) Построение эпюры $\sigma_z$

Для построения эпюры  $\sigma_z$  используем формулу в виде:

$$\sigma_z^{(1)} = \frac{M_x}{J_x^{\text{ст}}} Y_1.$$

$$Y_1 = 0 \text{ (на оси X)}, \quad \sigma_z^{(1)} = 0.$$

$$Y_2 = h / 2 = 24.6 \text{ см}, \quad \sigma_z^{\max} = \frac{-31000}{36840} \cdot 24.6 = -20.7 \text{ Кн} / \text{см}^2.$$



$$Y_3 = h / 2 = - 24.6 \text{ см}, \quad \sigma_z^{\max} = -20.7 \text{ КН} / \text{см}^2.$$

По этим данным строим эпюру  $\sigma_z$  (она линейна).

2) Построение эпюры  $\tau_{zy}$ .

Используем формулу в виде:

$$\tau_{xy}^{(1)} = \frac{Q_y \cdot S_x^{\text{отс}}(i)}{J_x^{\text{ст}} \cdot t_w}.$$

Здесь  $S_x^{\text{отс}}(i)$  подсчитываем по формуле, задавая не менее 3 значений  $Y_1$ .

Обозначим  $K = h / 2 - t_f = 24.6 - 1.2 = 23.4 \text{ см}$ .

Сечение 1-1.  $Y_1 = 0$ ,  $S_x^{\text{отс}}(1) = A_{\Pi} \cdot Y_{\Pi} + A_c^{(1)} \cdot Y_c^{(1)}$ .

$$A_{\Pi} = b_f \cdot t_f = 19.9 \cdot 1.2 = 23.88 \text{ см}^2$$

$$Y_{\Pi} = (h - t_f) / 2 = (49.2 - 1.2) / 2 = 24 \text{ см}$$

$$A_{\Pi} \cdot Y_{\Pi} = 23.88 \cdot 24 = 573.12 \text{ см}^2$$

$$A_c^{(1)} = t_w (K - Y_1) = 0.88 (23.4 - 0) = 20.592 \text{ см}^2$$

$$Y_c^{(1)} = (K + Y_1) / 2 = (23.4 + 0) / 2 = 11.7 \text{ см}$$

$$S_x^{\text{отс}}(1) = 573.12 + 20.592 \cdot 11.7 = 814.04 \text{ см}^3$$

$$\tau_{zy}^{(1)} = \frac{171.5 \cdot 814.04}{36840 \cdot 0.88} = 4.3 \text{ КН} / \text{см}^2.$$

Сечение 2-2.  $Y_2 = K / 2 = 11.7 \text{ см}$ .

$$A_c^{(2)} = t_f (K - Y_2) = 0.88 (23.4 - 11.7) = 10.29 \text{ см}^2$$

$$Y_c^{(2)} = (K + Y_2) / 2 = (23.4 + 11.7) / 2 = 17.55 \text{ см}$$

$$S_x^{\text{отс}}(2) = 573.12 + 10.29 \cdot 17.55 = 753.7 \text{ см}^3$$

$$\tau_{zy}^{(2)} = \frac{171.5 \cdot 753.7}{36840 \cdot 0.88} = 3.98 \text{ КН} / \text{см}^2.$$

Сечение 3-3.  $Y_3 = K = 23.4 \text{ см}$ .

$$A_c^{(3)} = 0, \quad S_x^{\text{отс}}(3) = A_{\Pi} \cdot Y_{\Pi} = 573.12 \text{ см}^3$$

$$\tau_{zy}^{(3)} = \frac{171,5 \cdot 573.12}{36840 \cdot 0.88} = 3.03 \text{ КН/см}^2.$$

По этим значениям  $\tau_{zy}^{(i)}$  строим эпюру  $\tau_{zy}$  для нижней части (от оси X) стенки, а ввиду симметрии двутавра эпюра  $\tau_{zy}$  для всей стенки симметрична относительно оси X. Так как  $Q_y < 0$  (направлена вниз), то  $\tau_{zy}$  в стенке направлены тоже вниз.

### 3) Построение эпюр $\tau_{zx}$ в полках двутавра

Используем формулу в виде:

$$\tau_{zx}^{(i)} = \frac{Q_y \cdot S_x^s(i)}{J_x^{\text{ст}} \cdot t_f},$$

где  $S_x^s(i) = t_f \cdot S_i \cdot Y_{\Pi}$  – линейна по  $S_i$ , поэтому для построения эпюр  $\tau_{zx}$  достаточно двух точек:

$$S_1 = 0, \quad S_x^s(1) = 0, \quad \tau_{zx}^{(1)} = 0,$$

$$S_2 = 0,5(b_f - t_w) = 9.51 \text{ см}, \quad Y_{\Pi} = 24 \text{ см}.$$

$$S_x^s(2) = 1,2 \cdot 24 \cdot 9.51 = 273.89 \text{ см}^3,$$

$$\tau_{zx}^{(2)} = \frac{171,5 \cdot 273.89}{36840 \cdot 1.2} = 1,06 \text{ КН/см}^2.$$

По этим двум значениям  $\tau_{zx}^{(i)}$  строим линейные эпюры  $\tau_{zx}$  на всех четырех консолях полок двутавра. Так как  $Q_y > 0$ , то в нижней полке  $\tau_{zx}$  расходятся, а в верхней полке сходятся, и вместе с  $\tau_{zy}$  они составляют единый поток касательных напряжений (рис. 1.2).

**В)** Построить эпюры углов поворота сечений и прогибов балки (увеличенные в  $EJ_x$  раз). Проверить балку на жесткость. Допускаемый прогиб в пролете длиной  $l_{\text{пр}}$  составляет  $[f]_{\text{пр}} = l_{\text{пр}}/300$ , а на консоли  $l_{\text{конс}} - [f]_{\text{конс}} = l_{\text{конс}}/150$ . Если условия жесткости не удовлетворяются, то нужно подобрать другой номер двутавра для балки.

Г) Построение эюр  $EJ_x \theta$  и  $EJ_x V$ . Используя правила метода Клебша, для каждого участка балки записываем дифференциальное уравнение изогнутой оси балки и последовательно его дважды интегрируем. За начало отсчета  $z_1$  примем левый конец балки.

I участок :  $0 \leq z_1 \leq l_1$  (лев.)

$$I \begin{cases} \text{а) } EJ_x V_1'' = -(-m_0(z_1-0)^0 + qz_1^2/2) \\ \text{б) } EJ_x \theta_1 = m_0 z_1 + qz_1^3/6 + C_1 \\ \text{в) } EJ_x V_1 = m_0 z_1^2/2 + qz_1^4/24 + C_1 z_1 + D_1 \end{cases}$$

II участок:  $l_1 \leq z_2 \leq (l_1 + l_2) = b$  (лев.)

$$II \begin{cases} \text{а) } EJ_x V_2'' = -(-m_0 + qz_2^2/2 - R_A(z_2-l_1)) \\ \text{б) } EJ_x \theta_2 = m_0 z_2 + qz_2^3/6 - R_A(z_2-l_1)^2/2 + C_2 \\ \text{в) } EJ_x V_2 = m_0 z_2^2/2 + qz_2^4/24 - R_A(z_2-l_1)^3/6 + C_2 z_2 + D_2 \end{cases}$$

III участок:  $b \leq z_3 \leq (l_1 + l_2 + l_3) = L$  (лев.)

Здесь нагрузка  $q$  не идет до конца балки, поэтому продлим ее до конца и добавим на этом участке  $l_3$  нагрузку  $-q$ . При этом нагрузка на балку не изменится.

$$III \begin{cases} \text{а) } EJ_x V_3'' = -(-m_0 + qz_3^2/2 - R_A(z_3-l_1) - R_B(z_3-b) - q(z_3-b)^2/2) \\ \text{б) } EJ_x \theta_3 = m_0 z_3 + qz_3^3/6 - R_A(z_3-l_1)^2/2 - R_B(z_3-b)^2/2 - q(z_3-b)^3/6 + C_3 \\ \text{в) } EJ_x V_3 = m_0 z_3^2/2 + qz_3^4/24 - R_A(z_3-l_1)^3/6 - R_B(z_3-b)^3/6 - q(z_3-b)^4/24 + C_3 z_3 + D_3 \end{cases}$$

Докажем равенство констант:  $C_1 = C_2 = C_3 = C$ ,  $D_1 = D_2 = D_3 = D$ .

Для этого рассмотрим условия стыковки участков балки. Сечение А : Стык I и II участков. При  $z_1 = z_2 = l_1, \theta_1 = \theta_2$ . Подставляем это в уравнение Ib и IIб. Так как их левые части равны, то равны и правые, откуда следует:  $C_1 = C_2$ . При  $z_1 = z_2 = l_1$  и  $V_1 = V_2$ . Подставляя это в уравнение Iv и IIв и приравнявая их правые части, получим:  $D_1 = D_2$ .

Аналогично, рассматривая сечение В (стык II и III участков) из условия : при  $z_2=z_3=b$ ,  $V_2=V_3$ , получим:  $D_2=D_3$ .

Итак, доказано:  $C_1 = C_2 = C_3 = C$ ,  $D_1 = D_2 = D_3 = D$ .

Для определения числовых значений С и D рассмотрим условия закрепления балки.

Опора А. При  $z_1=l_1$ ,  $V_1=0$ . Подставим в (Iв).

$$0 = \frac{m_0 b^2}{2} + \frac{q l_1}{24} + C l_1 + D. \quad (A)$$

Опора В. При  $z_2=b$ ,  $V_2=0$ . Подставим это в (IIв).

$$0 = \frac{m_0 b^2}{2} + \frac{q l_1}{24} - R_A (b-l_1)^3 / 6 + C b + D. \quad (B)$$

Подставив числовые значения всех величин в уравнения (А) и (В), получим:  $240+373,3+4C+D=0$ ;  $1215+9568,1-6489,6+9C+D=0$ .

Решая эти уравнения, найдем:

$$C = -736, \quad D = 2331.$$

По уравнениям б) и в) в нескольких точках на каждом участке балки вычислим значения  $EJx\theta_1$  и  $EJxV_1$ . Результаты вычислений сведем в табл. 1.1.

Таблица 1.1

$z_1$ [ м ]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$EJ_x \theta_1$ [ КН·м <sup>2</sup> ]	- 736	- 700	- 629	- 488,5	- 243	- 13,1	81	73	- 1,2	- 107	- 193	- 217
$EJ_x V_1$ [ КН·м <sup>3</sup> ]	2331	1610	942	376	0	- 114,5	- 70,5	13,2	53	0	- 153,4	- 360

По этим данным на рис. 1.3 строим эпюру  $EJx\theta$  и эпюру  $EJxV$ .

## 2) Проверка балки на жесткость

Вычислим допускаемые величины прогибов левой, правой консолей и в пролете балки:

$$[f]_{\text{конс}}^{\text{лев}} = l_1/150 = 400/150 = 2,66 \text{ см.}$$

$$[f]_{\text{конс}}^{\text{прав}} = l_3/150 = 200/150 = 1,33 \text{ см.}$$

$$[f]_{\text{прол}} = l_2/300 = 500/300 = 1,66 \text{ см.}$$

При вычислении максимальных прогибов пользуемся данными таблицы и учтем:

$$1 \text{ КН} \cdot \text{м}^3 = 10^6 \text{ КН} \cdot \text{см}^3, \quad E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ КН/см}^2,$$

для двутавра №50Б1:  $J_x^{\text{ст}} = 36840 \text{ см}^4$ .

Максимальный прогиб левой консоли ( $z_1=0$ ):

$$\max V_{\text{конс}}^{\text{лев}} = \frac{2331 \cdot 10^6}{2.1 \cdot 10^4 \cdot 36840} = 3,01 \text{ см} < [f]_{\text{конс}}^{\text{лев}} = 2,66 \text{ см} - \text{условие не выполняется!}$$

Выбираем по сортаменту следующий номер двутавра: №55Б1, для него  $J_x^{\text{ст}} = 55680 \text{ см}^4$ . Тогда максимальный прогиб левой консоли ( $z_1=0$ ):

$$\max V_{\text{конс}}^{\text{лев}} = \frac{2331 \cdot 10^6}{2.1 \cdot 10^4 \cdot 55680} = 1,99 \text{ см} \leq [f]_{\text{конс}}^{\text{лев}} = 2,66 \text{ см.}$$

Максимальный прогиб правой консоли ( $z_3=11 \text{ м}$ ):

$$\max V_{\text{конс}}^{\text{прав}} = \frac{360 \cdot 10^6}{2.1 \cdot 10^4 \cdot 55680} = 0,308 \text{ см} \leq [f]_{\text{конс}}^{\text{прав}} = 1,33 \text{ см.}$$

Максимальный прогиб в пролете ( $z_2=5 \text{ м}$ ):

$$\max V_{\text{прол}} = \frac{114.5 \cdot 10^6}{2.1 \cdot 10^4 \cdot 55680} = 0,098 \text{ см} \leq [f]_{\text{прол}} = 1,66 \text{ см.}$$

Вывод: подобранный двутавр №55Б1 удовлетворяет требованиям к прочности и жесткости балки.

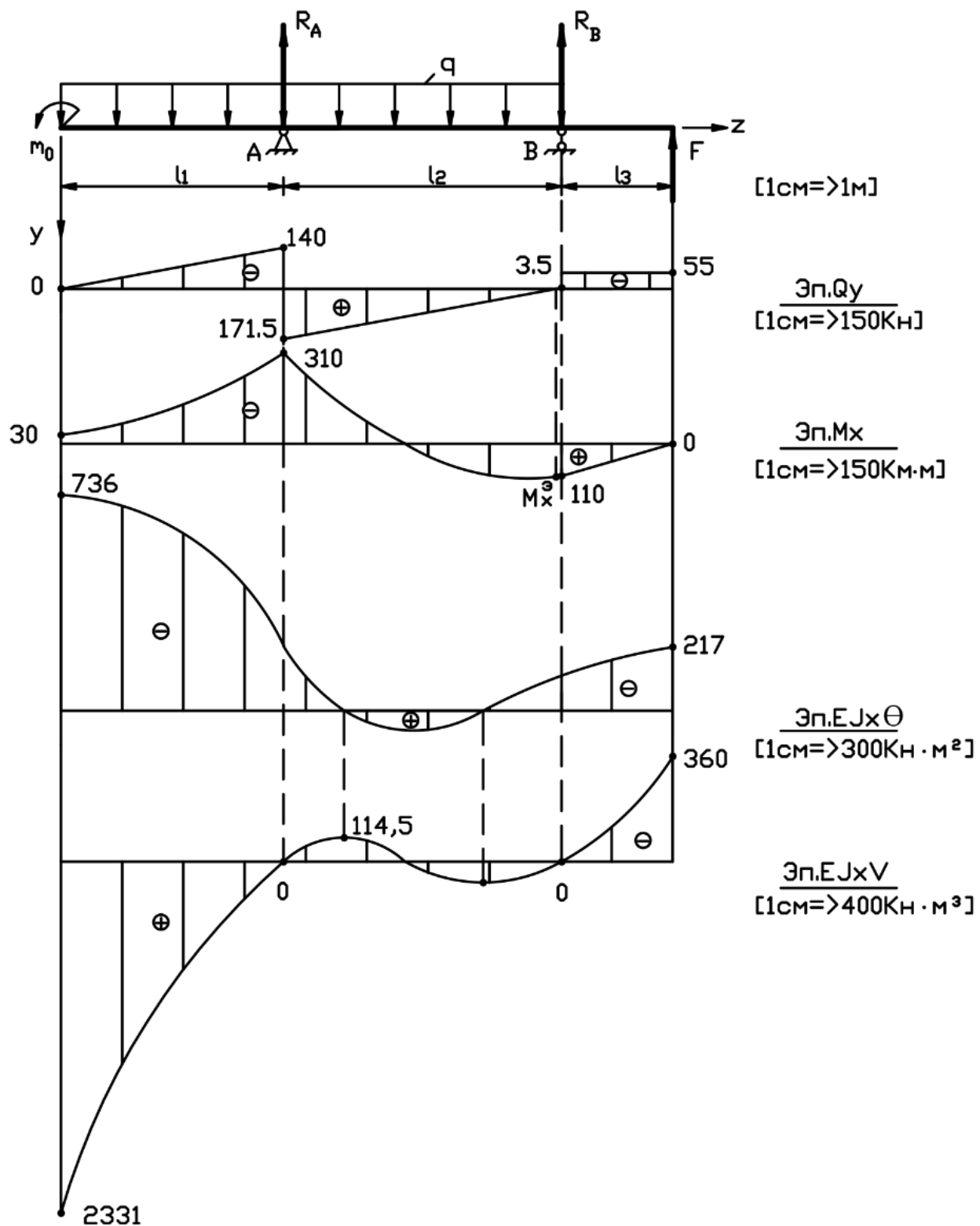


Рис. 1.3. Эпюры перерезывающих усилий, изгибающих моментов, углов поворота (увеличенные в  $EJ_x$  раз) и прогибов двутавровой балки (увеличенные в  $EJ_x$  раз)

## П2. ПРИМЕР РАСЧЕТА БАЛКИ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ЛИРА-САПР

### Начало работы


Для того чтобы открыть программу ЛИРА-САПР необходимо выполнить следующую команду Windows:


**Пуск → Программы → LIRA-SAPR → ЛИРА-САПР 2018 → ЛИРА-САПР 2018**


### Примечания

1. Возможно, в компьютерном классе установлена более ранняя версия программы, например, ЛИРА-САПР 2014, 2015 и т.д. По согласованию с преподавателем может использоваться любая из версий.
2. Открытие программы также возможно с помощью ярлыка, установленного на рабочем столе.

### Этап 1. Создание новой задачи

- Для создания новой задачи откройте меню **Приложения** (верхний левый угол экрана) и выберите пункт **Новый Создать новый проект**.
- В появившемся диалоговом окне **Описание схемы** (рис. 2.1) задайте следующие параметры:
  - признак схемы – 2 (три степени свободы в узле два перемещения и поворот X,Z,Uy,);
  - имя создаваемой задачи – **Иванов\_6АП01\_4809** (при выполнении расчетной работы указывается фамилия, номер группы и четыре цифры, соответствующие шифру; в остальных случаях может задаваться любое имя, например, **Балка**);
  - описание задачи – Расчет балки постоянного поперечного сечения при плоском изгибе. Расчетная работа.
- После щелкните по кнопке  – **Подтвердить**.

Диалоговое окно **Описание схемы** также можно открыть с уже выбранным признаком схемы. Для этого в меню **Приложения** в раскрывающемся списке пункта **Новый** выберите команду – 

**Второй признак схемы (Три степени свободы в узле)** или на панели быстрого доступа в раскрывающемся списке **Новый** выберите команду –  **Второй признак схемы (Три степени свободы в узле)**.

Установка флажка **Результаты расчета в отдельной папке** в диалоговом окне **Описание схемы** дает возможность сохранять все результаты расчета для конкретной задачи в отдельной папке с именем, которое совпадает с именем задачи. Данная папка создается в каталоге хранения результатов расчета. Это удобно в том случае, если нужно найти результаты расчета для конкретной задачи и последующей передачи файлов результатов расчета или просмотра и анализа этих файлов с помощью проводника или других файловых менеджеров.

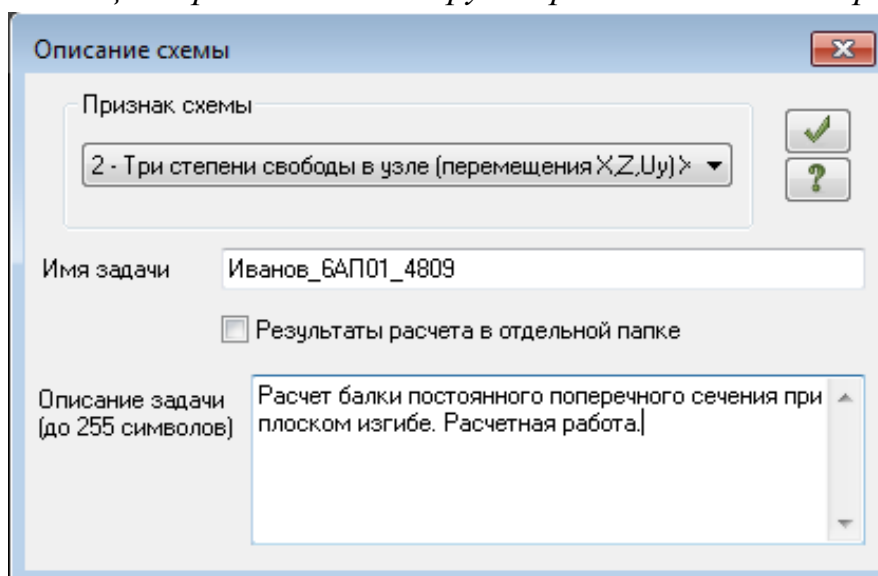


Рис. 2.1. Диалоговое окно **Описание схемы**

#### Настройка единиц измерения, используемых в расчетной работе

- Нажмите **Меню приложений** (левый верхний угол), далее **Настройки** и **Единицы измерения** (рис. 2.2).
- Во вкладке **Единицы измерения** установите на вкладках **Схема** и **Результаты**: геометрию в метрах (м), сечения в (см), нагрузки, напряжения и усилия в килоньютонах (кН), (рис. 2.3).

Диалоговое окно *Единицы измерения* предназначено для настройки единиц измерения, удобных для пользователя. Настройка требуемых единиц измерения может быть выполнена отдельно для расчетной схемы и для результатов расчета. Смена единиц измерения может быть выполнена на любом этапе работы с проектом.
- Щелкните по кнопке **Подтвердить**.



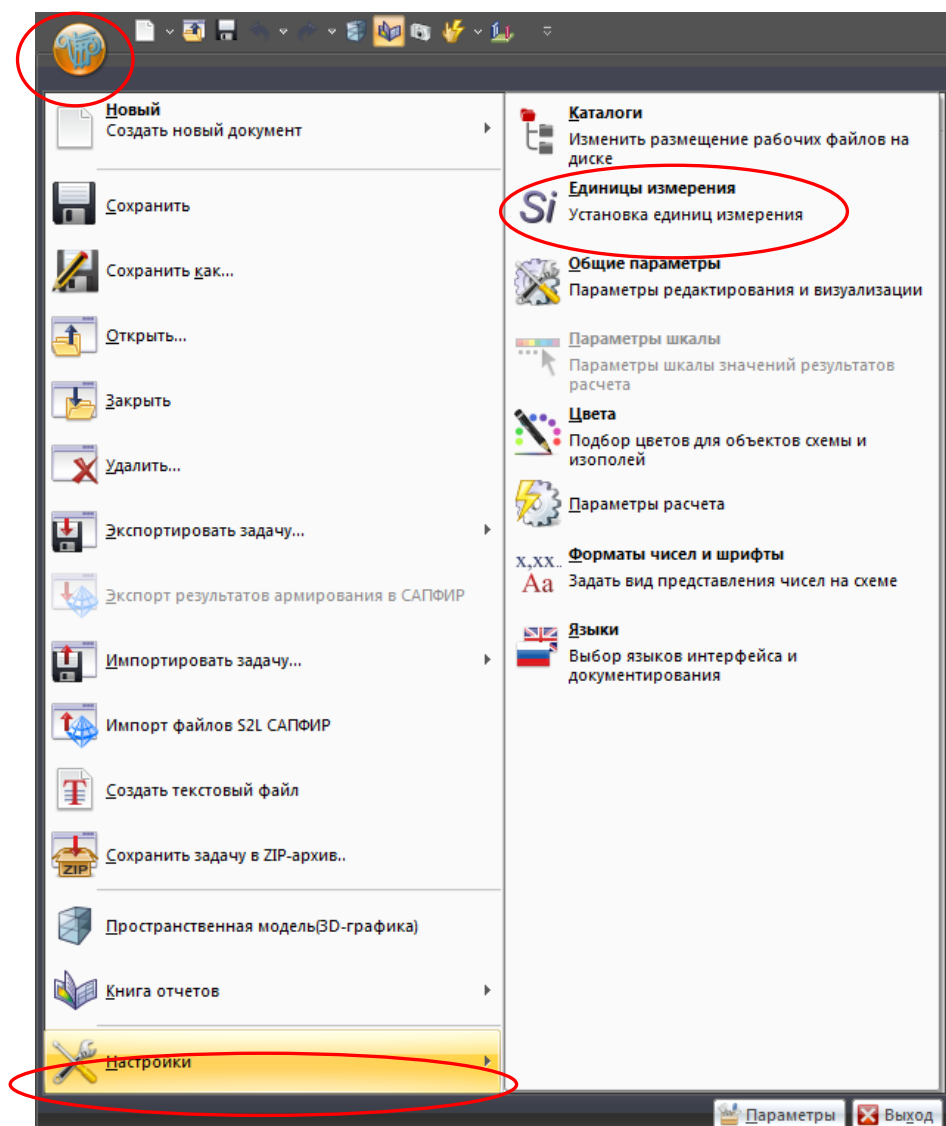


Рис.2.2. Диалоговое окно **Настройки единиц измерения**

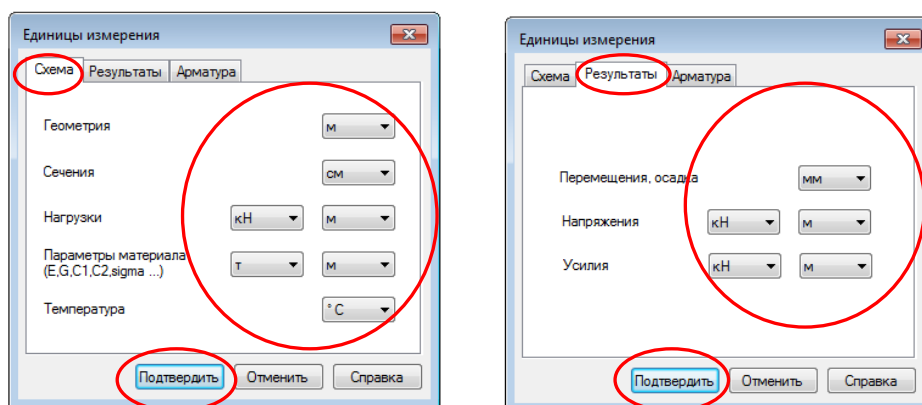


Рис.2.3. Диалоговое окно **Единицы измерения**

## Этап 2. Создание геометрии схемы

➤ Нажмите на **Добавить узел по Координатам** панель **Создание** на вкладке **Создание и редактирование** (рис. 2.4). Диалоговое окно **Добавить узел** предназначено для добавления узлов в расчетную схему.

- Установите первую точку с координатами X (0), Y (0), Z (0).
- Щелкните по кнопке –  **Применить**.

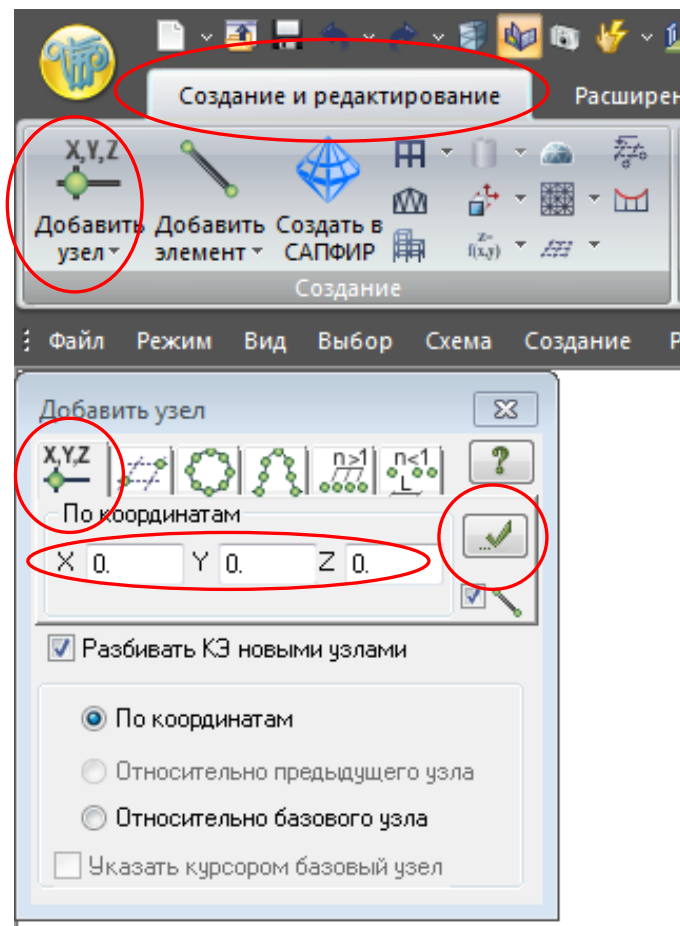





Рис. 2.4. Диалоговое окно **Добавить узел**

- Длины стержней по условию рассматриваемого примера составляют:  $l_1=4$  м,  $l_2=5$  м,  $l_3=2$  м. Поэтому второй точкой будет координата, соответствующая длине (крайней точке) первого стержня X (4), Y (0), Z (0).
- Щелкните по кнопке –  **Применить**.
- Третьей точкой будет координата, соответствующая крайней точке второго стержня X (9), Y (0), Z (0).
- Щелкните по кнопке –  **Применить**

- Четвертой точкой (рис. 2.5) будет координата, соответствующая крайней точке третьего стержня X (11), Y (0), Z (0).
- Щелкните по кнопке –  Применить

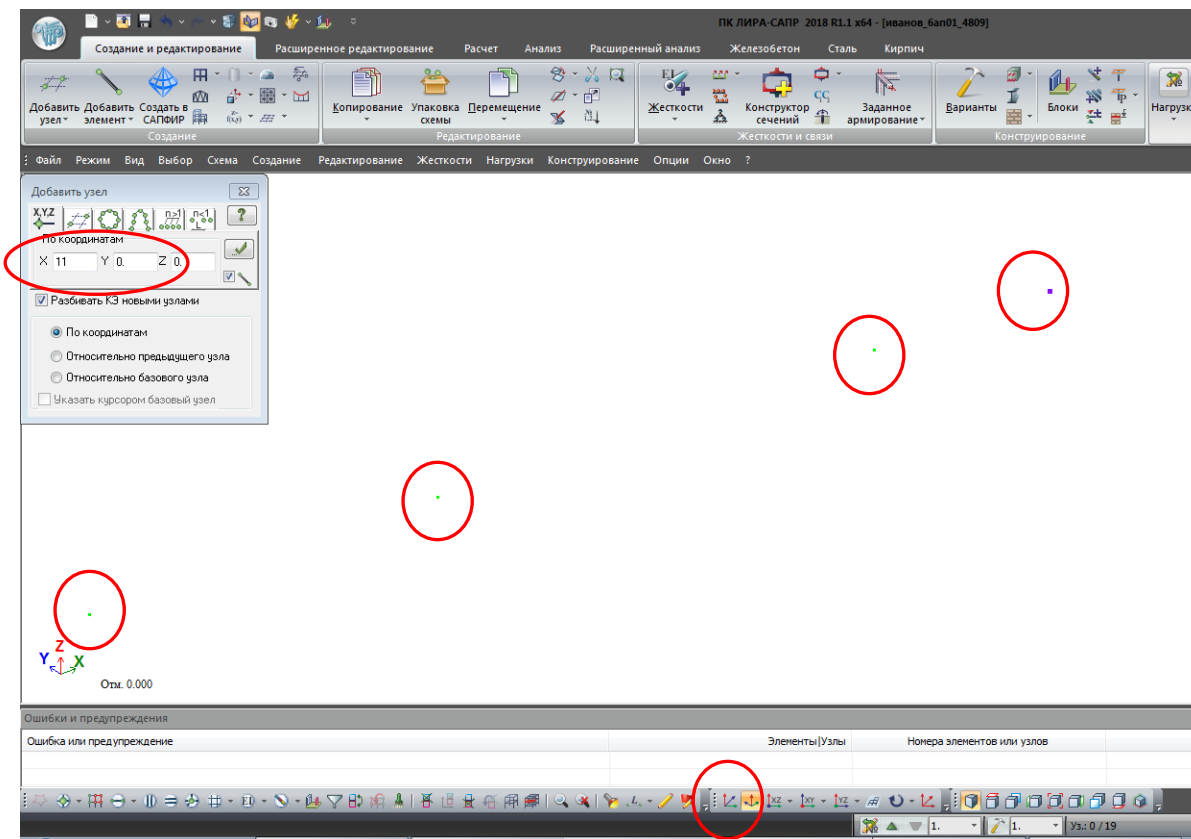
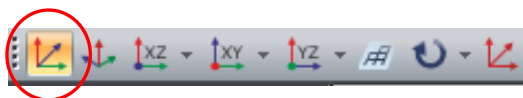


Рис. 2.5. Установка точек на плоскости XOZ

- Для перевода схемы из трехмерной в двумерную (в осях XZ) щелкните по кнопке:



- Соедините установленные точки **Стержнями** (рис. 2.6), соединение выполняется с помощью одиночного указания курсором или растягиванием вокруг нужных узлов «резинового окна» (рис. 2.7).

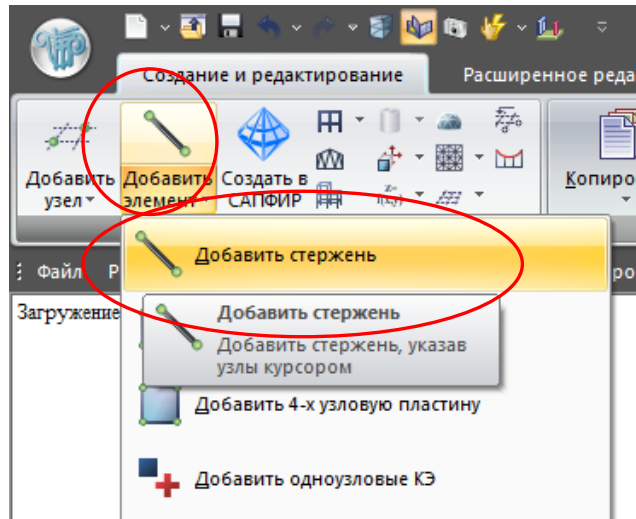


Рис. 2.6. Диалоговое окно **Добавить элемент**

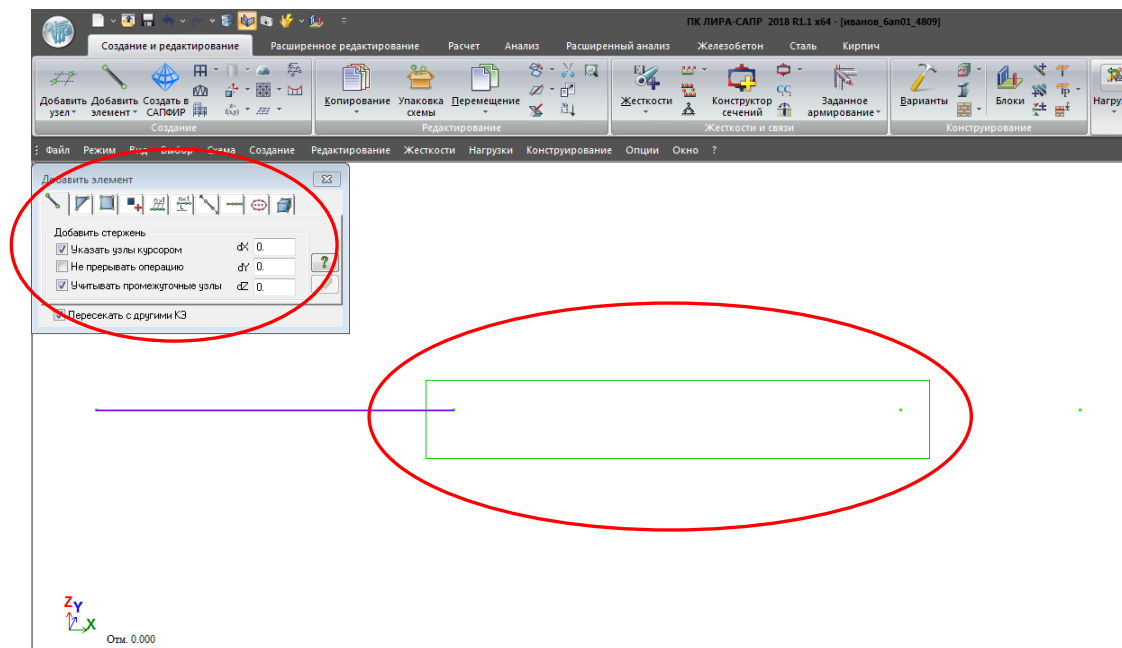




Рис. 2.7. Диалоговое окно **Добавить элемент**

### Вывод на экран номеров узлов

- Щелкните по кнопке  – **Флаги рисования** на панели инструментов **Панель выбора** (по умолчанию находится в нижней области рабочего окна).
- В диалоговом окне **Показать** перейдите на вторую закладку **Узлы** и установите флажок **Номера узлов**.
- После этого щелкните по кнопке  – **Перерисовать** (рис. 2.8).

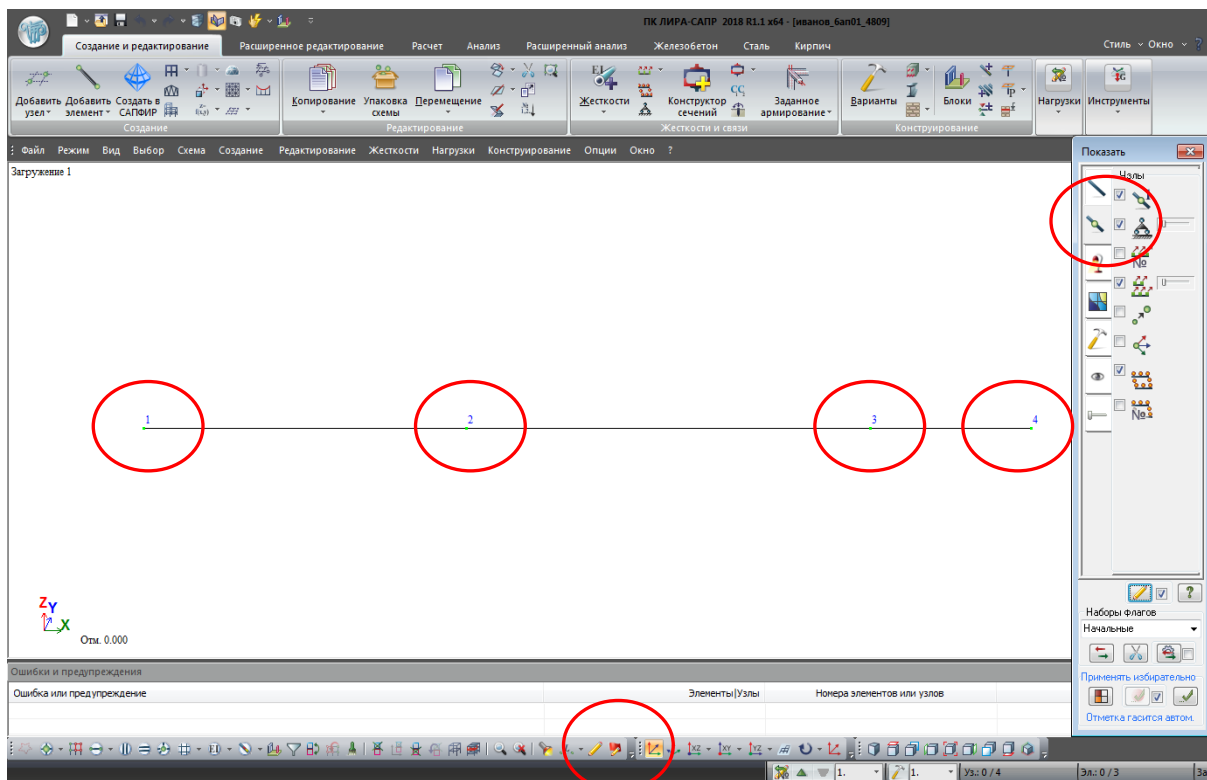
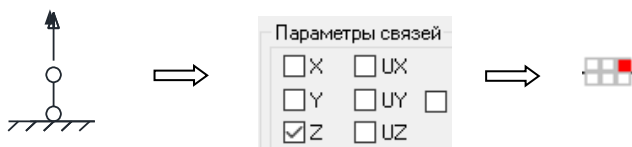


Рис. 2.8. Установка номеров узлов

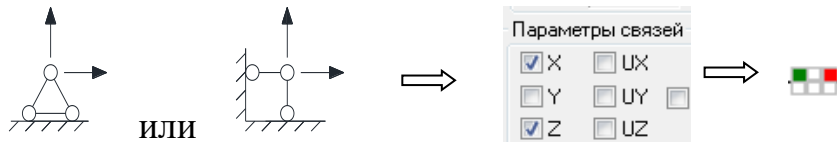
### Этап 3. Задание граничных условий

Виды используемых в работе опор (закреплений) и возникающих опорных реакций:

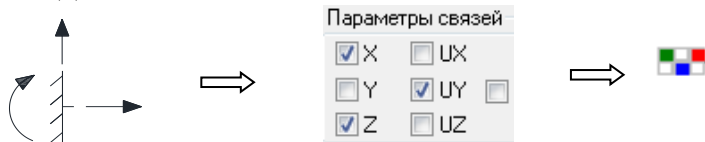
#### - шарнирно-подвижная опора:






#### - шарнирно-неподвижная опора:





#### - заделка:



### Задание граничных условий в узле № 2

- Щелкните по кнопке –  **Отметка узлов** в раскрывающемся списке **Отметка узлов** на панели инструментов **Панель выбора** (по умолчанию находится в нижней области рабочего окна).
- С помощью курсора отметьте узел № 2 (узел окрасится в красный цвет).  
Отметка выполняется с помощью одиночного указания курсором или растягиванием вокруг нужных узлов «резинового окна».
- Вызовите окно **Связи в узлах**, кнопка  вкладки **Жесткости и связи** (рис. 2.9).
- В окне **Связи в узлах** задайте шарнирно неподвижную опору, отметив флажками направления, по которым запрещены перемещения узлов (X, Z).
- Щелкните по кнопке –  **Добавить связи в отмеченных узлах**.
- После назначения связи узел окрасится в синий цвет.

### Задание граничных условий в узле № 3

- С помощью курсора отметьте узел № 3 (узел окрасится в красный цвет).
- Вызовите окно **Связи в узлах**, кнопка  вкладки **Жесткости и связи**.
- В окне **Связи в узлах** задайте шарнирно подвижную опору, отметив флажками направления, по которым запрещены перемещения узлов (Z).
- Щелкните по кнопке –  **Добавить связи в отмеченных узлах**.
- Для проверки установленных связей потяните кнопку **Визуализация связей** в правую сторону (рис. 2.10).
- После контроля типов установленных связей верните кнопку **Визуализация связей** в свое первоначальное положение.

## **Этап 4. Задание жесткостных параметров элементам схемы**

Для расчета необходимо задать жесткостные параметры элементов. Их количество зависит от типа конечных элементов. К этим параметрам относятся: площади поперечных сечений, моменты инерции сечений, модули упругости и сдвига.

Общая схема задания жесткостных характеристик такова:

- вводятся числовые данные жесткостных характеристик. Каждый набор характеристик называется **типом жесткости** или просто **жесткость**.

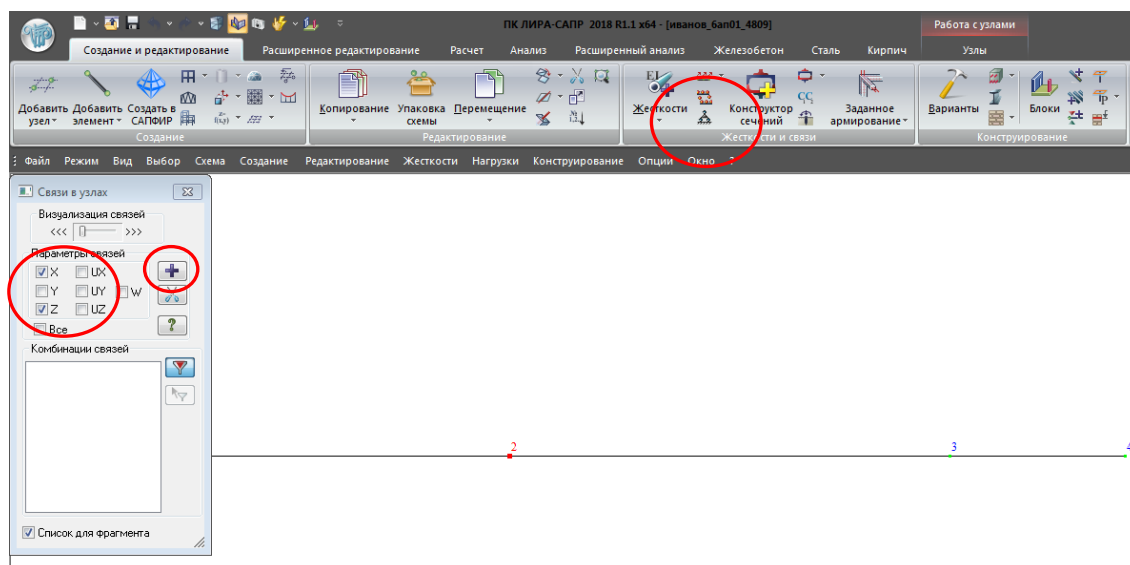


Рис. 2.9. Установка связей в узлах

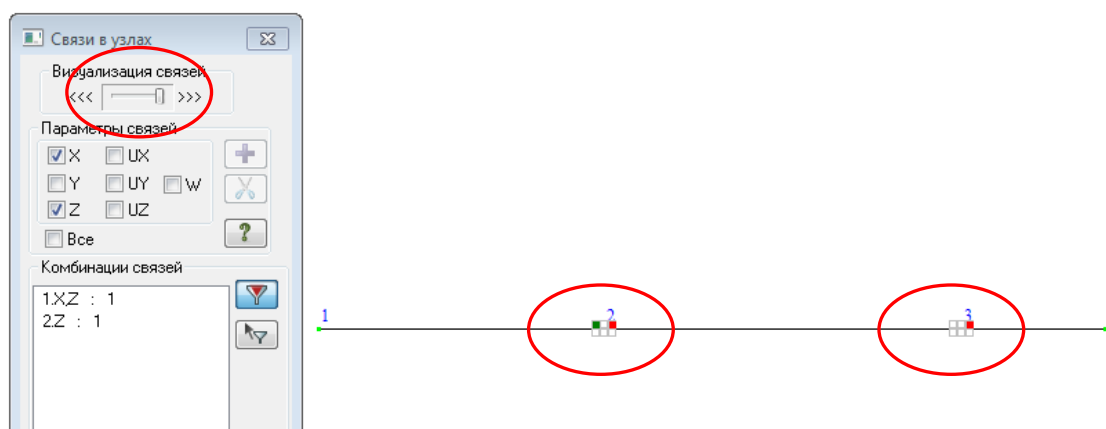



Рис. 2.10. Установка визуализации связей в узлах

- Каждому типу жесткости присваивается порядковый номер.
- Один из типов жесткости назначается текущим.
- На расчетной схеме отмечаются элементы, которым будет присвоена текущая жесткость.
- Кнопкой **Назначить** всем выделенным элементам присваиваются жесткостные характеристики, содержащиеся в текущем типе жесткости.

Диалоговое окно **Добавить жесткость**, которое вызывается щелчком по кнопке **Добавить** диалогового окна **Жесткости и материалы** при активной закладке **Жесткости**, имеет три закладки графического меню и предоставляет доступ к **библиотеке жесткостных характеристик**. По умолчанию открывается закладка **Стандартные типы сечений**. Две других закладки содержат: диалоговые окна для задания характеристик из базы типовых сечений **стального проката** и диалоговые окна для задания параметров

пластин и объемных элементов, а также численных жесткостных параметров, соответствующих некоторым типам конечных элементов.

### Формирование типов жесткости

- Щелчком по кнопке  – **Жесткости и материалы** (панель **Жесткости** и связи на вкладке **Создание и редактирование**) вызовите диалоговое окно **Жесткости и материалы**.
- Измените установленные по умолчанию нормы расчета на последний актуальный вариант (рис. 2.11).
- Щелкните по кнопке – **Применить**.
- В этом же окне **Жесткости и материалы** щелкните по кнопке **Добавить** для того, чтобы вывести список стандартных типов сечений.
- В библиотеке закладки **База металлических сечений** появившегося окна выберите двойным щелчком мыши **Двутавр** (рис. 2.12).

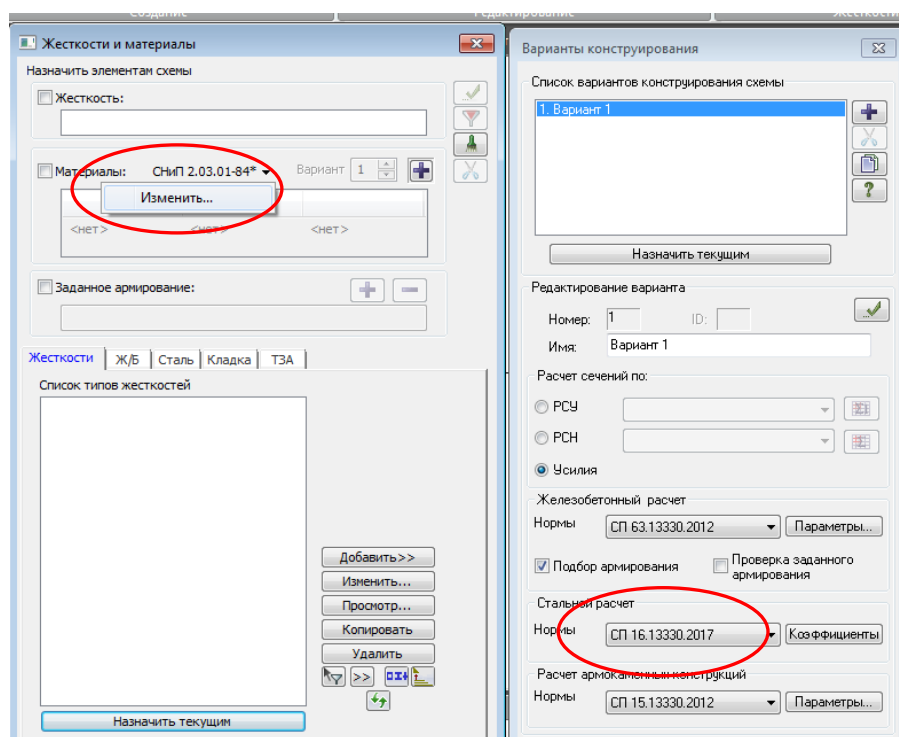


Рис. 2.11. Установка норм для расчета

- В открывшемся окне **Стальные сечения** выберите соответствующий профиль: **Двутавры стальные горячекатанные с параллельными гранями полок. Тип Б – Балочные нормальные двутавры (ГОСТ Р 57837-2017)** (рис. 2.13).



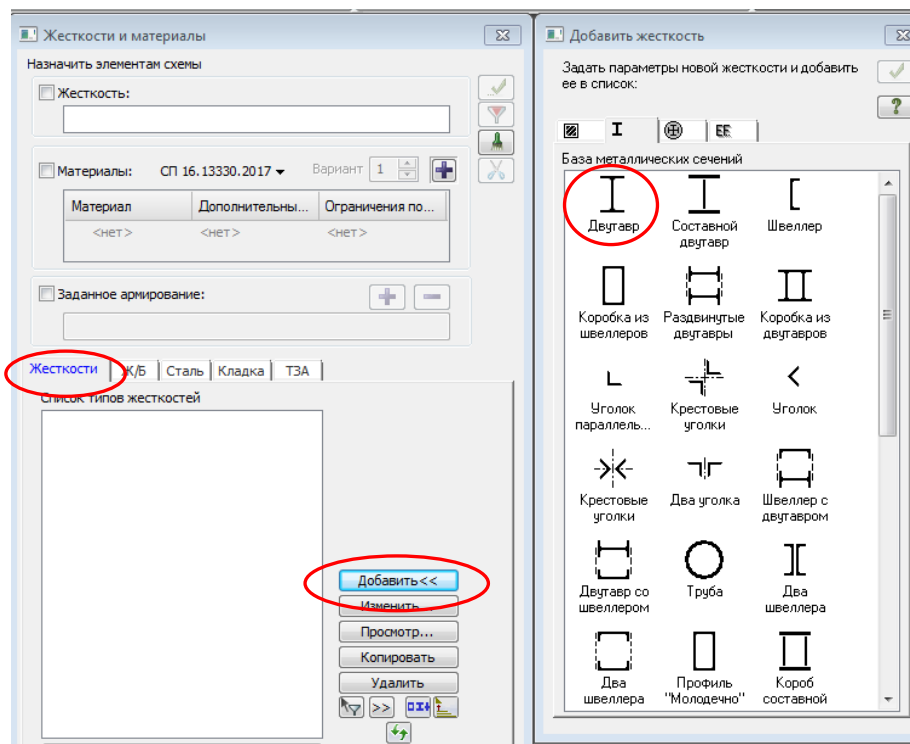


Рис. 2.12. Задание жесткости сечения

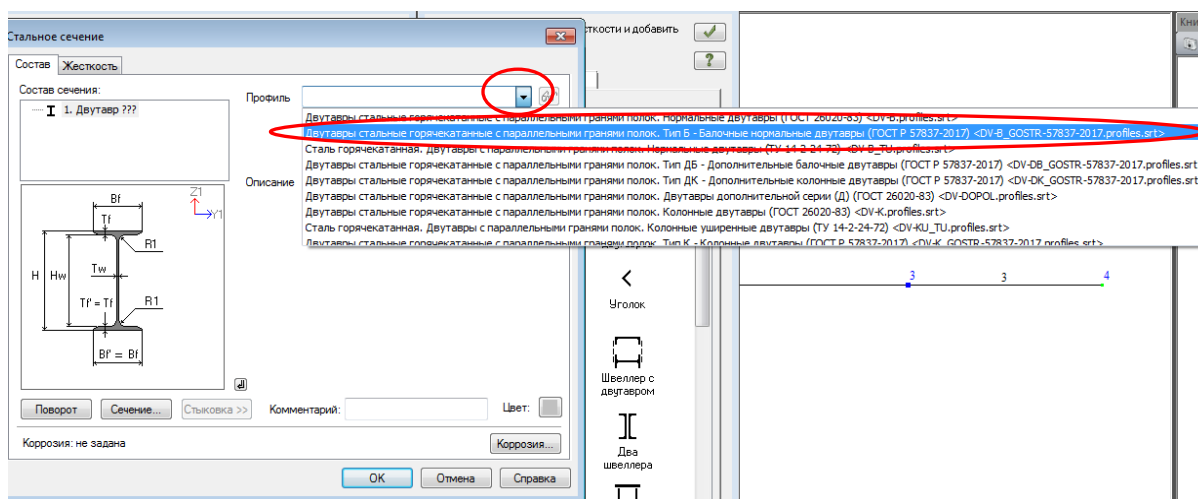

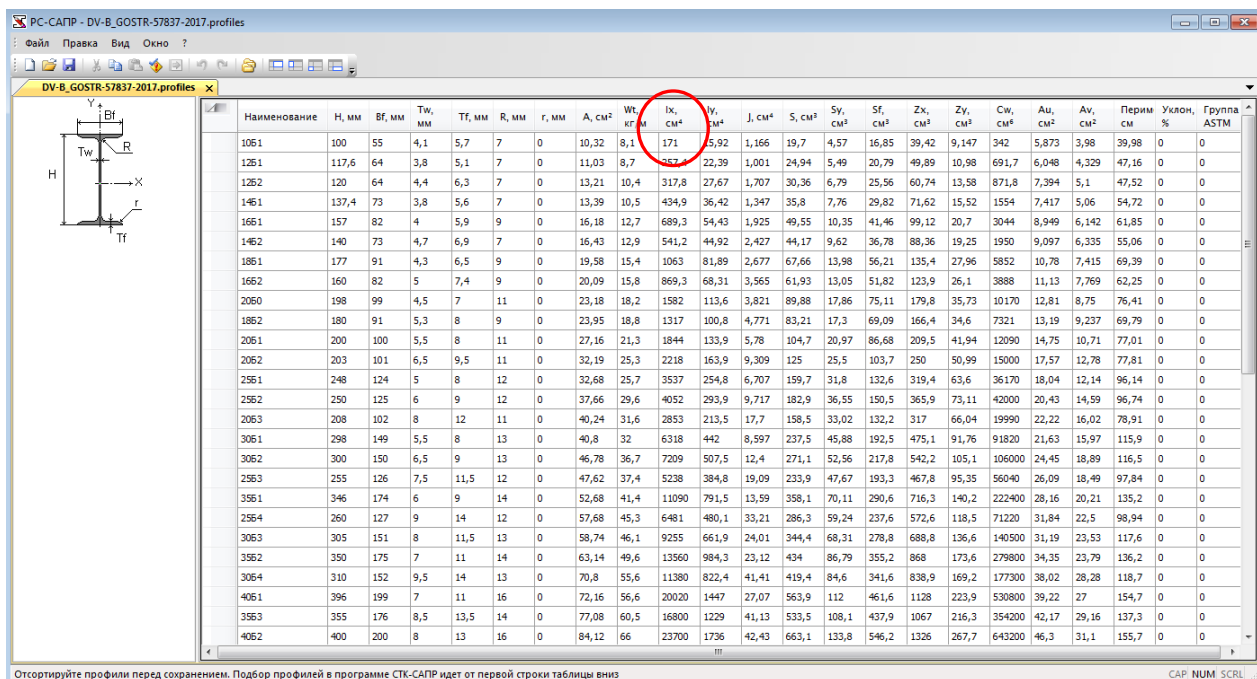


Рис. 2.13. Задание профиля сечения

- Нажав на кнопку  рядом с выбранным профилем, можно проконтролировать геометрические характеристики применяемого сечения в **Системе редактирования стальных сортаментов**, ориентируясь на момент инерции относительно оси X -  $I_x$  (рис. 2.14).



PC-CAPR - DV-B\_GOSTR-57837-2017.profiles

Файл Правка Вид Окно ?

DV-B\_GOSTR-57837-2017.profiles x

Наименование H, мм Bf, мм Tw, мм Tf, мм R, мм r, мм A, см² Wx, кг/м Ix, см⁴ Iy, см⁴ J, см⁴ Sx, см³ Sy, см³ Sx, см³ Sy, см³ Zx, см³ Zy, см³ Cwx, см⁴ Cwy, см⁴ Av, см² Перим. см Уклон. % Группа ASTM

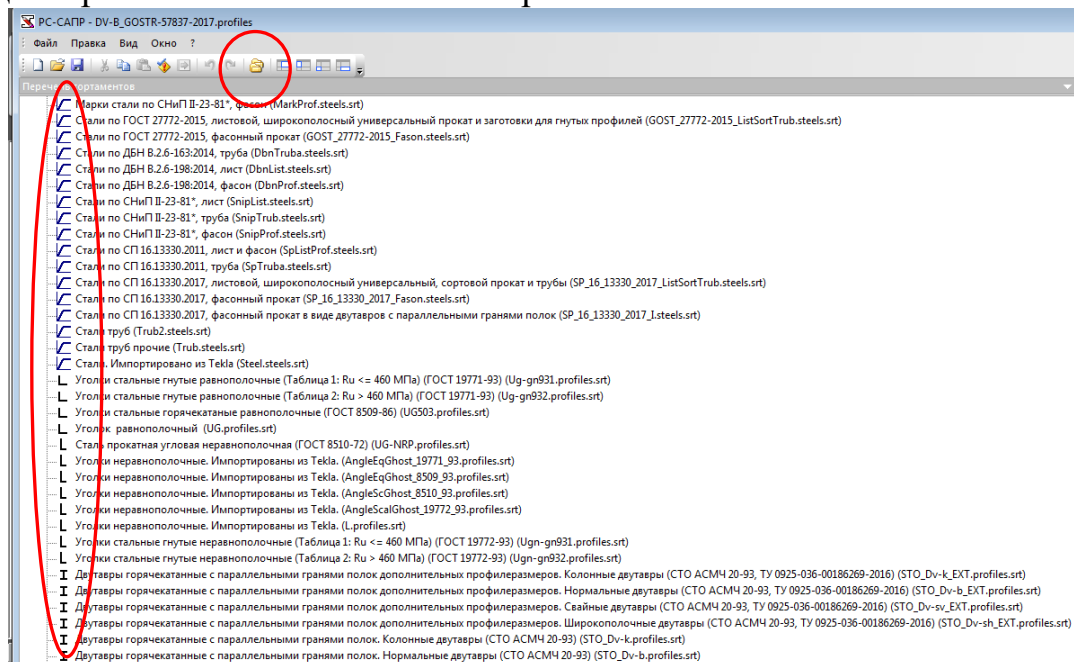
1061	100	55	4,1	5,7	7	0	10,32	8,1	171	5,92	1,166	19,7	4,57	16,85	39,42	9,147	342	5,873	3,98	39,98	0	0
1261	117,6	64	3,8	5,1	7	0	11,03	8,7	257	22,39	1,001	24,94	5,49	20,79	49,89	10,98	691,7	6,048	4,329	47,16	0	0
1262	120	64	4,4	6,3	7	0	13,21	10,4	317,8	27,67	1,707	30,36	6,79	25,56	60,74	13,58	871,8	7,394	5,1	47,52	0	0
1461	137,4	73	3,8	5,6	7	0	13,39	10,5	434,9	36,42	1,347	35,8	7,76	29,82	71,62	15,52	1554	7,417	5,06	54,72	0	0
1661	157	82	4	5,9	9	0	16,18	12,7	689,3	54,43	1,925	49,55	10,35	41,46	99,12	20,7	3044	8,949	6,142	61,85	0	0
1462	140	73	4,7	6,9	7	0	16,43	12,9	541,2	44,92	2,427	44,17	9,62	36,78	88,36	19,25	1950	9,097	6,335	55,06	0	0
1861	177	91	4,3	6,5	9	0	19,58	15,4	1063	81,89	2,677	67,66	13,98	56,21	135,4	27,96	5852	10,78	7,415	69,39	0	0
1662	160	82	5	7,4	9	0	20,09	15,8	869,3	68,31	3,565	61,93	13,05	51,82	123,9	26,1	3888	11,13	7,769	62,25	0	0
2060	198	99	4,5	7	11	0	23,18	18,2	1582	113,6	3,821	89,88	17,86	75,11	179,8	35,73	10170	12,81	8,75	76,41	0	0
1862	180	91	5,3	8	9	0	23,95	18,8	1317	100,8	4,771	83,21	17,3	69,09	166,4	34,6	7321	13,19	9,237	69,79	0	0
2061	200	100	5,5	8	11	0	27,16	21,3	1844	133,9	5,78	104,7	20,97	86,68	209,5	41,94	12090	14,75	10,71	77,01	0	0
2062	203	101	6,5	9,5	11	0	32,19	25,3	2218	163,9	9,309	125	25,5	103,7	250	50,99	15000	17,57	12,78	77,81	0	0
2561	248	124	5	8	12	0	32,68	25,7	3537	254,8	6,707	159,7	31,8	132,6	319,4	63,6	36170	18,04	12,14	96,14	0	0
2562	250	125	6	9	12	0	37,66	29,6	4052	293,9	9,717	182,9	36,55	150,5	365,9	73,11	42000	20,43	14,59	96,74	0	0
2063	208	102	8	12	11	0	40,24	31,6	2853	213,5	17,7	158,5	33,02	132,2	317	66,04	19990	22,22	16,02	78,91	0	0
3061	298	149	5,5	8	13	0	40,8	32	6318	442	8,597	237,5	45,88	192,5	475,1	91,76	91820	21,63	15,97	115,9	0	0
3062	300	150	6,5	9	13	0	46,78	36,7	7209	507,5	12,4	271,1	52,56	217,8	542,2	105,1	106000	24,45	18,89	116,5	0	0
2563	255	126	7,5	11,5	12	0	47,62	37,4	5238	384,8	19,09	233,9	47,67	193,3	467,8	95,35	56040	26,09	18,49	97,84	0	0
3561	346	174	6	9	14	0	52,68	41,4	11090	791,5	13,59	358,1	70,11	290,6	716,3	140,2	222400	28,16	20,21	135,2	0	0
2564	260	127	9	14	12	0	57,68	45,3	6481	480,1	33,21	286,3	59,24	237,6	572,6	118,5	71220	31,84	22,5	98,94	0	0
3063	305	151	8	11,5	13	0	58,74	46,1	9255	661,9	24,01	344,4	68,31	278,8	688,8	136,6	140500	31,19	23,53	117,6	0	0
3562	350	175	7	11	14	0	63,14	49,6	13560	984,3	23,12	434	86,79	355,2	868	173,6	279800	34,25	23,79	136,2	0	0
3064	310	152	9,5	14	13	0	70,8	55,6	11380	822,4	41,41	419,4	84,6	341,6	838,9	169,2	177300	38,02	28,28	118,7	0	0
4061	396	199	7	11	16	0	72,16	56,6	20020	1447	27,07	563,9	112	461,6	1128	223,9	530800	39,22	27	154,7	0	0
3563	355	176	8,5	13,5	14	0	77,08	60,5	16800	1229	41,13	533,5	108,1	437,9	1067	216,3	354200	42,17	29,16	137,3	0	0
4062	400	200	8	13	16	0	84,12	66	23700	1736	42,43	663,1	133,8	546,2	1326	267,7	643200	46,3	31,1	155,7	0	0

Отсортируйте профили перед сохранением. Подбор профилей в программе СГК-САПР идет от первой строки таблицы вниз

CAP. NUM. SCRL

Рис. 2.14. Система редактирования стальных сортаментов

- В окне **Системы редактирования стальных сортаментов** можно просмотреть весь перечень сортаментов, применяемых в расчетном комплексе ЛИРА-САПР (рис.2.15). Следует отметить, что **Система редактирования стальных сортаментов** позволяет создавать и редактировать пользовательские сортаменты.



PC-CAPR - DV-B\_GOSTR-57837-2017.profiles

Файл Правка Вид Окно ?

Перечень сортаментов

- Марки стали по СНиП II-23-81\*, фланец (MarkProf.steels.srt)
- Сталь по ГОСТ 27772-2015, листовая, широкополосный универсальный прокат и заготовки для гнутых профилей (GOST\_27772-2015\_ListSortTub.steels.srt)
- Сталь по ГОСТ 27772-2015, фасонный прокат (GOST\_27772-2015\_Fason.steels.srt)
- Сталь по ДБН В.2.6-163:2014, труба (DbnTruba.steels.srt)
- Сталь по ДБН В.2.6-198:2014, лист (DbnList.steels.srt)
- Сталь по ДБН В.2.6-198:2014, фасон (DbnProf.steels.srt)
- Сталь по СНиП II-23-81\*, лист (SnipList.steels.srt)
- Сталь по СНиП II-23-81\*, труба (SnipTrub.steels.srt)
- Сталь по СНиП II-23-81\*, фасон (SnipProf.steels.srt)
- Сталь по СП 16.13330.2011, лист и фасон (SpListProf.steels.srt)
- Сталь по СП 16.13330.2011, труба (SpTruba.steels.srt)
- Сталь по СП 16.13330.2017, листовая, широкополосный универсальный, сортовой прокат и трубы (SP\_16\_13330\_2017\_ListSortTub.steels.srt)
- Сталь по СП 16.13330.2017, фасонный прокат (SP\_16\_13330\_2017\_Fason.steels.srt)
- Сталь по СП 16.13330.2017, фасонный прокат в виде двутавров с параллельными гранями полок (SP\_16\_13330\_2017\_I.steels.srt)
- Сталь труб (Trub2.steels.srt)
- Сталь труб прочие (Trub.steels.srt)
- Сталь, Имортировано из Tekla (Steel.steels.srt)
- Углови стальные гнутые равнополочные (Таблица 1: Ru <= 460 МПа) (ГОСТ 19771-93) (Ug-gn931.profiles.srt)
- Углови стальные гнутые равнополочные (Таблица 2: Ru > 460 МПа) (ГОСТ 19771-93) (Ug-gn932.profiles.srt)
- Углови стальные горячекатаные равнополочные (ГОСТ 8509-86) (UG503.profiles.srt)
- Углови равнополочный (UG.profiles.srt)
- Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510-72) (UG-NRP.profiles.srt)
- Углови неравнополочные. Имортированы из Tekla. (AngleEqGhost\_19771\_93.profiles.srt)
- Углови неравнополочные. Имортированы из Tekla. (AngleEqGhost\_8509\_93.profiles.srt)
- Углови неравнополочные. Имортированы из Tekla. (AngleScGhost\_8510\_93.profiles.srt)
- Углови неравнополочные. Имортированы из Tekla. (AngleScGhost\_19772\_93.profiles.srt)
- Углови неравнополочные. Имортированы из Tekla. (L.profiles.srt)
- Углови стальные гнутые неравнополочные (Таблица 1: Ru <= 460 МПа) (ГОСТ 19772-93) (Ugn-gn931.profiles.srt)
- Углови стальные гнутые неравнополочные (Таблица 2: Ru > 460 МПа) (ГОСТ 19772-93) (Ugn-gn932.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок дополнительных профилируемых. Колонные двутавры (СТО АСМЧ 20-93, ТУ 0925-036-00186269-2016) (STO\_Dv-k\_EXT.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок дополнительных профилируемых. Нормальные двутавры (СТО АСМЧ 20-93, ТУ 0925-036-00186269-2016) (STO\_Dv-b\_EXT.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок дополнительных профилируемых. Свайные двутавры (СТО АСМЧ 20-93, ТУ 0925-036-00186269-2016) (STO\_Dv-sv\_EXT.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок дополнительных профилируемых. Широкополочные двутавры (СТО АСМЧ 20-93, ТУ 0925-036-00186269-2016) (STO\_Dv-sh\_EXT.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок. Колонные двутавры (СТО АСМЧ 20-93) (STO\_Dv-k.profiles.srt)
- Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок. Нормальные двутавры (СТО АСМЧ 20-93) (STO\_Dv-b.profiles.srt)

Рис. 2.15. Перечень сортаментов

- Задайте номер двутавра, например **50Б1** и нажмите **ОК** (рис. 2.16).

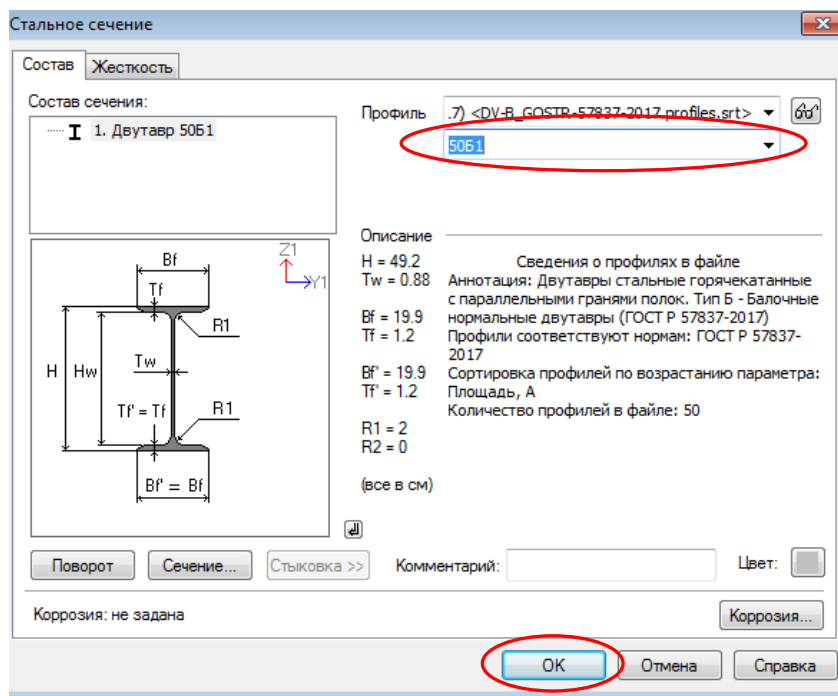


Рис. 2.16. Выбор номера двутавра

- В окне **Жесткости и материалы** перейдите на вкладку **Сталь** (рис. 2.17).

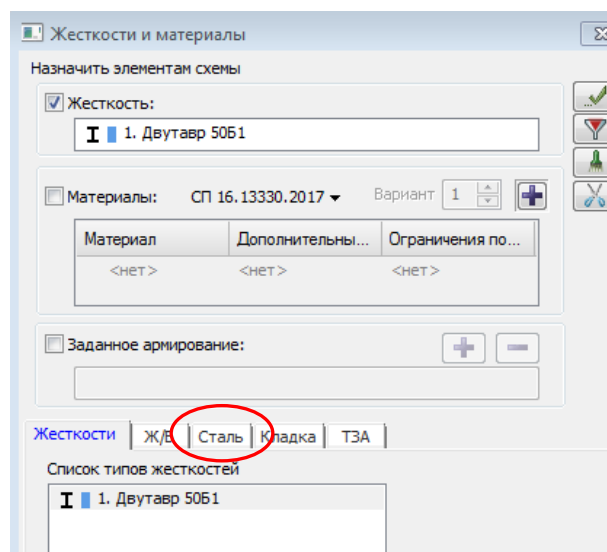


Рис. 2.17. Вкладка параметров для стальных сооружений

- Последовательно задайте **Материал**, **Дополнительные характеристики** и **Ограничения подбора** стальных конструкций (рис. 2.18). Задание параметров стальных конструкций осуществляется кнопкой **Добавить**.

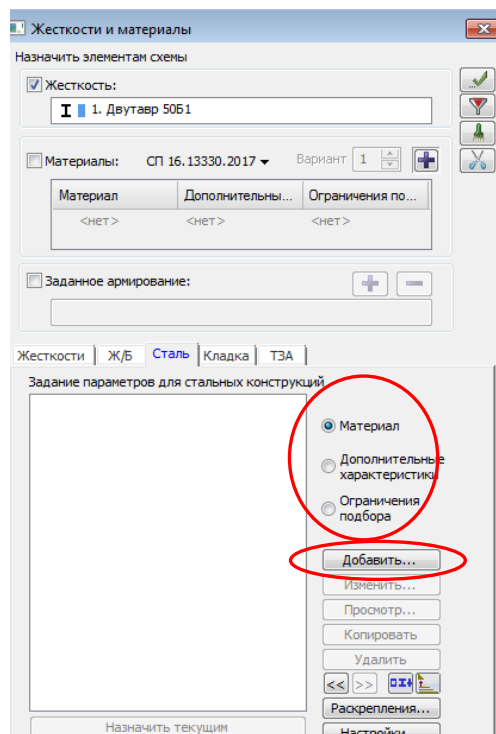


Рис. 2.18. Задание параметров для стальных сооружений

➤ Во вкладке **Параметры** задания **Материала** стальной конструкции добавьте:

- в графе **Комментарий** к слову Материал – сталь С245
- в таблице сталей выберите **СП 16.13330.2017**
- выберите марку стали **С245** (рис. 2.19)
- нажмите **ОК**.

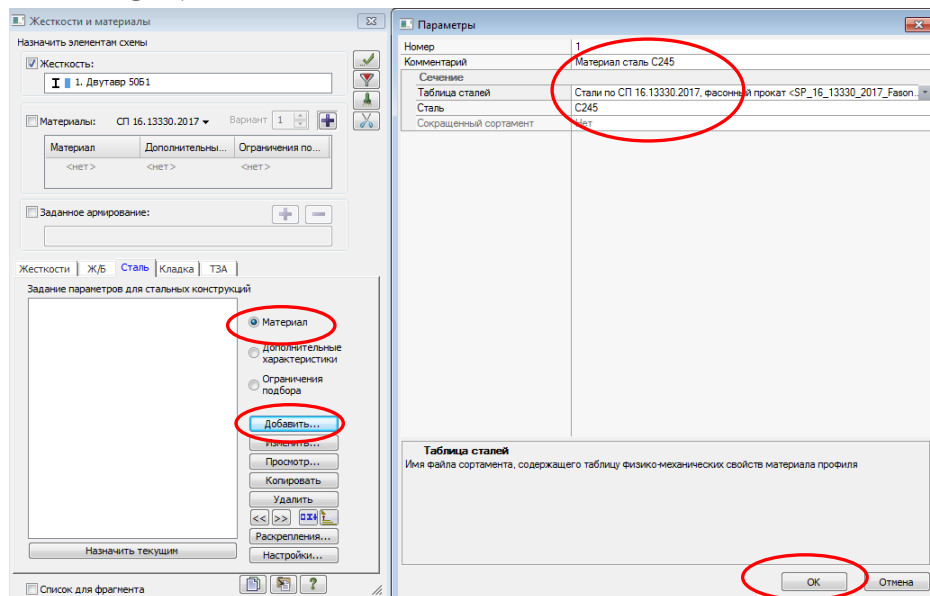


Рис. 2.19. Задание параметров материала

➤ Во вкладке **Параметры** задания **Дополнительных характеристик** необходимо задать характеристики для пролета и консолей балки.

- Нажмите **Добавить**
- Измените «**Характеристики**» на «**Пролет**», отметьте – **Балка**, измените максимально допустимый прогиб в пролете на **1/300**
- Нажмите **ОК** (рис. 2.20).
- Снова нажмите **Добавить**
- Измените «**Характеристики**» на «**Консоль**», отметьте – **Балка**, измените максимально допустимый прогиб на консоли на **1/150**
- Нажмите **ОК** (рис. 2.21).

➤ Во вкладке **Параметры** задания **Ограничений подбора** оставьте все по умолчанию и нажмите **ОК** (рис. 2.22).

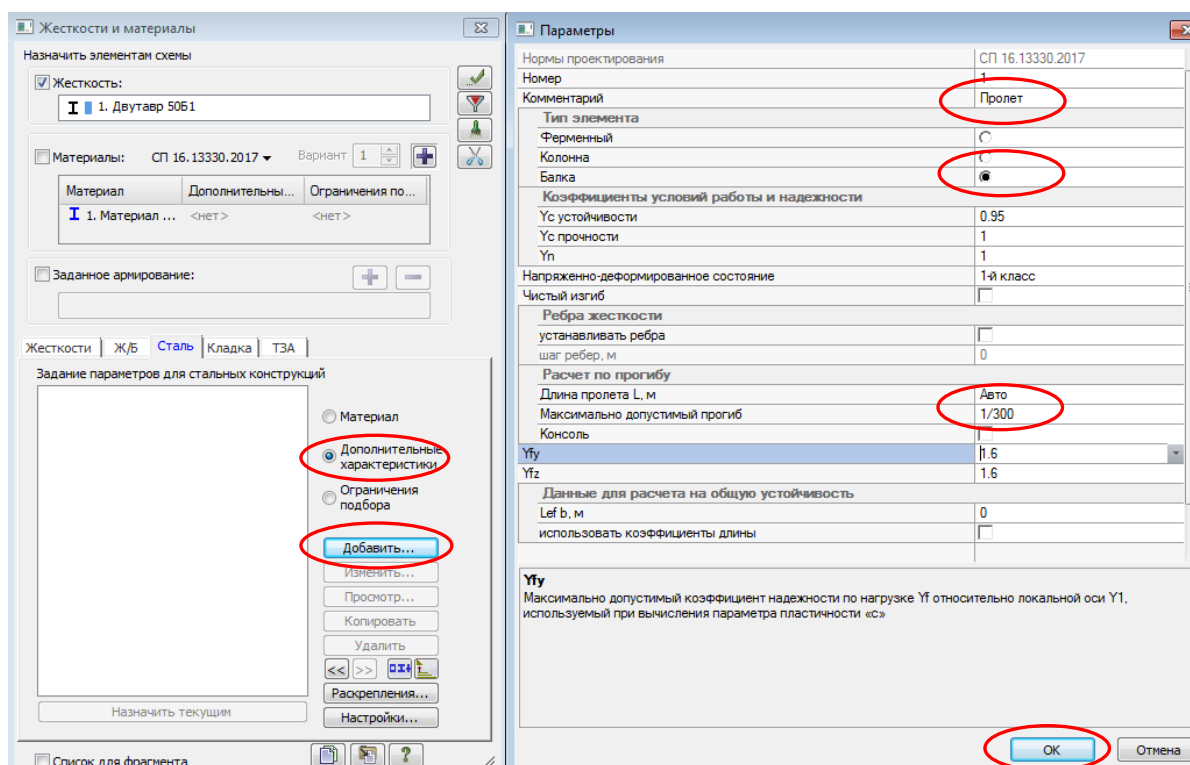


Рис. 2.20. Задание характеристик для «пролета» балки

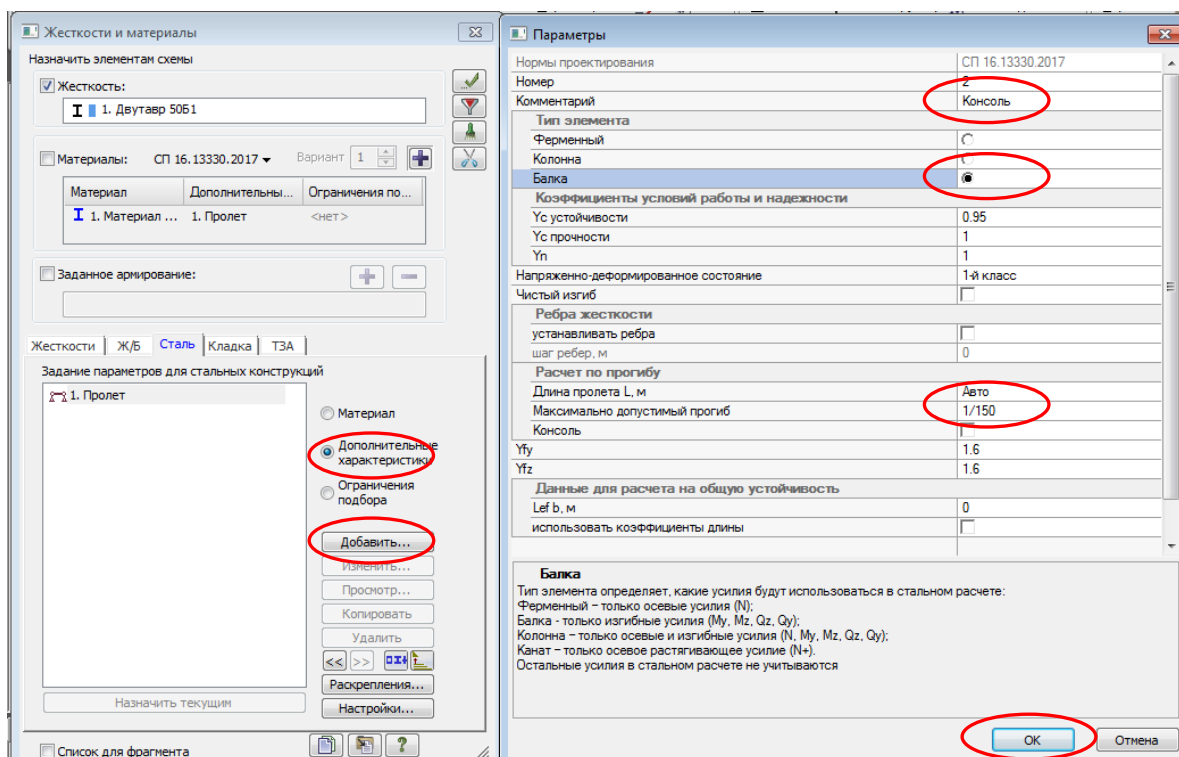


Рис. 2.21. Задание характеристик для «консоли» балки

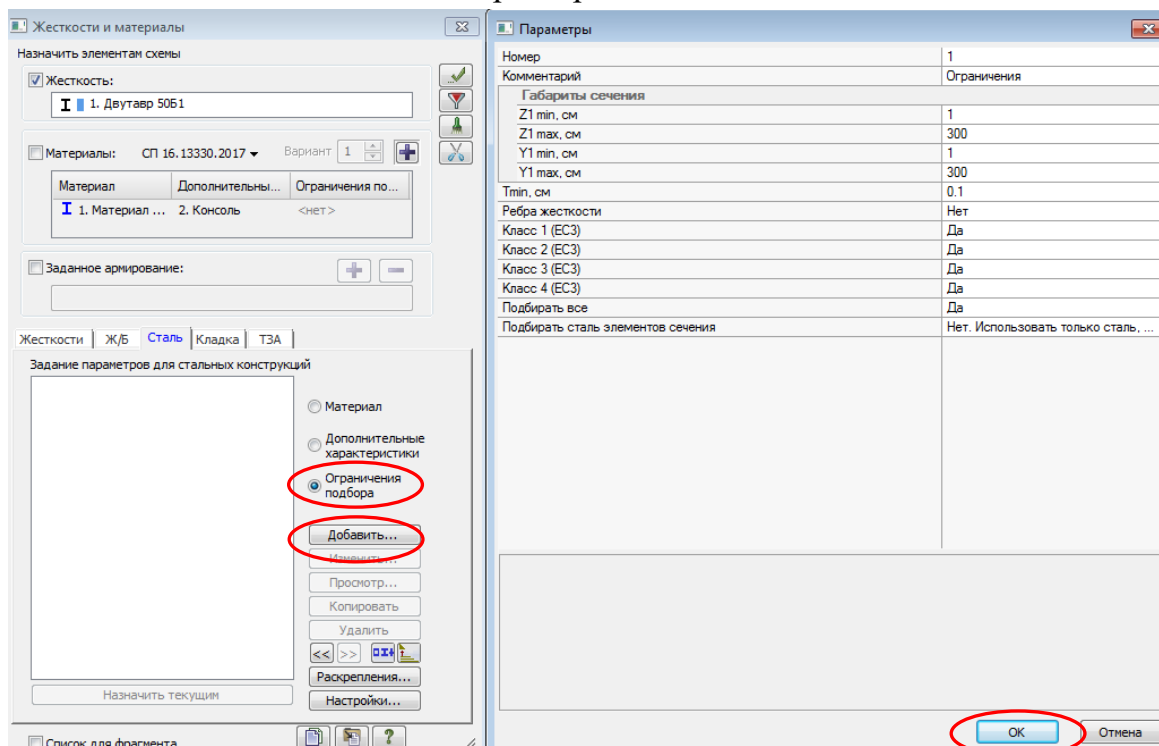


Рис. 2.22. Задание «ограничений подбора» балки

➤ Выделите стержень № 2 (стержень между двух опор), он окрасится в красный цвет.



- Щелчком по кнопке – **Жесткости и материалы** (панель **Жесткости** и связи на вкладке **Создание и редактирование**) вызовите диалоговое окно **Жесткости и материалы**.
- Перейдите на вкладку **Сталь**, и в **Дополнительных характеристиках** дважды щелкните на «**Пролет**».
- Нажмите **Применить** (рис. 2.23).
- Стержень должен окраситься в черный цвет.

➤ Выделите стержень № 1 и № 3 (консольные стержни), они окрасятся в красный цвет.



- Щелкните по кнопке – **Жесткости и материалы**
- Перейдите на вкладку **Сталь** и в **Дополнительных характеристиках** дважды щелкните на «**Консоль**».
- Нажмите **Применить** (рис. 2.24).
- Стержень должен окраситься в черный цвет.

## Этап 5. Задание нагрузок

➤ На любое здание или сооружение действуют **постоянные** и **временные** нагрузки, имеющие различную долю длительности и **коэффициенты надежности** по нагрузке. Данные нагрузки обычно задаются в различных загрузениях (каждому загрузению присваивается номер, произвольное имя и вид. Загружение может содержать любое количество нагрузок. Номер, имя и вид загрузки присваиваются с помощью диалогового окна **Редактор загрузений** панели **Нагрузки** на вкладке **Создание и редактирование**), реализованных в программном комплексе ЛИРА-САПР.

➤ По умолчанию в начале работы программы принято имя **Загружение 1**. Вид загрузки позволяет автоматически формировать таблицу РСУ с параметрами, принятыми по умолчанию. Взаимосвязь между загрузениями задается в таблице РСУ. **Задание нагрузок** Нагрузки на узлы и элементы задаются с помощью диалогового окна **Задание нагрузок**, которое вызывается после выбора одной из команд раскрывающегося списка **Нагрузки на узлы и элементы** (панель **Нагрузки** на вкладке **Создание и редактирование**). Диалоговое окно содержит закладки для задания нагрузок на узлы, стержни, пластины, объемные элементы и суперэлементы, а также для задания нагрузок для расчета на динамику во времени.

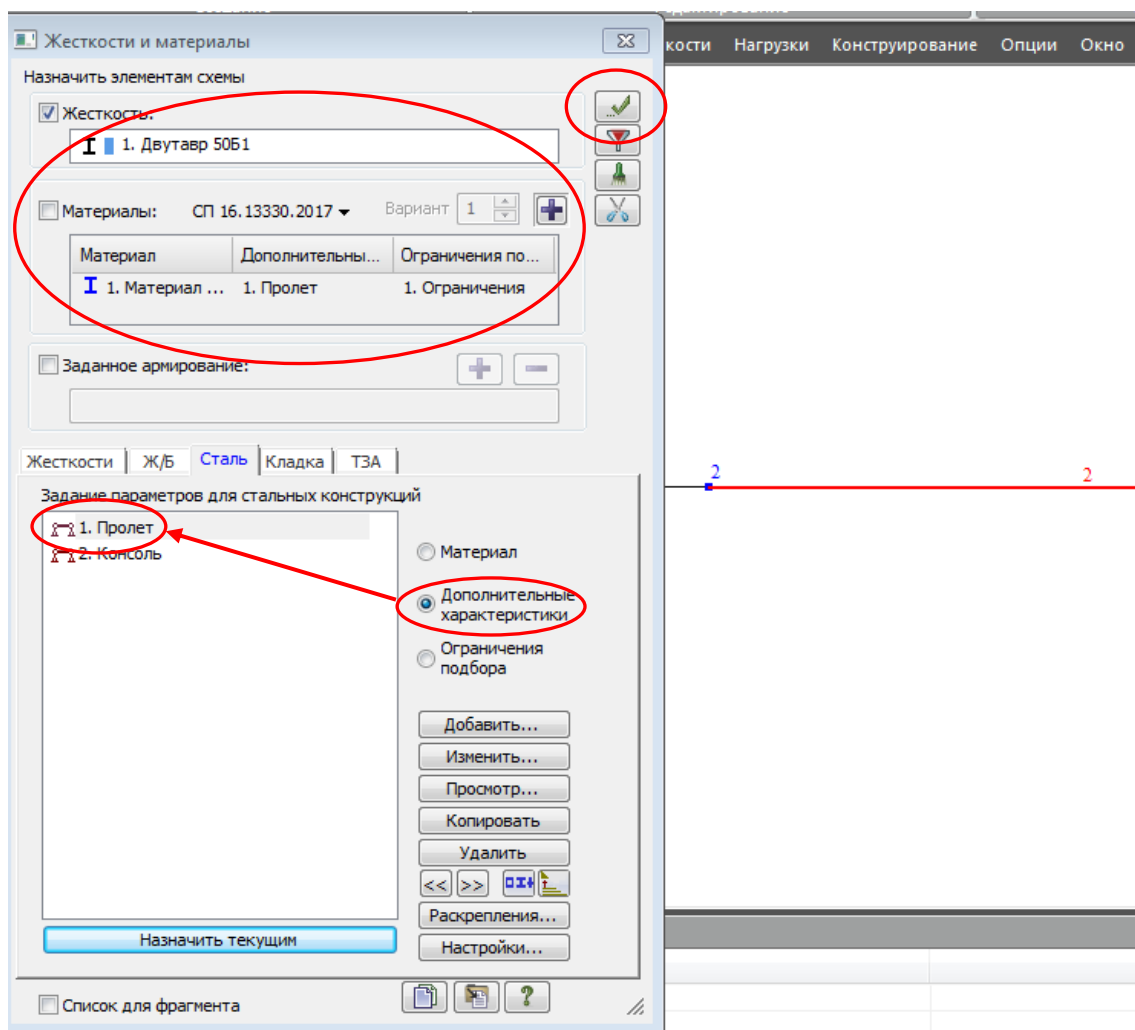


Рис. 2.23. Присвоение отмеченному элементу выбранного типа жесткости

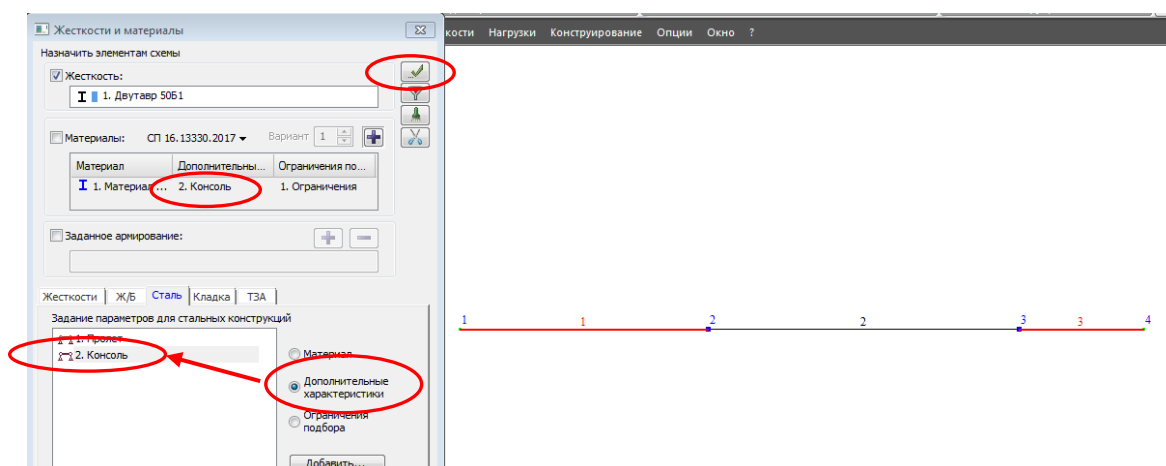




Рис. 2.24. Присвоение отмеченному элементу выбранного типа жесткости




➤ По умолчанию принимается, что **нагрузки принадлежат одному и тому же текущему загрузению**, номер которого был задан заранее. Окно содержит также закладку для **корректировки или удаления нагрузок текущего загрузения**. В окне содержатся радио-кнопки для задания систем координат – **глобальной, местной (для элемента), локальной (для узла)** и **направления воздействия – X, Y, Z**, а также кнопки для задания **статической нагрузки** (коричневый цвет), **заданного смещения** (желтый цвет) и **динамического воздействия** (розовый цвет) – меню этих кнопок изменяется в зависимости от типа загружаемого конечного элемента. При нажатии этих кнопок вызывается диалоговое окно для задания параметров нагрузки. Приложенные нагрузки и воздействия заносятся в поле списка нагрузок – **Текущая нагрузка**.

В нашей работе (учебной) нагрузки, прикладываемые к расчетным схемам, имеют только **постоянный** характер, поэтому задание различных загрузений производиться **не будет**.

#### Вывод на экран номеров элементов


- Щелкните по кнопке  – **Флаги рисования** на панели инструментов **Панель выбора** (по умолчанию находится в нижней области рабочего окна).
- В диалоговом окне **Показать** перейдите на первую закладку **Элементы** и установите флажок **Номера элементов**.
- После этого щелкните по кнопке  – **Перерисовать** (рис. 2.25).

#### Задание информации о загрузениях

- Вызовите диалоговое окно **Редактор загрузений** щелчком по кнопке **Редактор загрузений** (панель **Нагрузки** на вкладке **Создание и редактирование**).
- Для **Загрузения 1** в поле **Имя** введите: *Собственный вес и постоянные нагрузки*.
- В раскрывающемся списке **Вид** выберите строку: **Постоянное** и щелкните по кнопке  – **Применить**. В списке загрузений должна появиться строка, соответствующая загрузению 1 (рис. 2.26).

#### Формирование загрузения

##### **Собственный вес балки**

- Для задания нагрузки от собственного веса перейдите в меню **Нагрузки** нажмите на кнопку  **Добавить собственный вес**.

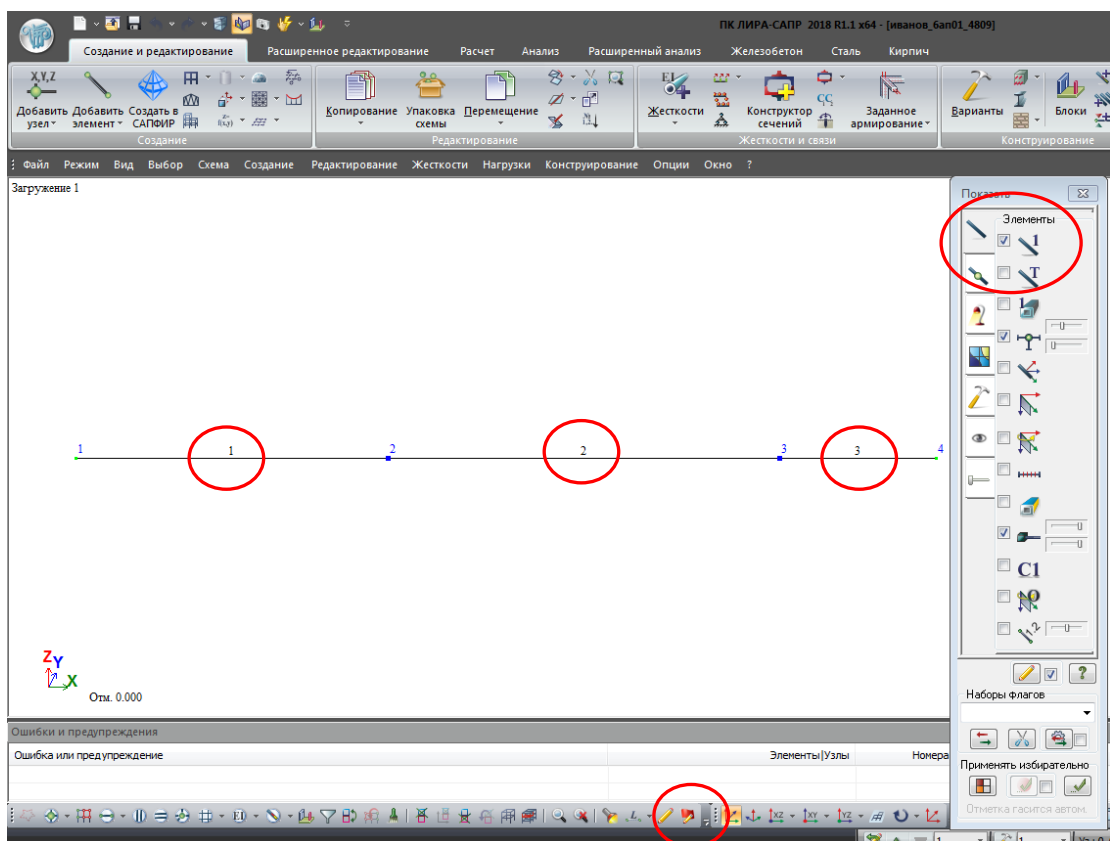


Рис. 2.25. Установка номеров элементов

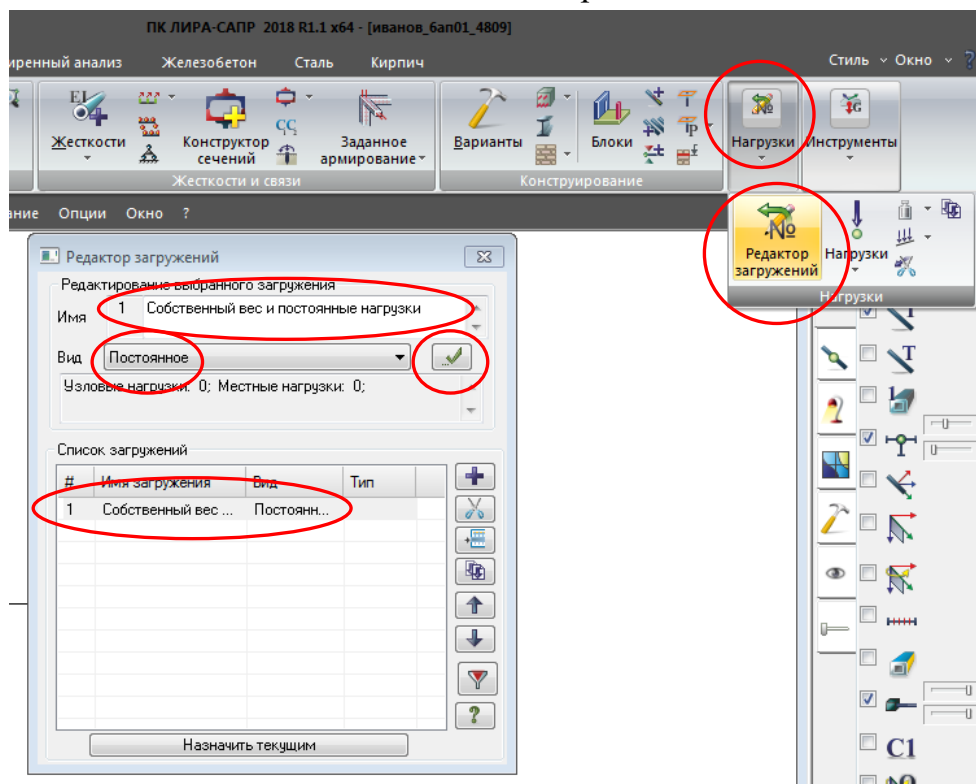




Рис. 2.26. Задание «постоянного» нагружения

- В окне **Добавить собственный вес** укажите коэффициент надежности по нагрузке: **1.05**.
- Нажмите **Применить**.
- В связи с тем, что в нашей работе при «ручном» расчете собственный вес стального двутавра не учитывался, необходимо удалить присвоенный балке собственный вес кнопкой в меню **Нагрузки**  **Удалить собственный вес**. В дальнейшем, при проведении других расчетов, собственный вес конструкции необходимо задавать.

## Приложение локальных моментов

- Выделите на схеме точку, в которой приложен локальный момент  $m_0$  (узел номер 1).
- Вызовите диалоговое окно **Задание нагрузок** с помощью меню **Нагрузки** и кнопки  **Нагрузки на узлы и элементы**.
- Отметьте систему координат **Глобальная** (установлена по умолчанию), направление – вдоль оси **Y** (ось Y перпендикулярна плоскости в которой приложены нагрузки, поворот осуществляется относительно этой оси) (рис. 2.27).

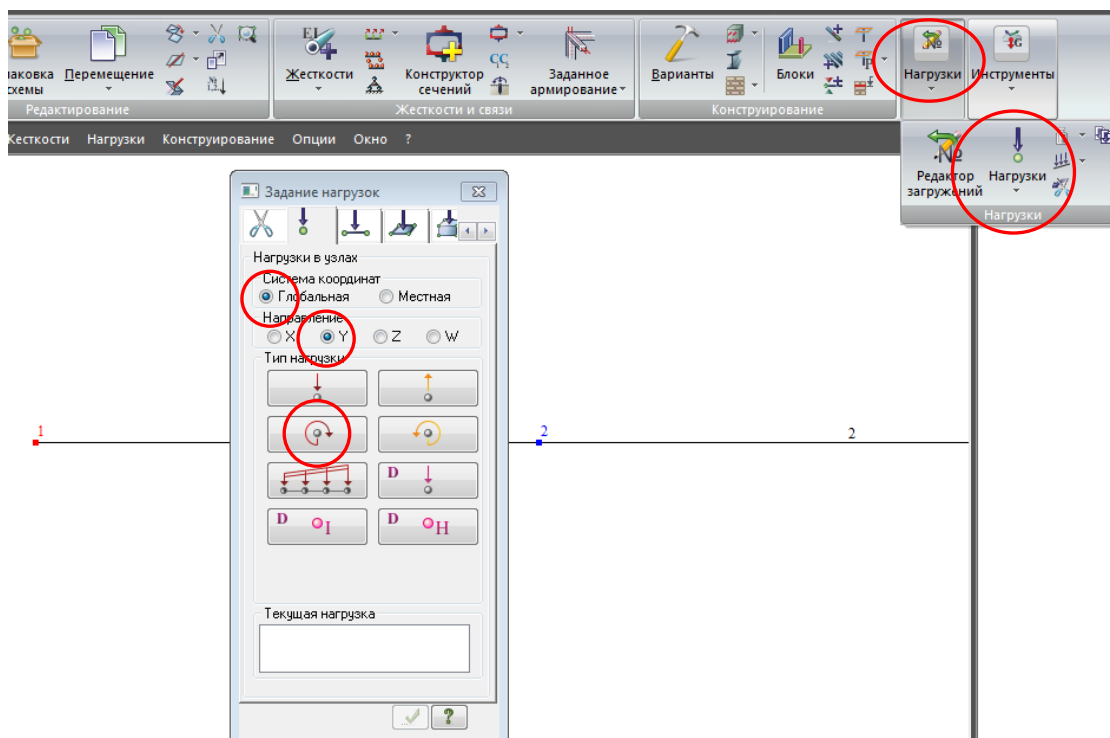


Рис. 2.27. Задание локальных моментов

- Щелчком по кнопке **Локального момента** вызовите окно **Параметры нагрузки** в этом окне задайте значение нагрузки **30кН\*м** (рис. 2.28).
- Щелкните по кнопке **Подтвердить**.

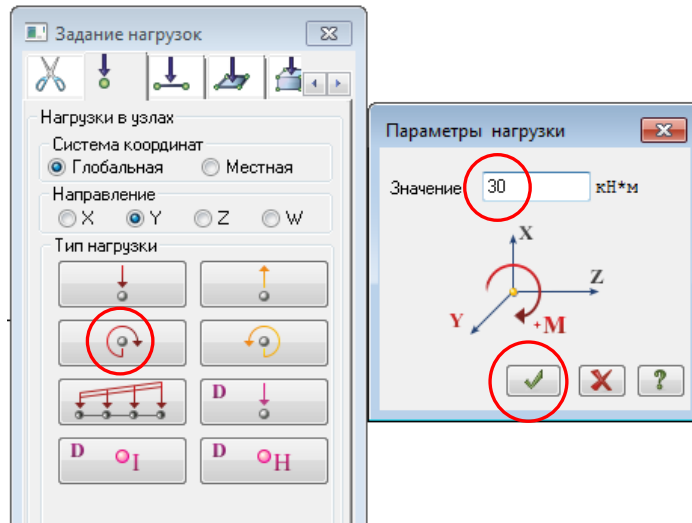


Рис. 2.28. Задание параметров нагрузки локального момента

### Приложение сосредоточенных сил

- Выделите на схеме точку, в которой приложена сосредоточенная сила **F** (узел номер 4).
- Вызовите диалоговое окно **Задание нагрузок** с помощью меню **Нагрузки** и кнопки **Нагрузки на узлы и элементы**.
- Отметьте систему координат **Глобальная** (установлена по умолчанию), направление – вдоль оси **Z**.
- Щелчком по кнопке **Сосредоточенной силы** вызовите окно **Параметры нагрузки** в этом окне задайте значение нагрузки: **-55кН** (рис. 2.29).

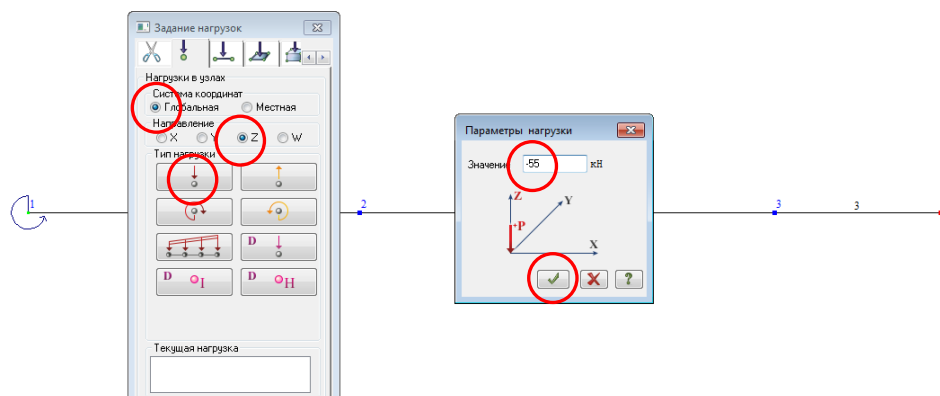



Рис. 2.29. Задание параметров нагрузки сосредоточенной силы

- Щелкните по кнопке **Подтвердить**.

### Приложение распределенных (погонных) нагрузок

- Выделите на схеме стержень 1 и 2, к которым приложена распределенная нагрузка  $q$  (в системе ЛИРА-САПР обозначение  $P$ ).
- Вызовите диалоговое окно **Задание нагрузок** с помощью меню **Нагрузки** и кнопки  **Нагрузки на стержни**.
- Отметьте систему координат **Глобальная** (установлена по умолчанию), направление – вдоль оси **Z**.
- Щелчком по кнопке **Распределенные нагрузки** вызовите окно **Параметры нагрузки** в этом окне задайте значение нагрузки: **35кН/м** (рис. 2.30).
- Щелкните по кнопке **Подтвердить**.

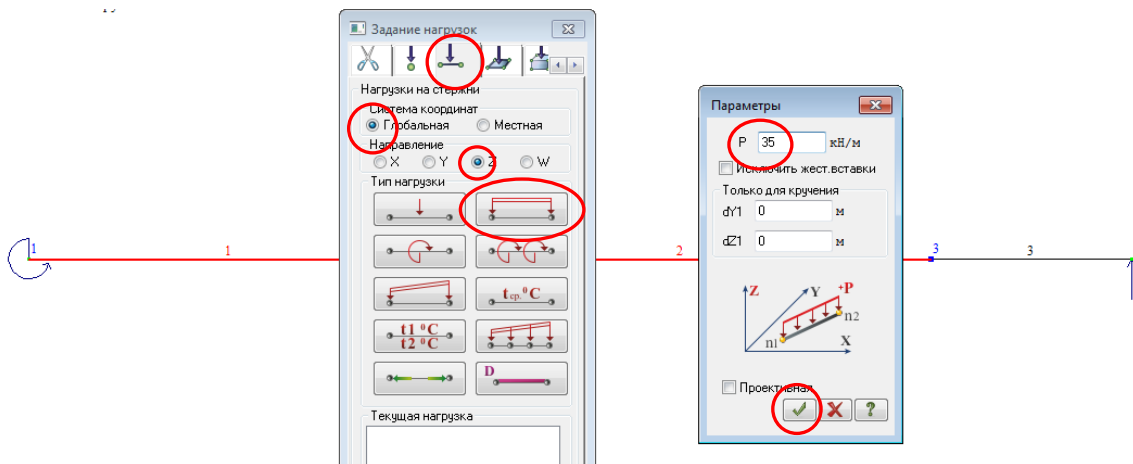



Рис. 2.30. Задание параметров распределенной нагрузки

- Визуализация **нагрузок, величин нагрузок** и т.д., **отмена визуализации** номеров узлов и конечных элементов производится через кнопку **Флаги рисования**  (рис. 2.31).
- Для наиболее полного и верного отображения результатов получаемых при расчете прогибов, разобьем стержни **1, 2 и 3** узлами на отдельные стержни (расчетный комплекс просчитывает прогибы только в узлах конструкции, таким образом, чем больше узлов на которые разбит стержень, тем точнее получаемый результат).
- Выделите стержни 1, 2 и 3.

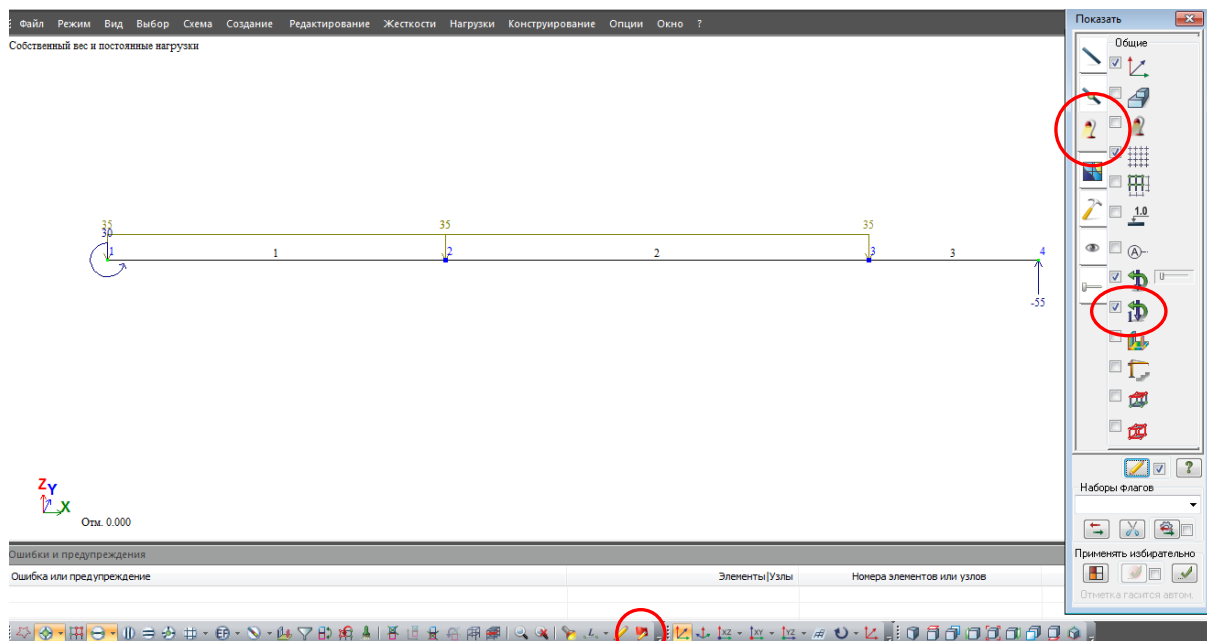


Рис. 2.31. Отображение приложенных нагрузок

- В окне **Создание** щелкните на **Добавить элемент** кнопка **разделить на N равных частей** (рис. 2.32).

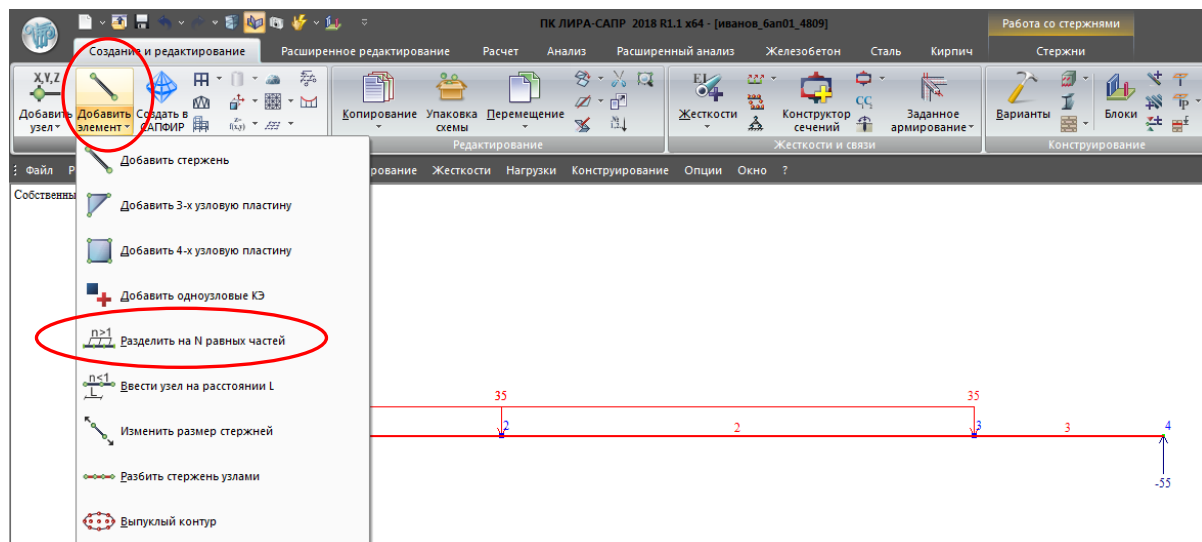


Рис. 2.32. Деление стержней

- Установите значение, равное 5, нажмите **Применить** (рис. 2.33).
- Закройте окно **Добавления элементов**.

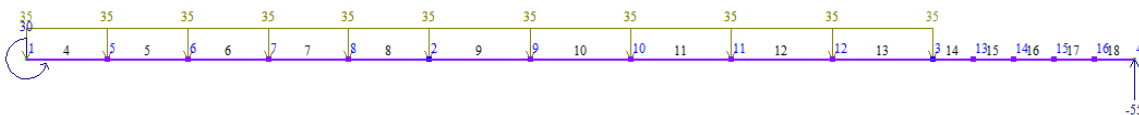


Рис. 2.33. Нумерация элементов после произведенной разбивки

- В связи с тем, что произошла перенумерация элементов вследствие произведенной разбивки, необходимо выполнить **Упаковку схемы**. Упаковка схемы производится для сшивки совпадающих узлов и элементов, а также для безвозвратного исключения из расчетной схемы удаленных узлов и элементов. Рекомендуется в открывшемся окне **Упаковка** исключить из расчетной схемы **Висячие узлы** (поставить галочку).
  - Нажмите на **Упаковка схемы**, меню **Редактирование** (рис. 2.34);
  - нажмите **Применить** (рис. 2.35).
- Для последующего подбора или проверки балки по второму предельному состоянию (прогибам) необходимо задать значения расчетных сечений **отличное от двух** (по умолчанию в стержневых конструктивных элементах два расчетных сечения в начале и в конце).
  - выделите все стержни (они должны окраситься в красный цвет);
  - нажмите ставшую активной кнопку **Работа со стержнями**;
  - в появившемся меню нажмите **Расчетные сечения стержней**;
  - установите Количество сечений, равное 5 (рис. 2.36);
  - нажмите **Применить**;
  - стержни должны окраситься в черный цвет.

## Этап 6. Назначение конструктивных элементов

- Конечные элементы, объединенные в конструктивные, при расчете рассматриваются как единое целое. Между элементами, входящими в конструктивный элемент, не должно быть разрывов, они должны иметь один тип жесткости, не должны входить в другие конструктивные элементы и унифицированные группы, иметь общие узлы и лежать на одной прямой.
- Создание **конструктивного элемента БАЛКА**
  - Для контроля положения опор произведите отображение **Визуализации связей** (рис. 2.37).

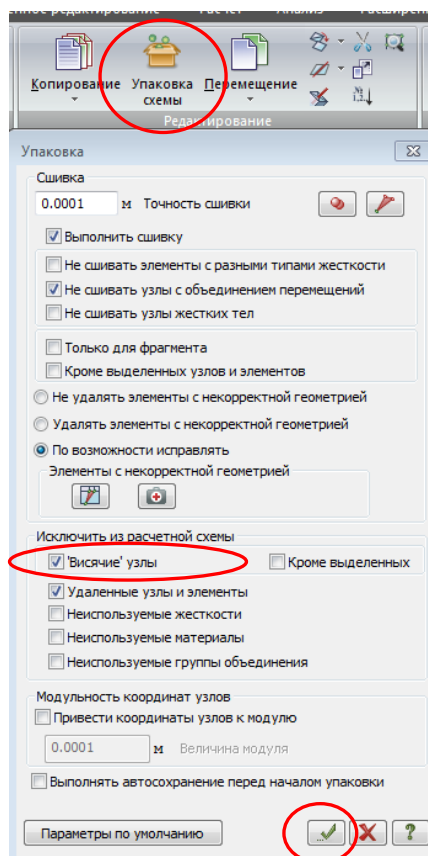


Рис. 2.34. Меню Упаковка схемы

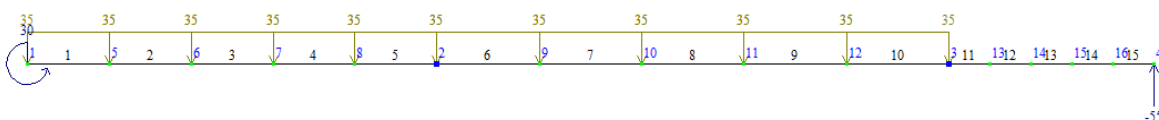


Рис. 2.35. Нумерация элементов после произведенной Упаковки

### Создание конструктивного элемента левой консоли

- Выделите левую консоль (элементы 1–5 до шарнирно неподвижной опоры).
- В активированной вкладке **Работа со стержнями** щелкните по кнопке **Конструктивные элементы**.
- В появившемся диалоговом окне в поле **Редактирование КоЭ** щелкните по кнопке **Создать КоЭ** (конструктивный элемент БАЛКА назначается для того, чтобы учесть, что это именно неразрезная балка, и задаваемый предельно допустимый прогиб будет применен ко всей длине этого конструктивного элемента) (рис. 2.38).
- Стержни должны окраситься в черный цвет.



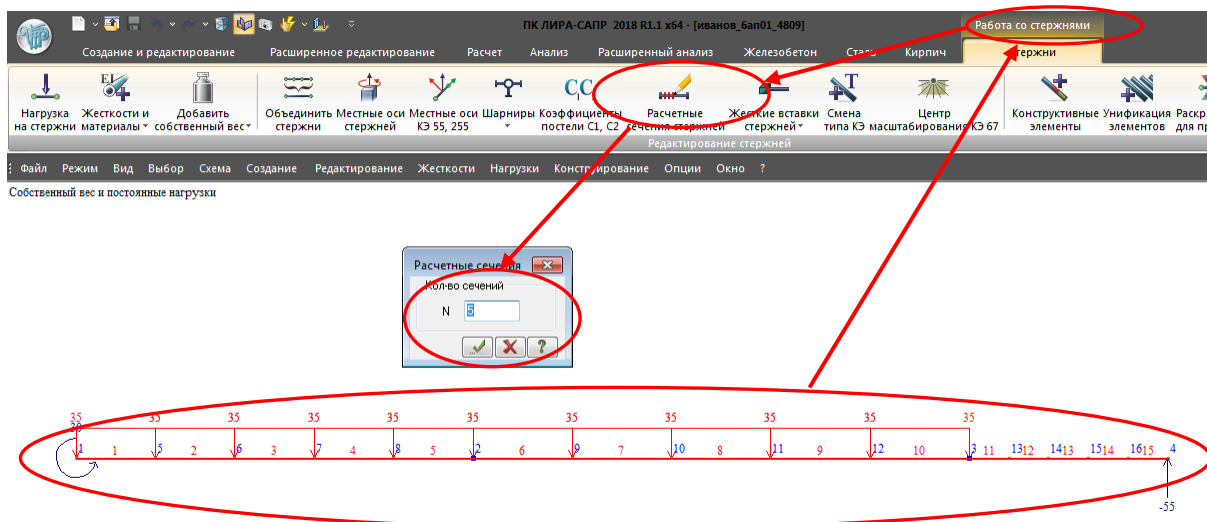


Рис. 2.36. Задание расчетных сечений балки

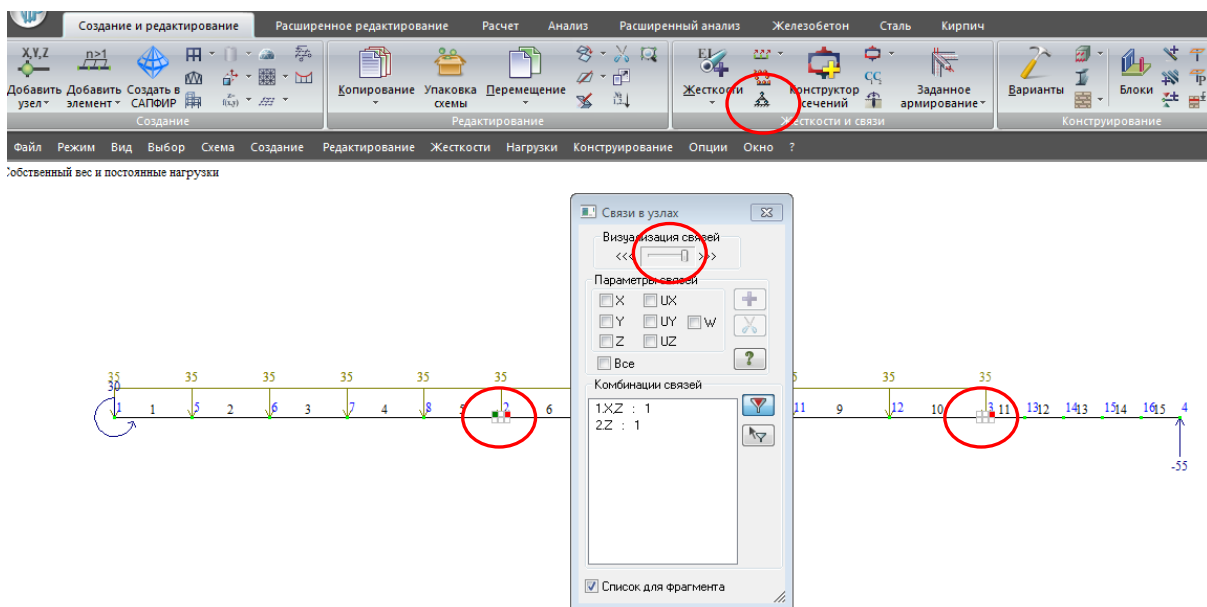


Рис. 2.37. Визуализация связей в узлах

### Задание конструктивного элемента правой консоли

- Выделите правую консоль (элементы 11–15, направо от шарнирно подвижной опоры).
- В активированной вкладке **Работа со стержнями** щелкните по кнопке **Конструктивные элементы**.
- В появившемся диалоговом окне в поле **Редактирование КоЭ** щелкните по кнопке **Создать КоЭ** (рис. 2.39).
- Выделенные стержни должны окраситься в черный цвет.

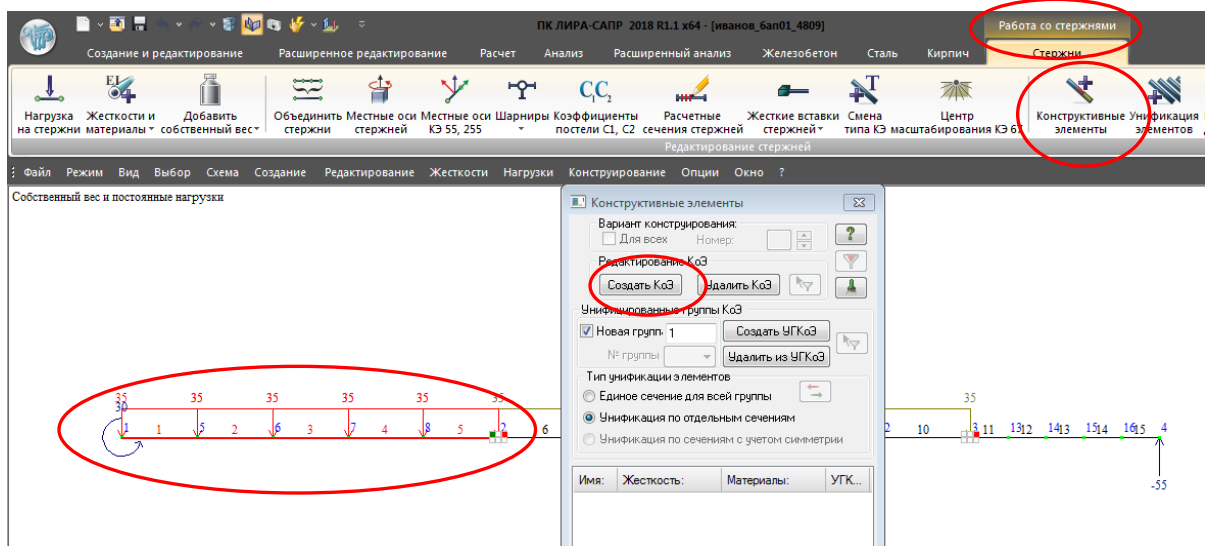


Рис. 2.38. Создание конструктивного элемента левой консоли

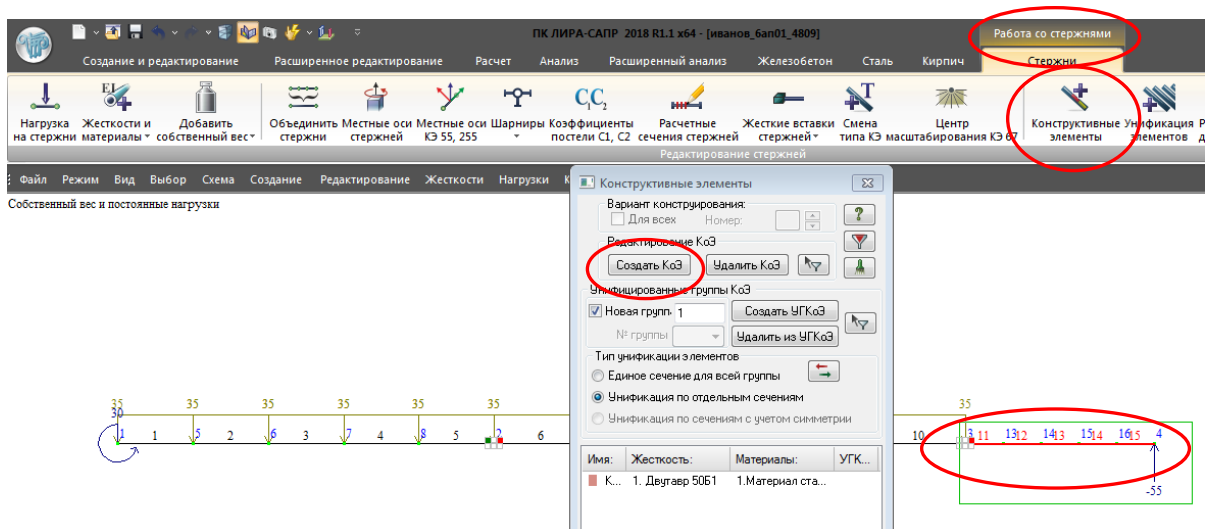


Рис. 2.39. Создание конструктивного элемента правой консоли

### Задание конструктивного элемента пролета

- Выделите пролет (элементы 6–10, от шарнирно неподвижной до шарнирно подвижной опоры).
- В активированной вкладке **Работа со стержнями** щелкните по кнопке **Конструктивные элементы**.
- В появившемся диалоговом окне в поле **Редактирование КоЭ** щелкните по кнопке **Создать КоЭ** (рис. 2.40).
- Выделенные стержни должны окраситься в черный цвет.

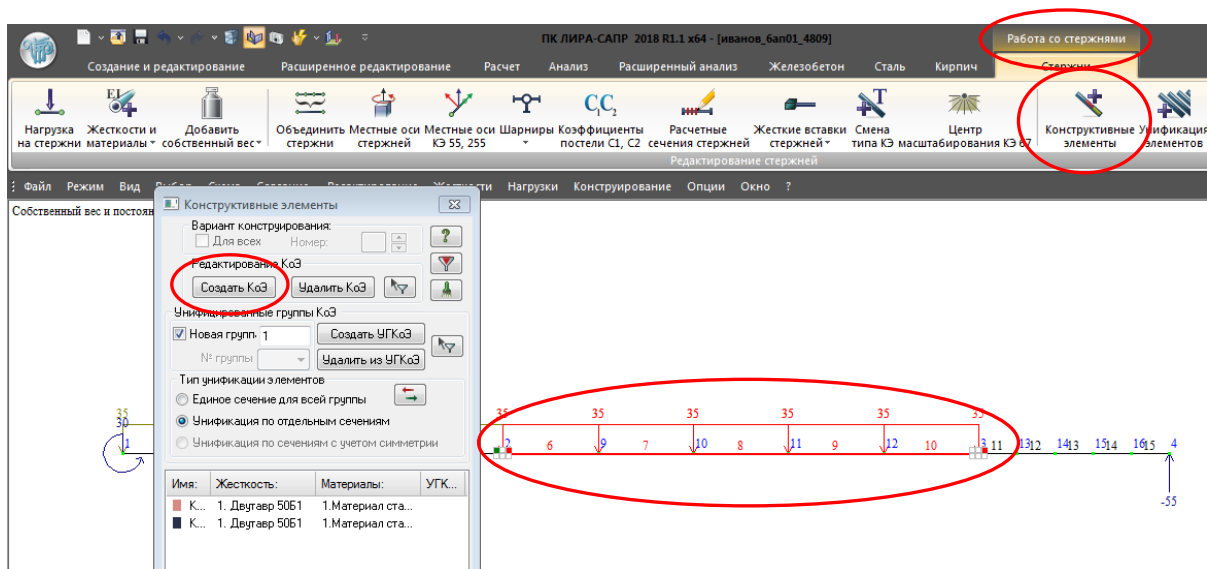


Рис. 2.40. Создание конструктивного элемента пролета

## Статический расчет

- Запустите задачу на расчет с помощью вкладки **Расчет** и кнопки **Выполнить полный расчет** (рис. 2.41).

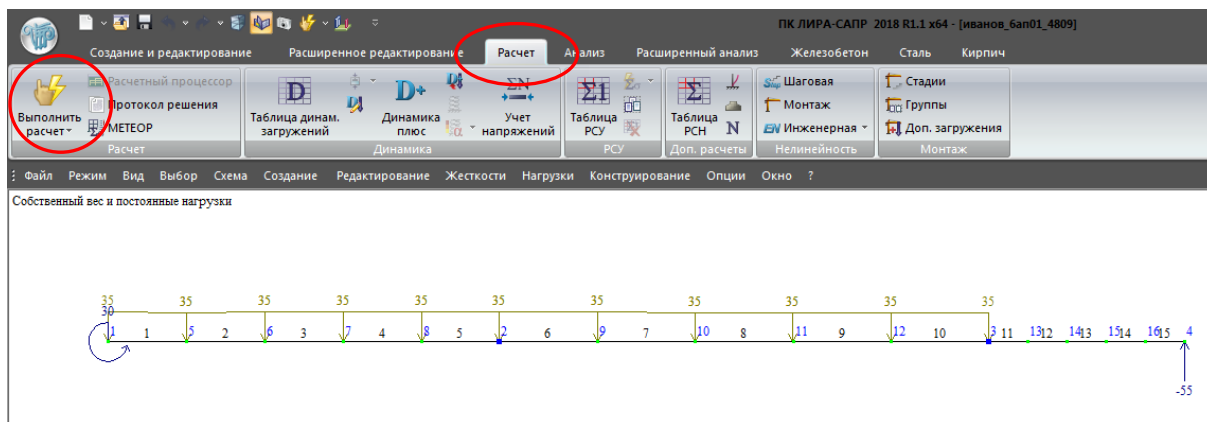


Рис. 2.41. Запуск задачи на расчет

## Этап 7. Просмотр и анализ результатов расчета

- После выполнения расчета задачи перейдите во вкладку **Анализ** (рис. 2.42).

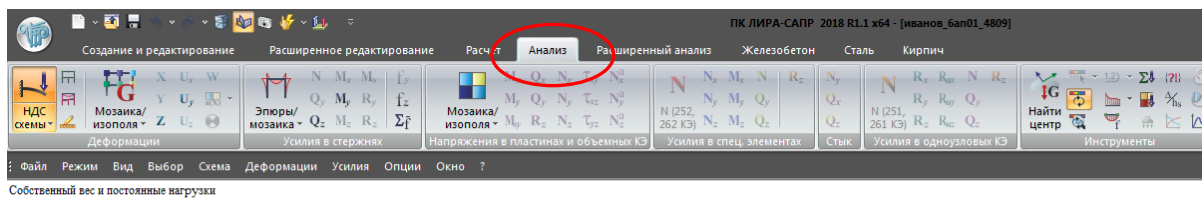



Рис. 2.42. Просмотр результатов расчета (деформированная схема)

- В режиме просмотра результатов расчета по умолчанию отображается деформированная расчетная схема.
- Снимите при помощи  **Флагов рисования** отметку номеров элементов, номеров узлов, отображение нагрузок, нажмите на **Исходная схема** для снятия отображения деформаций. Установите **Значения на эпюрах** (рис. 2.43).

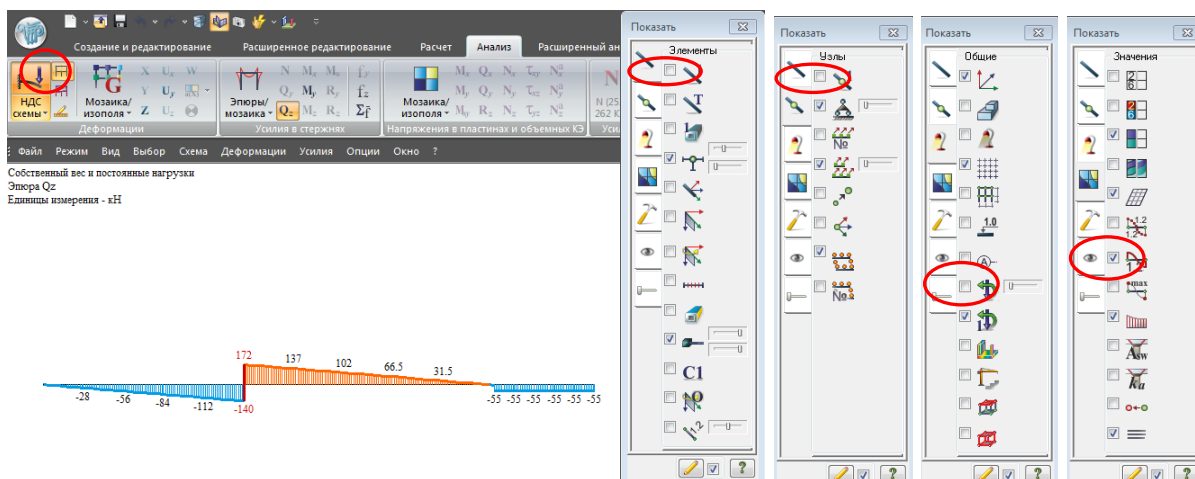


Рис. 2.43. Настройка результатов расчетов

## Вывод на экран внутренних усилий и процентов несущей способности

- Выведите на экран эпюры поперечных сил **Qz** (рис. 2.44), вкладка **Усилия в стержнях**.

- Выведите на экран эпюры изгибающих моментов  $M_y$  (рис. 2.45), вкладка **Усилия в стержнях**.
- Выведите на экран эпюры  $f_z$  Перемещений (рис. 2.46), вкладка **Усилия в стержнях**.
- Перейдите на вкладку **Сталь** в меню **Максимальные результаты по элементам**, щелкните по кнопке **Проверка 1ПС** (проверка по первому предельному состоянию) (рис. 2.47). Процент использования сечения по первому предельному состоянию составляет 86.2%.
  - Значения на цветовой шкале обозначают процент использования сечения по выбранным критериям (см. пункт 4.7). При объединении элементов в конструктивный элемент выводится максимальный процент использования в одном из сечений конструктивного элемента.
- Отобразите на экране результаты проверки сечения по второму предельному состоянию, щелкнув по кнопке **Проверка 2ПС** (рис. 2.48). На экране видно, что сечение конструктивного элемента левой консоли перегружено (желтый цвет) на 15.2%.

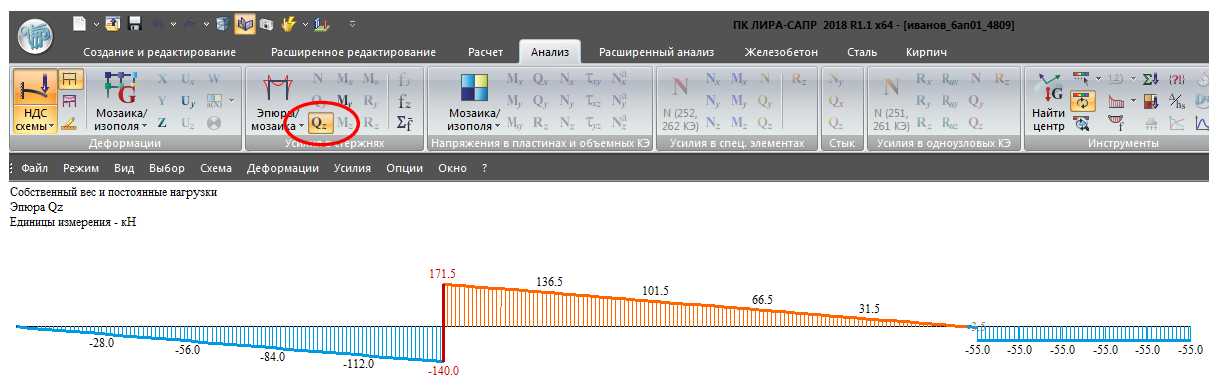


Рис. 2.44. Эпюра поперечных сил  $Q_z$

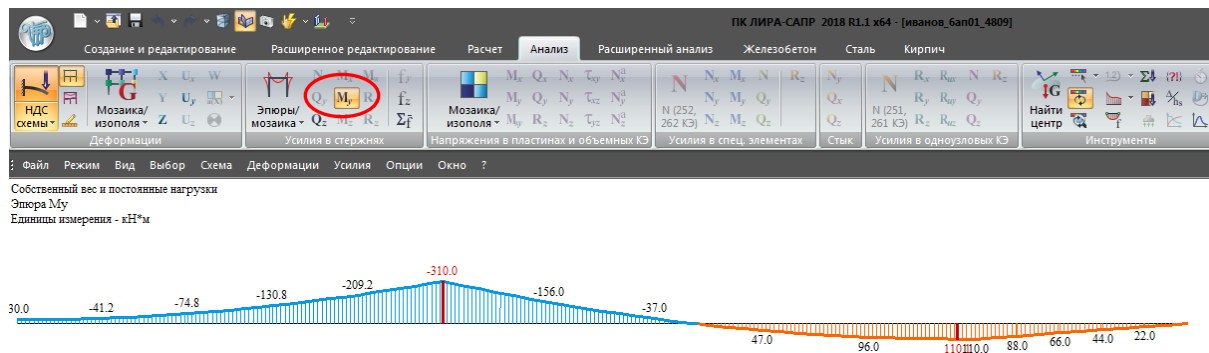


Рис. 2.45. Эпюра изгибающих моментов  $M_y$

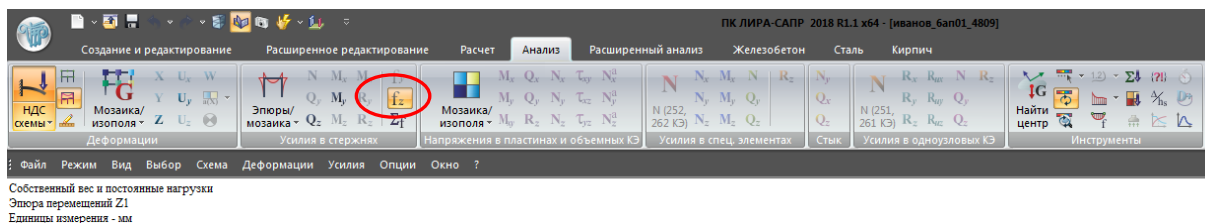


Рис. 2.46. Эпюра перемещений

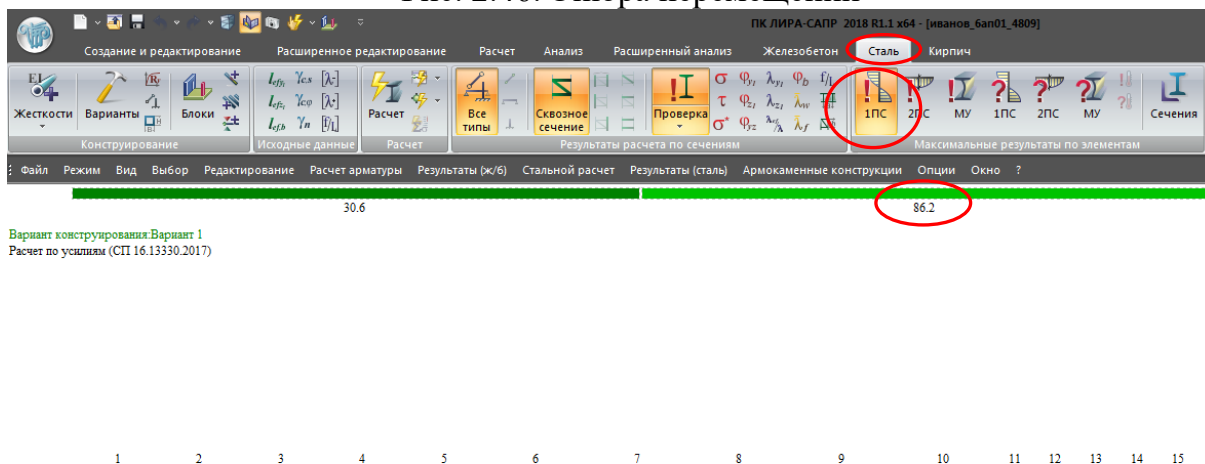


Рис. 2.47. Мозаика результатов проверки сечений балки по 1-му предельному состоянию

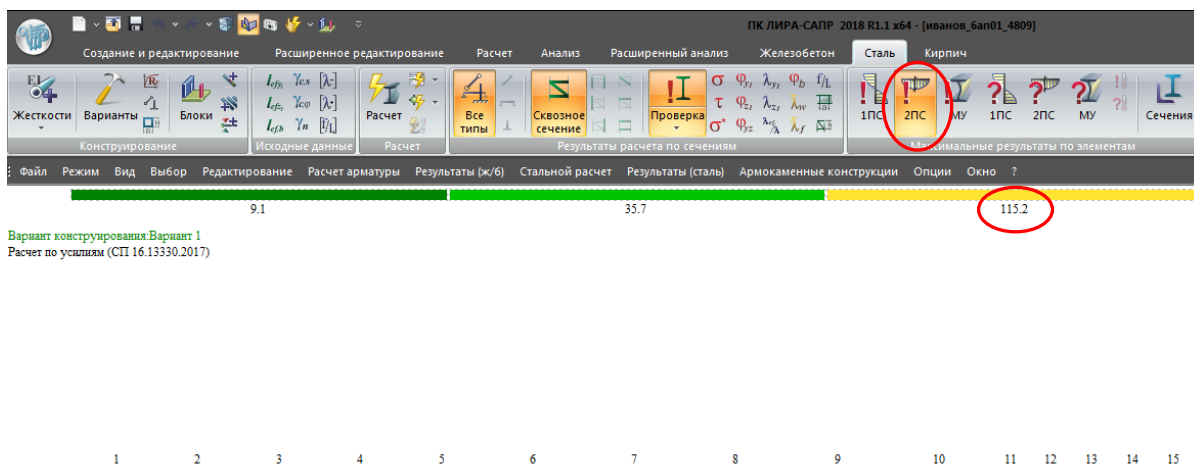


Рис. 2.48. Мозаика результатов проверки сечений балки по 2-му предельному состоянию

- Нажмите **Документация** вкладки **Таблицы** кнопки **Таблицы результатов для стали** (рис. 2.49).
- Выберите **Стальные элементы. Проверка**.
- Отметьте во вкладке **Другой** формат отображаемых таблиц **Интерактивные (Excel)**. Отображение таблиц можно выбрать в любой удобной форме. Нажмите **Подтвердить**.
- Нажмите **Применить** (рис. 2.50).
- На рис. 2.51 приводится стандартная таблица проверки сечений.

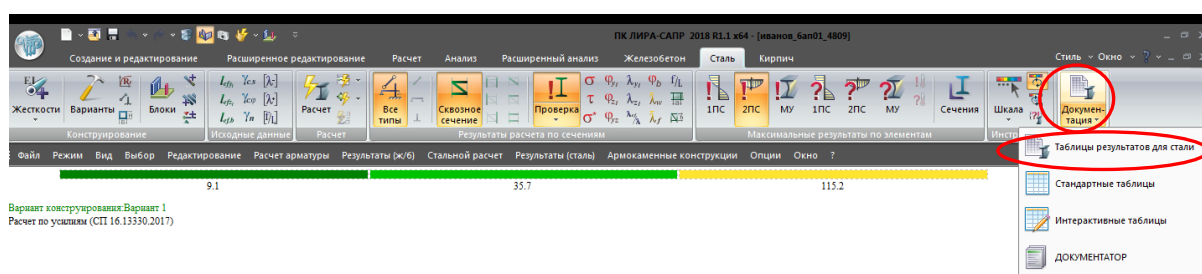


Рис. 2.49. Создание таблиц результатов стального расчета элементов схемы

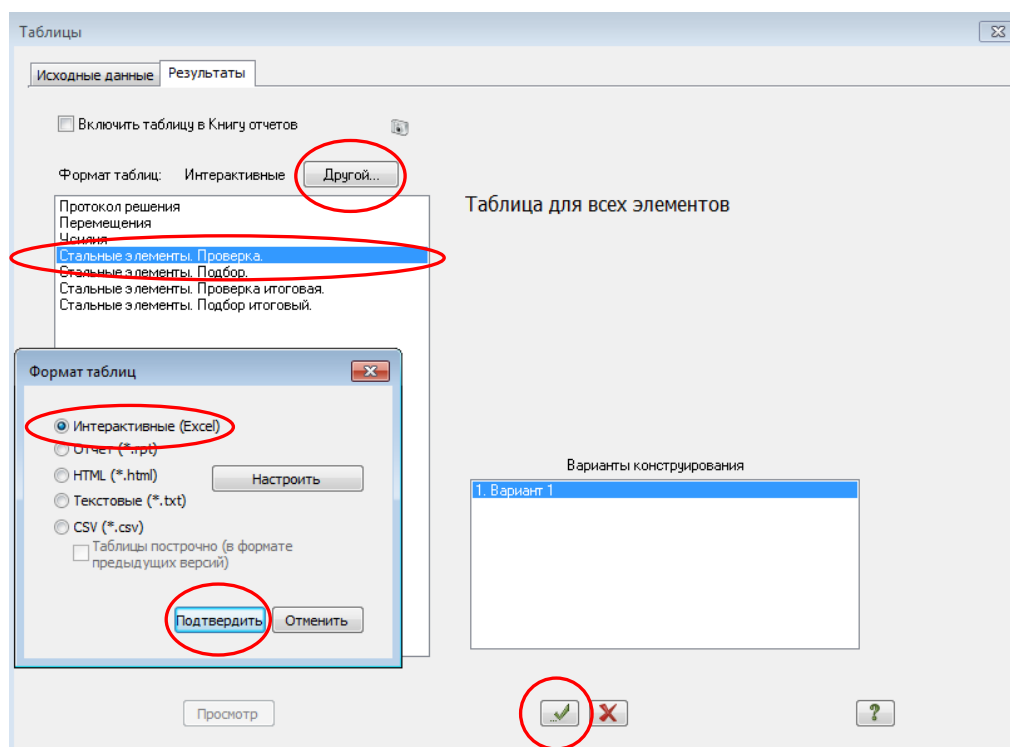


Рис. 2.50. Создание таблиц результатов проверки стальных элементов схемы

Файл Редактировать Данные Опции Окно ?															
Балки															
Элемент	НС	Группа	Шаг ребер (планок)	Фб min	Проценты истощения несущей способности балки по сечениям, %										Длина элемента
					нор	тау	с1	УБ	Прг	УС	УП	1ПС	2ПС	М.У	
Сечение: 1.1.1.1 Двутавр 50Б1															
Профиль: 50Б1; ГОСТ Р 57837-2017															
Сталь: С245;															
Сортамент: Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Тип Б - Балочные нормальные двутавры (ГОСТ Р 57837-2017)															
6	1	КБ3	0.00	1.000	86	32	69	0	9	52	40	86	9	52	5.00
6	2	КБ3	0.00	1.000	75	31	60	0	9	52	37	75	9	52	5.00
6	3	КБ3	0.00	1.000	64	29	52	0	9	52	34	64	9	52	5.00
6	4	КБ3	0.00	1.000	53	27	44	0	9	52	31	53	9	52	5.00
6	5	КБ3	0.00	1.000	43	26	37	0	9	52	28	43	9	52	5.00
7	1	КБ3	0.00	1.000	43	26	37	0	9	52	28	43	9	52	5.00
7	2	КБ3	0.00	1.000	34	24	30	0	9	52	25	34	9	52	5.00
7	3	КБ3	0.00	1.000	26	23	25	0	9	52	22	26	9	52	5.00
7	4	КБ3	0.00	1.000	18	21	19	0	9	52	18	21	9	52	5.00
7	5	КБ3	0.00	1.000	10	19	15	0	9	52	14	19	9	52	5.00
8	1	КБ3	0.00	1.000	10	19	15	0	9	52	14	19	9	52	5.00
8	2	КБ3	0.00	1.000	4	18	12	0	9	52	8	18	9	52	5.00
8	3	КБ3	0.00	1.000	3	16	11	0	9	52	7	16	9	52	5.00
8	4	КБ3	0.00	1.000	8	14	11	0	9	52	12	14	9	52	5.00
8	5	КБ3	0.00	1.000	13	13	13	0	9	52	15	13	9	52	5.00
9	1	КБ3	0.00	1.000	13	13	13	0	9	52	15	13	9	52	5.00
9	2	КБ3	0.00	1.000	17	11	15	0	9	52	18	17	9	52	5.00
9	3	КБ3	0.00	1.000	21	9	17	0	9	52	20	21	9	52	5.00
9	4	КБ3	0.00	1.000	24	8	19	0	9	52	21	24	9	52	5.00
9	5	КБ3	0.00	1.000	27	6	21	0	9	52	22	27	9	52	5.00
10	1	КБ3	0.00	1.000	27	6	21	0	9	52	22	27	9	52	5.00
10	2	КБ3	0.00	1.000	29	4	22	0	9	52	23	29	9	52	5.00
10	3	КБ3	0.00	1.000	30	3	23	0	9	52	23	30	9	52	5.00
10	4	КБ3	0.00	1.000	31	1	23	0	9	52	24	31	9	52	5.00
10	5	КБ3	0.00	1.000	31	1	23	0	9	52	24	31	9	52	5.00
Сечение: 1.1.2.1 Двутавр 50Б1															
Профиль: 50Б1; ГОСТ Р 57837-2017															
Сталь: С245;															
Сортамент: Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Тип Б - Балочные нормальные двутавры (ГОСТ Р 57837-2017)															
1	1	КБ1	0.00	1.000	8	0	6	0	115	52	12	8	115	52	4.00
1	2	КБ1	0.00	1.000	9	1	7	0	115	52	12	9	115	52	4.00
1	3	КБ1	0.00	1.000	9	3	7	0	115	52	13	9	115	52	4.00
1	4	КБ1	0.00	1.000	10	4	8	0	115	52	14	10	115	52	4.00
1	5	КБ1	0.00	1.000	11	5	9	0	115	52	14	11	115	52	4.00
2	1	КБ1	0.00	1.000	11	5	9	0	115	52	14	11	115	52	4.00
2	2	КБ1	0.00	1.000	13	7	11	0	115	52	16	13	115	52	4.00
2	3	КБ1	0.00	1.000	15	8	13	0	115	52	17	15	115	52	4.00
2	4	КБ1	0.00	1.000	18	9	15	0	115	52	18	18	115	52	4.00
2	5	КБ1	0.00	1.000	21	11	17	0	115	52	19	21	115	52	4.00
3	1	КБ1	0.00	1.000	21	11	17	0	115	52	19	21	115	52	4.00
3	2	КБ1	0.00	1.000	24	12	20	0	115	52	21	24	115	52	4.00
3	3	КБ1	0.00	1.000	28	13	23	0	115	52	23	28	115	52	4.00
3	4	КБ1	0.00	1.000	32	15	26	0	115	52	24	32	115	52	4.00
3	5	КБ1	0.00	1.000	36	16	29	0	115	52	26	36	115	52	4.00
4	1	КБ1	0.00	1.000	36	16	29	0	115	52	26	36	115	52	4.00
4	2	КБ1	0.00	1.000	41	17	33	0	115	52	27	41	115	52	4.00
4	3	КБ1	0.00	1.000	47	19	37	0	115	52	29	47	115	52	4.00
4	4	КБ1	0.00	1.000	52	20	42	0	115	52	31	52	115	52	4.00
4	5	КБ1	0.00	1.000	58	21	46	0	115	52	33	58	115	52	4.00
5	1	КБ1	0.00	1.000	58	21	46	0	115	52	33	58	115	52	4.00
5	2	КБ1	0.00	1.000	65	23	51	0	115	52	34	65	115	52	4.00
5	3	КБ1	0.00	1.000	71	24	56	0	115	52	36	71	115	52	4.00
5	4	КБ1	0.00	1.000	79	25	62	0	115	52	38	79	115	52	4.00
5	5	КБ1	0.00	1.000	86	26	68	0	115	52	40	86	115	52	4.00
11	1	КБ2	0.00	1.000	31	10	24	0	36	52	24	31	36	52	2.00
11	2	КБ2	0.00	1.000	29	10	23	0	36	52	23	29	36	52	2.00
11	3	КБ2	0.00	1.000	28	10	22	0	36	52	22	28	36	52	2.00
11	4	КБ2	0.00	1.000	26	10	21	0	36	52	22	26	36	52	2.00
11	5	КБ2	0.00	1.000	24	10	20	0	36	52	21	24	36	52	2.00
12	1	КБ2	0.00	1.000	24	10	20	0	36	52	21	24	36	52	2.00
12	2	КБ2	0.00	1.000	23	10	19	0	36	52	20	23	36	52	2.00
12	3	КБ2	0.00	1.000	21	10	18	0	36	52	20	21	36	52	2.00
12	4	КБ2	0.00	1.000	20	10	17	0	36	52	19	20	36	52	2.00
12	5	КБ2	0.00	1.000	18	10	16	0	36	52	18	18	36	52	2.00
13	1	КБ2	0.00	1.000	18	10	16	0	36	52	18	18	36	52	2.00
13	2	КБ2	0.00	1.000	17	10	15	0	36	52	18	17	36	52	2.00
13	3	КБ2	0.00	1.000	15	10	13	0	36	52	17	15	36	52	2.00
13	4	КБ2	0.00	1.000	14	10	13	0	36	52	16	14	36	52	2.00
13	5	КБ2	0.00	1.000	12	10	12	0	36	52	15	12	36	52	2.00
14	1	КБ2	0.00	1.000	12	10	12	0	36	52	15	12	36	52	2.00
14	2	КБ2	0.00	1.000	11	10	11	0	36	52	14	11	36	52	2.00
14	3	КБ2	0.00	1.000	9	10	10	0	36	52	13	10	36	52	2.00
14	4	КБ2	0.00	1.000	8	10	9	0	36	52	12	10	36	52	2.00
14	5	КБ2	0.00	1.000	6	10	8	0	36	52	11	10	36	52	2.00

Рис. 2.51. Стандартная таблица проверки сечений конструктивных элементов балки



- Просмотрите **Подобранные сечения**, вкладка **Сечение**, меню **Максимальные результаты по элементам** (рис. 2.52).
- Поставьте галочку **Показать** на вкладке **Подобранные сечения (Сталь)** (рис. 2.53). В результате увидим номера сечений, подобранные для каждого назначенного конструктивного элемента (рис. 2.54).
- Нажмите кнопку **Подбор 1ПС** (подбор сечения по первому предельному состоянию) (рис. 2.55). Увидим, что процент использования подобранных сечений по первому предельному состоянию не изменился и составляет 86.2%.
- Нажмите кнопку **Подбор 2ПС** (подбор сечения по второму предельному состоянию) (рис. 2.56). Увидим, что процент использования подобранных сечений по второму предельному состоянию составляет 97% вместо 115.2%.

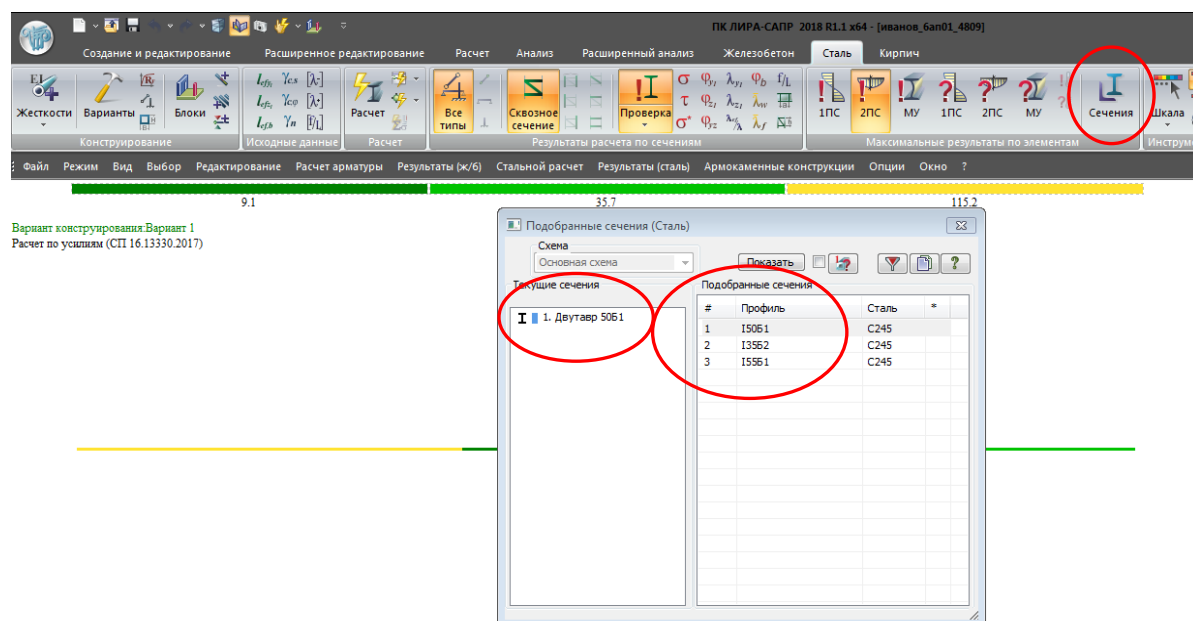


Рис. 2.52. Результаты подбора сечений по Первому и Второму предельному состоянию

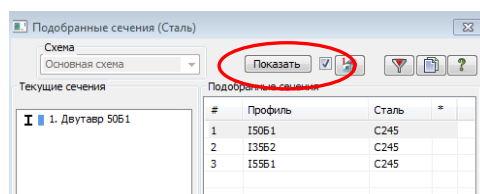


Рис. 2.53. Установка флажка для показа номеров подобранных сечений

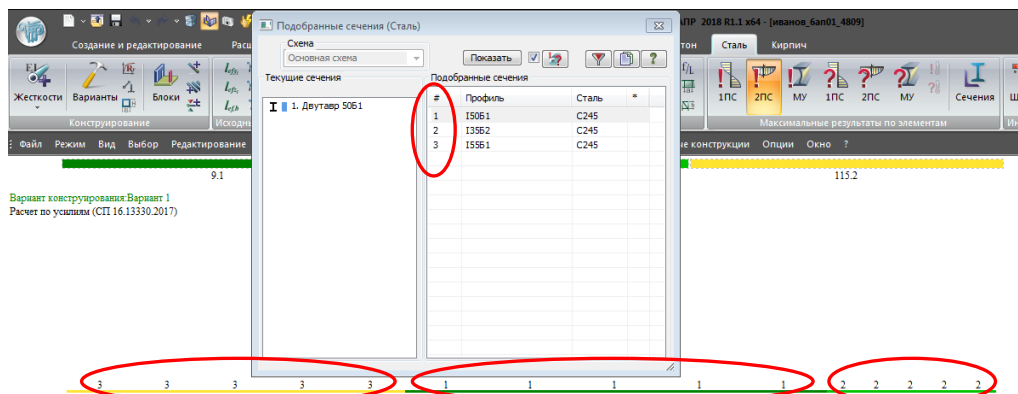


Рис. 2.54. Номера подобранных сечений

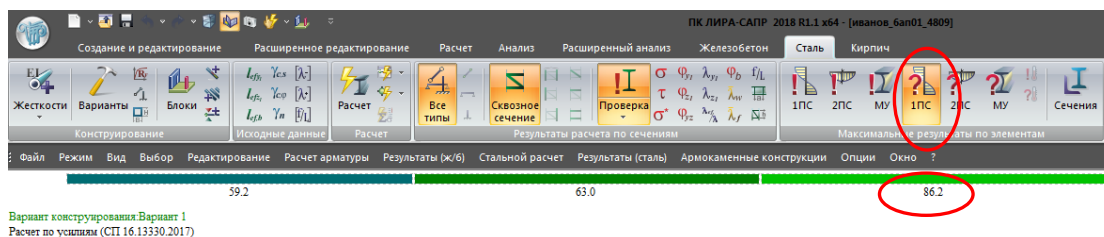


Рис. 2.55. Мозаика результатов подбора сечений балки по 1-му предельному состоянию

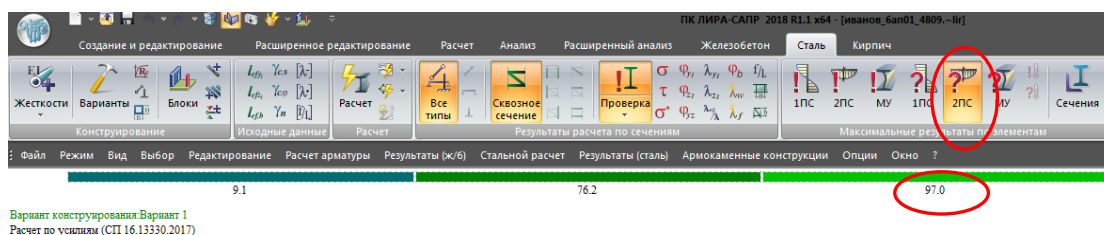


Рис. 2.56. Мозаика результатов подбора сечений балки по 2-му предельному состоянию

Для правильной оценки получаемых прогибов балки необходимо произвести **Корректировку сечения двутавра** (прогибы для подобранного двутавра №55Б1 будут отличаться от полученных ранее прогибов двутавра №50Б1)

- Назначим всей балке максимально подобранное сечение (вкладка **Подобранные сечения** (Сталь) рис. 2.57) двутавр №55Б1.

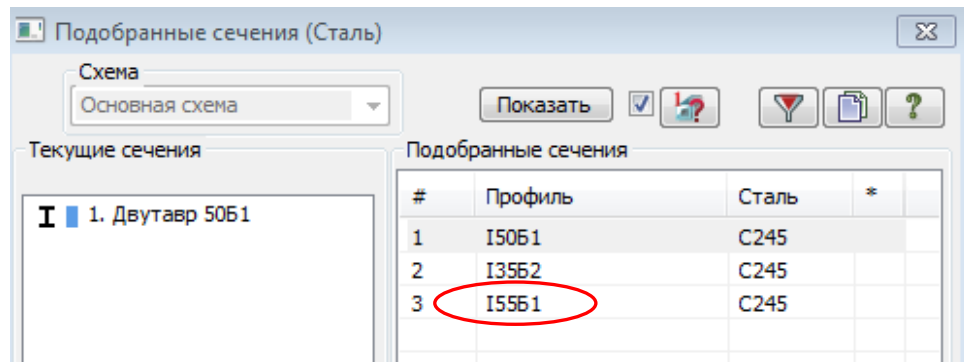


Рис. 2.57. Максимально подобранное значение поперечного сечения двутавровой балки

- Вкладка **Жесткости**, щелкните в списке типов жесткостей на двутавре №50Б1
- Нажмите **Изменить** (рис. 2.58).

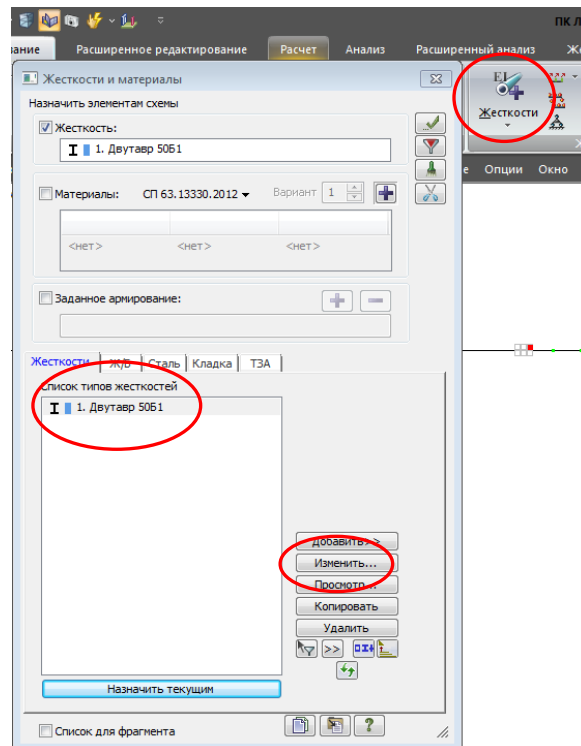


Рис. 2.58. Замена поперечного сечения балки на подобранное программным комплексом значение

- Во вкладке **Стальное сечение** замените двутавр №50Б1 на двутавр №55Б1.
- Нажмите **ОК** (рис. 2.58).

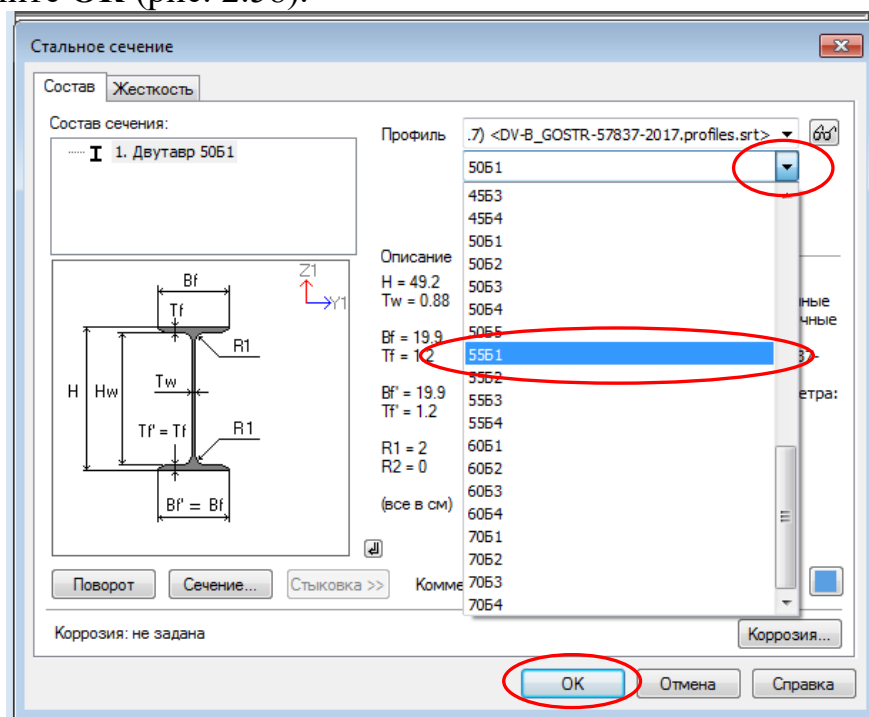


Рис. 2.59. Замена поперечного сечения балки на значение, подобранное программным комплексом

- Произошла замена номера двутавра.
- Нажмите **Применить** (рис. 2.60).

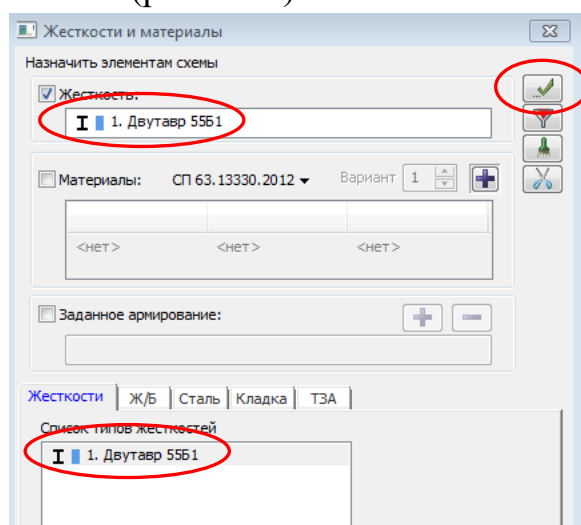



Рис. 2.60. Замена поперечного сечения балки на значение, подобранное программным комплексом

- Выполните расчет нажатием на кнопку  вкладки **Расчет**.
- Нажмите на кнопку **Эпюры перемещений** вкладки **Анализ** блока **Усилия в стержнях** (рис. 2.61). Проанализируйте полученные прогибы (перемещения). Максимальный прогиб балки составил **20.3мм**.

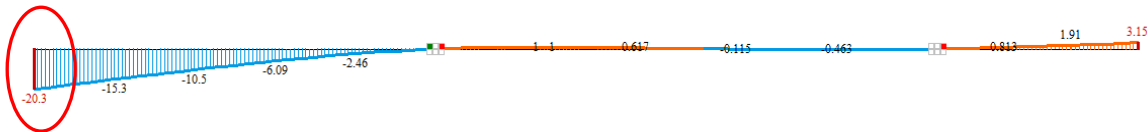
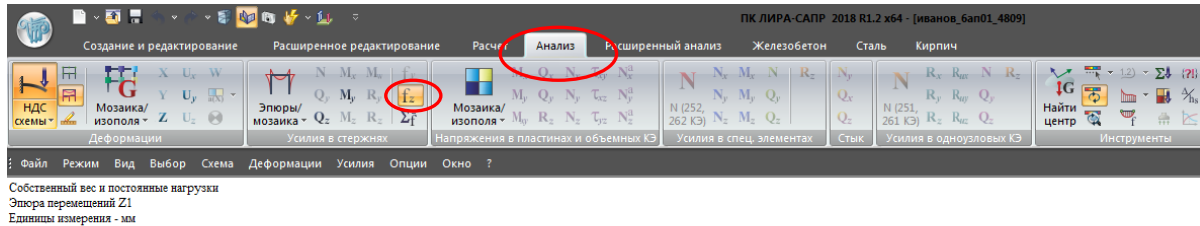


Рис. 2.61. Эпюра вертикальных перемещений балки

Аналогичный результат можно получить в дифференцированном цветовом отображении, нажав на кнопку **Мозаика перемещений по оси Z** (рис. 2.62), вкладка **Анализ** блока **Деформации**.

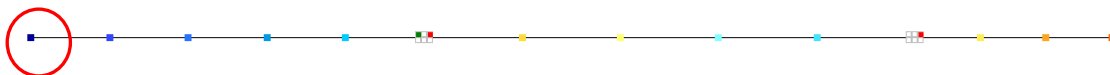
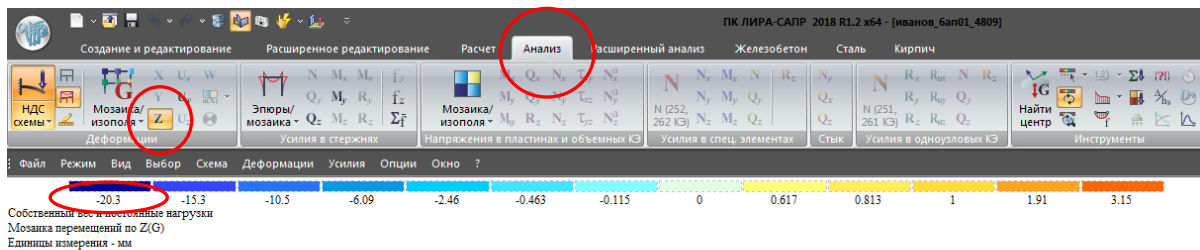


Рис. 2.62. Мозаика вертикальных перемещений балки

## Этап 8. Сравнение инженерного расчета и расчета с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР

Результаты в программном комплексе ЛИРА-САПР приводятся в виде процентов использования сечения в сравнении с предельной несущей способностью по той или иной проверке.

$$\text{Процент использования по проверке (\%)} = \frac{\text{максимальное значение параметра}}{\text{предельное значение параметра}} \times 100\%$$

Расшифровка сокращенных обозначений, используемых в таблице для данного примера, представлена ниже (подробнее см. пункт 4.7). Незначительная разница в процентах использования возникает из-за округлений числовых значений, а также из-за округлений при переводе единиц измерения в систему СИ.

- нор – проверка прочности по нормальным напряжениям:

- Инженерный расчет:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{31000 \text{ КН} \cdot \text{см}}{1497.56 \text{ см}^3} = 20.7 \text{ КН/см}^2.$$

Для Двутавра №50Б1:

$$\left. \begin{array}{l} J_x = 36840 \text{ см}^4 \\ h = 492 \text{ мм} = 49.2 \text{ см} \end{array} \right\} W = \frac{36840}{49.2 / 2} = 1497.56 \text{ см}^3.$$

Сталь 245 (ГОСТ 27772):  $R_y = 240 \text{ МПа} = 24 \text{ КН/см}^2 = 2,4 \text{ т/см}^2$  (расчетное сопротивление по пределу текучести),  $\gamma_c = 1$ .

$$\sigma \leq R_y \cdot \gamma_c - \text{условие прочности.}$$

$$\% \text{ использования} = \frac{\sigma}{R_y \cdot \gamma_c} \cdot 100\% = \frac{20.7}{24 \cdot 1} \cdot 100\% = 86.25 \%$$

- В программе ЛИРА-САПР: 86.2%.

Разница в результатах расчетов инженерным методом и в программном комплексе ЛИРА-САПР составляет 0.06%.

- тау – проверка прочности по касательным напряжениям:

- Инженерный расчет:

$$Q_y = 171.5 \text{ КН}$$

$$\text{Двутавр №50Б1: } S = 853.4 \text{ см}^3; J_x = 36840 \text{ см}^4; t_w = 8.8 \text{ мм} = 0.88 \text{ см.}$$

$$\tau = \frac{171.5 \cdot 853.4}{36840 \cdot 0.88} = 4.514 \text{ КН/см}^2 \leq R_s \text{ (расчетное сопротивление сдвигу, равное } 0,58R_y) \cdot \gamma_c$$

$$\% \text{ использования} = \frac{\tau}{0.58R_y \cdot \gamma_c} \cdot 100\% = \frac{4.514}{0.58 \cdot 24 \cdot 1} \cdot 100\% = 32.4 \%$$

- В программе ЛИРА-САПР: 32%.

Разница в результатах расчетов инженерным методом и в программном комплексе ЛИРА-САПР составляет 1.2%.

- Прг – проверка прогиба балки:

- Инженерный расчет:

Согласно программе ЛИРА-САПР, левая консоль перегружена:

$$\text{Допускаемый прогиб левой консоли: } \frac{1}{150} \cdot l_{\text{лев. конс.}}; \quad l_{\text{лев. конс.}} = 4 \text{ м} = 400 \text{ см.}$$

$$\text{тогда: } \frac{1}{150} \cdot 400 = 2.66 \text{ см.}$$

$$\text{Прогиб, согласно эпюре прогибов} = 30.712 \text{ мм.}$$

$$\% \text{ использования} = \frac{30.712}{26.6} \cdot 100\% = 115.45\%.$$

- В программе ЛИРА-САПР: 115.2%.

Разница в результатах расчетов инженерным методом и в программном комплексе ЛИРА-САПР составляет 0.2%.

- c1 – проверка прочности по приведенным напряжениям:

**- Инженерный расчет:**

По IV теории прочности:

$$0,87 \cdot \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq 1,15R_y \cdot \gamma_c.$$

$$0,87 \cdot \sqrt{20,7^2 + 34,514^2} \leq 27,6$$

$$19,25 \leq 27,6$$

$$\% \text{ использования} = \frac{19.25}{27.6} \cdot 100\% = 69,7\%$$

**- В программе ЛИРА-САПР: 69%.**

Разница в результатах расчетов инженерным методом и в программном комплексе ЛИРА-САПР составляет 1%.

Для приведенного расчета:

**1ПС** – это максимаьная из проверок: **нор, тау, с1, УБ.**

**2ПС** – это проверка по **Прг.**

**МУ** – это максимаьная из проверок: **УС** или **УП.**

При превышении какого-либо из процентов использования по выполненным проверкам в программном комплексе ЛИРА-САПР можно воспользоваться функцией подбора сечения или изменив какие-либо параметры: геометрию двутавра, класс стали и т.д., выполнить повторные проверки, итерационно добиваясь искомого результата.



## ПЗ. ПЛОСКИЙ ИЗГИБ БАЛОК

### 3.1. Общие понятия

Рассматриваем случай плоского изгиба прямого бруса, имеющего в поперечном сечении вертикальную ось симметрии (вертикальной осью принята ось  $z$ ) и подверженного действию вертикальных сил, перпендикулярных к его оси (рис. 3.1); внешние силы и реакции лежат в плоскости, проходящей через ось бруса и вертикальную ось симметрии. Вертикальная ось  $SZ$ , с которой совпадает плоскость изгиба, как ось симметрии сечения является главной осью, другая главная ось  $SU$  проходит через центр тяжести сечения и перпендикулярна к оси  $SZ$ ; ось  $X$  направлена по оси бруса.

Под действием приложенных внешних сил брус изгибается, причем его прямая ось  $ACDB$  принимает изогнутую форму  $A'C'D'B'$ , а поперечные сечения наклоняются друг к другу, как, например, сечения  $m_1n_1$  и  $m_2n_2$  (рис. 3.1, 3.2).

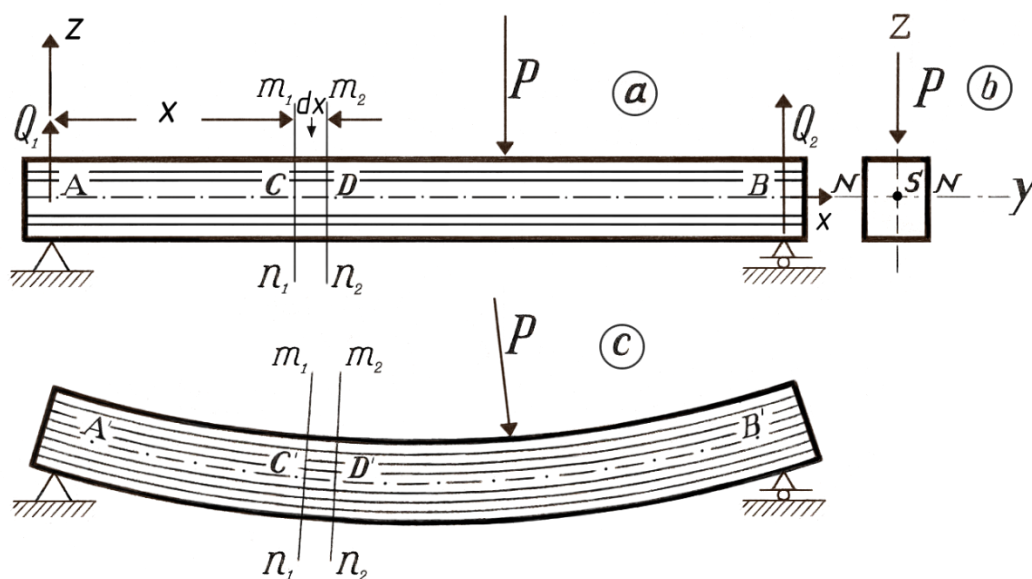


Рис.3.1

Если нанести на боковую сторону «резинового» бруса (рис. 3.2а) сетку и подвергнуть его изгибу двумя равными моментами, действующими по концам в противоположные стороны, то горизонтальные линии обращаются в дуги (рис. 3.2 б), а вертикальные линии, наклонившись друг к другу, остаются прямыми, перпендикулярными к оси.

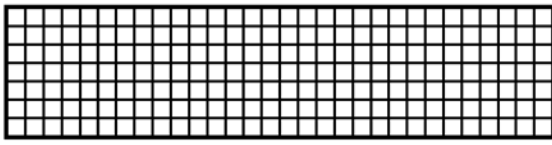


Рис. 3.2 а

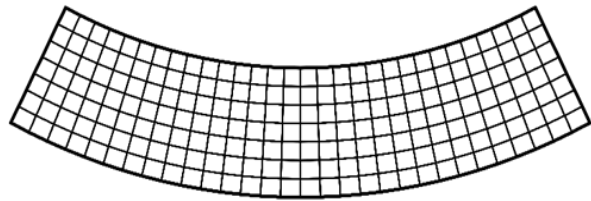


Рис. 3.2 б

Рассматривая брус состоящим из продольных тонких волокон (рис. 3.1, 3.2), можно заметить, что в согнутом виде бруса волокна на выпуклой стороне растянуты, а на вогнутой – сжаты; в средней части бруса – между выпуклой и вогнутой сторонами – лежат такие волокна, которые не будут испытывать ни растяжения, ни сжатия; по одну сторону таких волокон будут находиться растянутые волокна, по другую их сторону – сжатые. Поверхность, в которой лежат указанные неизменяющиеся по длине волокна, называется *нейтральным слоем балки*. Линия пересечения нейтрального слоя и поперечного сечения бруса называется *нейтральной осью*.

Примем следующие допущения:

1. Нормальные к оси бруса поперечные сечения до изгиба (рис. 3.2а) остаются также плоскими и перпендикулярными к изогнутой оси (гипотеза *Якова Бернулли*)<sup>1</sup> и после изгиба (рис. 3.2 б).
2. Поперечные размеры бруса невелики по отношению к его длине.
3. Изгиб бруса настолько незначителен, что его влиянием пренебрегают и принимают при составлении условий равновесия, что внешние силы не изменяют своих положений.

### 3.2. Определение удлинений и напряжений

Возьмем сечение  $m_1n_1$  (рис. 3.1, 3.3) на расстоянии  $x$  от левой опоры и другое сечение  $m_2n_2$  на расстоянии  $dx$  от сечения  $m_1n_1$ . Эти сечения, параллельные друг другу до изгиба, поворачиваются после изгиба одно относительно другого на некоторый угол  $d\alpha$ , (рис. 3.3).

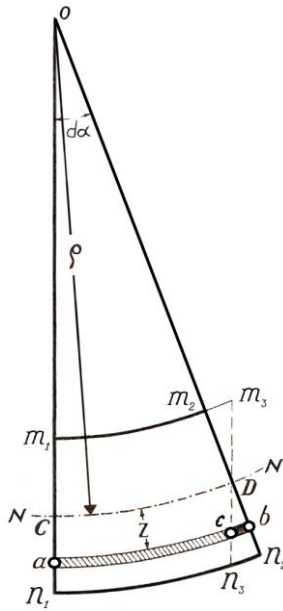


Рис. 3.3

Пусть линия  $NN$  представляет пересечение нейтрального слоя с плоскостью изгиба – плоскостью чертежа и  $\rho$  – радиус кривизны. Длина растянутого волокна  $ab$  (рис. 3.3) на расстоянии  $z$  от линии  $NN$  после изгиба:

$$ab = (\rho + z) d\alpha.$$

Проводим через точку  $D$  сечение  $m_3n_3$ , параллельное сечению  $m_1n_1$ , и находим абсолютное удлинение  $cb$  волокна  $ac$ :

$$cb = ab - ac; \quad ac = CD = \rho \cdot d\alpha; \quad ab = (\rho + z) d\alpha;$$

$$cb = (\rho + z) d\alpha - \rho \cdot d\alpha = z \cdot d\alpha;$$

<sup>1)</sup> В действительности происходит искривление поперечных сечений, что можно наблюдать на бруске из резины. Если до изгиба нанести на боковой его поверхности сетку из взаимно перпендикулярных продольных и поперечных линий и подвергать брусок изгибу силами (рис. 3.1), а не одинаковыми моментами, действующими по концам в противоположные стороны (рис. 3.2 б), как рассмотрено выше.

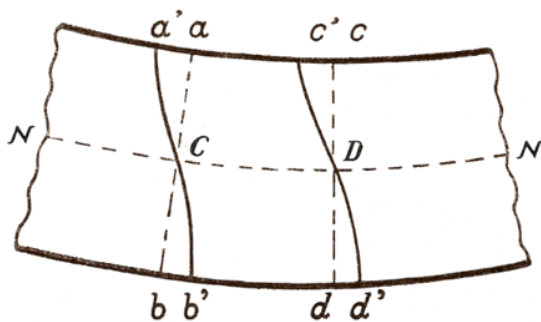


Рис.3.4

Прямые  $ab$  и  $cd$  (рис. 3.4), бывшие до изгиба прямыми, превращаются в кривые  $a'b'$  и  $c'd'$  с точками перегиба  $C$  и  $D$ . Искривление сечений обуславливается сдвигом, вызываемым действием касательных усилий. Для железа и стали искривления сечений весьма незначительны. Сен-Венаном установлено, что искривления сечений не влияют на изменение длины волокон при изгибе.

Для части балки  $CD$  (рис. 3.1) перерезывающая сила равна нулю, поперечные сечения не искривляются, так как нет сдвига, в этом случае изгиб называется *чистым изгибом* (рис. 3.2 б).

Относительное удлинение волокна:

$$\varepsilon = \frac{cb}{ac} = \frac{z \cdot d\alpha}{\rho \cdot d\alpha} = \frac{z}{\rho},$$

т.е. относительные удлинения или укорочения волокон прямо пропорциональны их расстояниям до нейтрального слоя.

Согласно закону Гука удлинению  $\varepsilon$  соответствует напряжение материала:

$$\sigma_z = E \cdot \varepsilon = E \frac{z}{\rho} \quad (3.1)$$

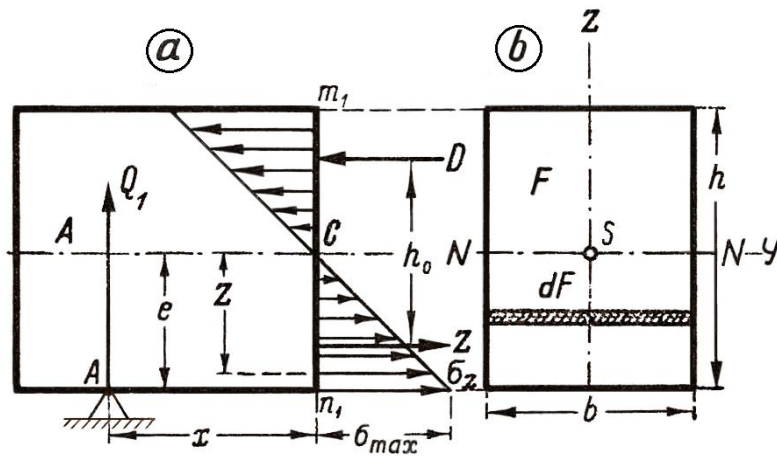


Рис.3.5 а, б.

Напряжения волокон нормальны к плоскости поперечного сечения и изменяются по линейному закону. В нейтральном слое напряжения равны нулю, возрастают с расстоянием от нейтрального слоя и достигают максимальных значений в наиболее удаленных точках – у поверхности бруса.

Формулой (3.1) установлен закон распределения нормальных напряжений по сечению, который представлен диаграммой напряжений на рис. 3.5.

Обозначив через  $\sigma_{\max}$  напряжение наиболее удаленного волокна (рис. 3.5а) и через  $e$  – расстояние его от нейтрального слоя, получаем:

$$\sigma_{\max} : \sigma_z = e : z$$

или

$$\sigma_z = \sigma_{\max} \frac{z}{e} \quad (3.2)$$

Для наглядного представления на рис. 3.5в указаны пружины, действующие между двумя элементарными площадками  $dF$  сечения в

растянутой и сжатой зонах и заменяющие связи частиц; верхняя пружина при изгибе сжимается, нижняя – растягивается; пружины в таком виде представляют внутренние усилия, действующие между сечениями  $m_1n_1$  и  $m_2n_2$ , и, соответственно, равные равнодействующей напряжений, возникающих в площадках  $dF$ .

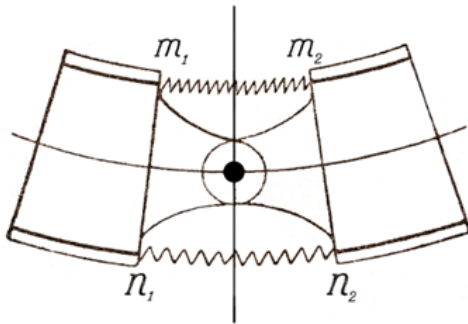


Рис. 3.5 в

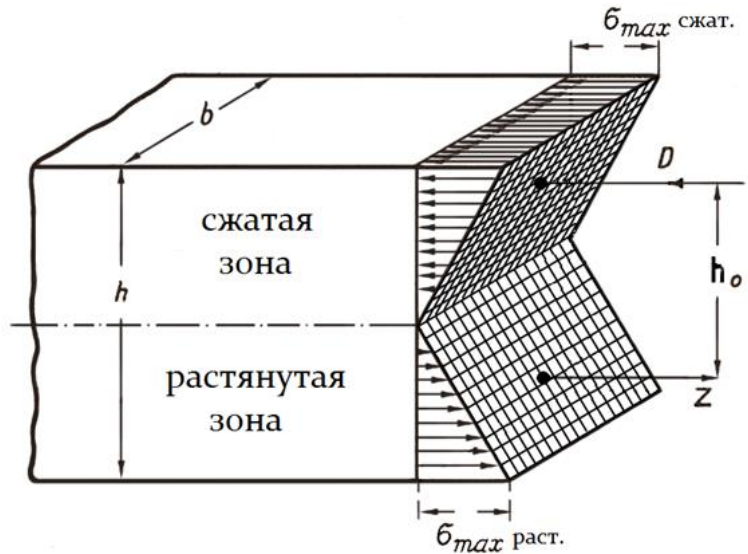


Рис. 3.5 г

Так как эти площадки симметричны относительно главной оси  $Z$ , то эти равнодействующие будут лежать в плоскости изгиба  $ZX$ , как и внешние силы; это положение относится к равнодействующему усилию любой площадки  $dF$ . Для определения напряжения применяем метод сечений.

Рассекаем балку сечением  $m_1n_1$  (рис. 3.1, 3.5г) на две части, отбрасываем правую часть и рассматриваем равновесие оставшейся левой части. Кроме рассмотренных нормальных напряжений, в сечении  $m_1n_1$  возникают от действия перерезывающей силы  $Q$  касательные напряжения  $\tau$ . Равнодействующая (рис. 3.5 б) напряжений любой площадки  $dF$  (заштрихованной) по симметрии сечения будет лежать также в плоскости изгиба  $ZX$ , как и внешние силы.

Так как внешние силы и внутренние усилия, заменяющие действия отброшенной части, лежат в одной плоскости, то для равновесия необходимы 3 уравнения статики. Принимаем, что нейтральная ось совпадает с осью  $Y$  (рис. 3.1, 3.5), т.е. проходит через центр тяжести сечения  $S$  (это предположение подтверждается опытом и теоретическим выводом, как это ниже следует).

$$1. \quad \sum X = 0;$$

$$\sum P_x + \int \sigma \cdot dF = 0,$$

где  $\sum P_x$  — сумма проекций всех внешних сил на ось  $X$  равна нулю:  $\sum P_x = 0$ , откуда:

$$\int \sigma \cdot dF = 0.$$

Подставляя значение напряжения  $\sigma$  из выражения (3.1), получаем:

$$\frac{E}{\rho} \int z \cdot dF = 0.$$

Так как  $\frac{E}{\rho}$  константа, не равная нулю, то

$$\int z \cdot dF = 0.$$

$\int z \cdot dF$  есть статический момент сечения относительно оси  $SY$ , и так как он равен нулю, то ось  $SY$  проходит через центр тяжести сечения; было принято, что нейтральная линия  $N—N$  совпадает с осью  $SY$ , поэтому нейтральная линия проходит через центр тяжести сечения.

Нормальные растягивающие напряжения, возникающие ниже нейтральной оси, заменяем одной равнодействующей  $Z$  (рис 3.5а, г.), а сжимающие напряжения — равнодействующей  $D$ .

Так как  $\int \sigma \cdot dF = 0$ , то  $Z - D = 0$ ;  $Z = D$ .

Эти внутренние усилия действуют на плече  $h_0$ , момент их относительно центра тяжести  $S$  уравнивает момент внешних сил.

2.  $\sum Z = 0$ ;  $\sum P_z$  — сумма проекций внешних сил на ось  $Z$  представляет собой перерезывающую силу,  $V = Q_I$  вызывающую в сечении  $m_1 n_1$  касательные напряжения.

Обозначив через  $\tau$  касательное напряжение, получаем внутреннее усилие, приходящееся на элементарную площадку  $dF$ , равное  $\tau \cdot dF$ .

Для равновесия необходимо, чтобы

$$Q_I = \int \tau \cdot dF.$$

Ниже указано, как распределяются касательные напряжения по сечению и как определяется их величина.

3.  $\sum M = 0$ .

Нормальное усилие, приходящееся на элементарную площадку  $dF$ , равно  $\sigma \cdot dF$ , момент этого элементарного усилия относительно точки  $S$ :

$$\sigma \cdot dF \cdot z.$$

Обозначив момент внешних сил относительно той же точки  $S$  через  $M$ , имеем с учетом (3.1):

$$M = \int \sigma \cdot dF \cdot z = \frac{E}{\rho} \int dF \cdot z^2.$$

$\int dF \cdot z^2$  – есть момент инерции сечения относительно оси  $Y$  —  $I_y$ , поэтому

$$M = \frac{E \cdot I_y}{\rho} \quad (3.3)$$

или

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I_y}. \quad (3.4)$$

Из формулы (3.1) напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= E \cdot z \cdot \frac{1}{\rho} = E \cdot z \cdot \frac{M}{E \cdot I_y} = \frac{M \cdot z}{I_y}; \\ \sigma_z &= \frac{M}{I_y} \cdot z. \end{aligned} \quad (3.5)$$

По формуле (3.5) можно по величинам  $M$  и  $I_y$  найти нормальное напряжение в любой точке сечения для любого расстояния  $z$ .

Наибольшее растягивающее напряжение, как и наибольшее сжимающее, возникает в волокнах, наиболее удаленных от нейтрального слоя, при  $z = e$ :

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M \cdot e}{I_y} = \pm \frac{M}{\frac{I_y}{e}}.$$

Обозначим  $\frac{I_y}{e} = W_y$  – момент сопротивления сечения, тогда

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M}{W_y} \quad (3.6)$$

(где наибольшее растягивающее напряжение –  $\max \sigma_{\text{раст}} = +\frac{M}{W_y}$ , наибольшее сжимающее напряжение –  $\max \sigma_{\text{сж}} = -\frac{M}{W_y}$ ).

Наружные волокна испытывают наибольшее напряжение в каждом сечении, но из этих значений наибольшие будут в опасном сечении, для которого значение момента имеет максимум:

$$\max \sigma = \frac{M_{\max}}{W_y}.$$

В общем виде, освобождаясь от индексов, имеем:

$$\max \sigma = \frac{M}{W}.$$

Например, для прямоугольного сечения (рис. 3.1, 3.5.) момент сопротивления

$$W = W_y = \frac{bh^2}{6}, \quad \text{тогда}$$

$$\max \sigma = \frac{M}{\frac{bh^2}{6}}$$

Для круглого сечения радиуса  $R$

$$W_y = W_x = \frac{\pi R^4}{4R} = \frac{\pi R^3}{4}.$$

Для кольцевого сечения с наружным  $R$  и внутренним  $r$  радиусами

$$W_y = W_x = \frac{\pi}{4R}(R^4 - r^4).$$

Значения моментов сопротивления для стандартных двутавров и швеллеров приводятся в таблицах ГОСТ.

Если площадь поперечного сечения несимметрична относительно нейтральной оси (рис. 3.6а,б), то расстояние  $e$  наиболее удаленных волокон — растянутых и сжатых различны, и поэтому наибольшие растягивающие напряжения в нижних крайних волокнах будут по величине отличаться от наибольших сжимающих напряжений в верхних крайних волокнах.



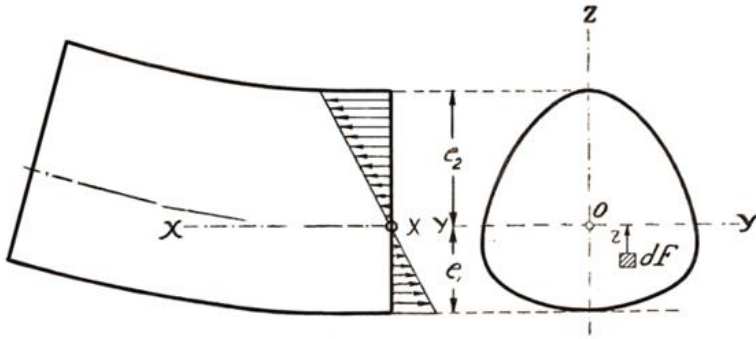


Рис. 3.6 а

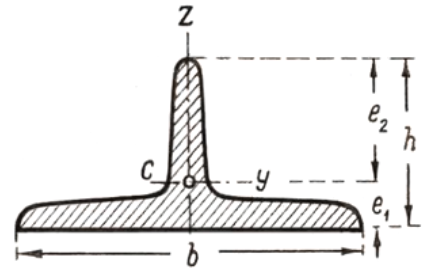


Рис. 3.6 б

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\max \sigma_{\text{раст}} = + \frac{M \cdot e_1}{I} = \frac{M}{\frac{I}{e_1}};$$

так как

$$\frac{I}{e_1} = W_1,$$

то

$$\max \sigma_{\text{раст}} = + \frac{M}{W_1}.$$

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\max \sigma_{\text{сж}} = - \frac{M \cdot e_2}{I} = - \frac{M}{\frac{I}{e_2}}, \quad \text{где} \quad \frac{I}{e_2} = W_2,$$

тогда:

$$\max \sigma_{\text{сж}} = - \frac{M}{W_2}.$$

### 3.3. Уравнение прочности

Форма сечения. Различают два случая:

1) Допускаемое напряжение на растяжение  $[\sigma]_p$  и допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma]_{сж}$  одинаковы, как, например, для железа, дерева.

Наибольшее растягивающее напряжение (рис. 3.6):

$$\max \sigma_{\text{раст}} = + \frac{M \cdot e_1}{I_y} \leq [\sigma]_p. \quad (\text{а})$$

( $e_1$  – расстояние наиболее удаленного растянутого волокна от нейтрального слоя).

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\max \sigma_{\text{сж}} = - \frac{M \cdot e_2}{I_y} \leq -[\sigma]_{\text{сж}}. \quad (\text{б})$$

Так как  $[\sigma]_p = [\sigma]_{\text{сж}}$ , то из выражений (а) и (б) следует, что  $e_1 = e_2$ , т.е. *сечение симметрично* (рис. 3.5). При симметричном сечении безразлично, проверять ли прочность растянутых и сжатых волокон, так как для тех и других допускаемые напряжения одинаковы.

Запишем условие прочности по отношению к растяжению или сжатию. Это условие выражает, что наибольшее действительное напряжение должно быть не больше допускаемого:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} \leq [\sigma]$$

или

$$W \geq \frac{M}{[\sigma]}. \quad (3.7)$$

Последняя формула (3.7) служит для определения прочных размеров симметричного сечения.

2) Допускаемые напряжения на растяжение и на сжатие для материала неодинаковы, как, например, для чугуна. В этом случае сечение *несимметрично* (рис. 3.6).

Если  $\frac{[\sigma]_{\text{сж}}}{[\sigma]_p} = n$ , то из выражений (а) и (б) следует, что  $\frac{e_2}{e_1} = \frac{[\sigma]_{\text{сж}}}{[\sigma]_p} = n$ .

Здесь мы получаем два условия прочности: одно – для растянутых, другое – для сжатых волокон:

$$\max \sigma_{\text{раст}} = \frac{M}{W_1} \leq [\sigma]_p \quad \text{и} \quad \max \sigma_{\text{сж}} = \frac{M}{W_2} \leq [\sigma]_{\text{сж}}. \quad (3.8)$$

В зависимости от того, чему лучше сопротивляется материал, что больше –  $[\sigma]_p$  или  $[\sigma]_{\text{сж}}$ , приходится соответствующим образом конструировать сечение, выбирая его форму и размеры так, чтобы  $W_1$  и  $W_2$  удовлетворяли условиям прочности.

Таким образом, формулы (3.7) и (3.8) дают возможность при вычисленной величине  $M$  и выбранном материале балки (известно допускаемое напряжение) *подобрать* необходимую величину момента сопротивления балки.

Далее, по моменту сопротивления *перейти* к размерам сечения, используя таблицы ГОСТ или вычисляя самостоятельно моменты сопротивления нестандартных сечений.

Физический смысл момента сопротивления: чем больше  $W$ , тем больший изгибающий момент может принять на себя балка, не подвергаясь опасности разрушения. Величина момента сопротивления характеризует влияние на *прочность балки формы и размеров принятого поперечного сечения*.

### 3.3а. Интересные исторические сведения

Галилей (Galilei, 1561–1642 гг.) впервые занялся вопросом сопротивления балки изгибу; в 1638 г. он опубликовал работу о сопротивлении консольной балки (рис. 3.7.) прямоугольного и круглого сечения. Галилей не знал ни о деформации, ни о напряжении, он рассматривал балку как абсолютно твердое, неупругое тело.

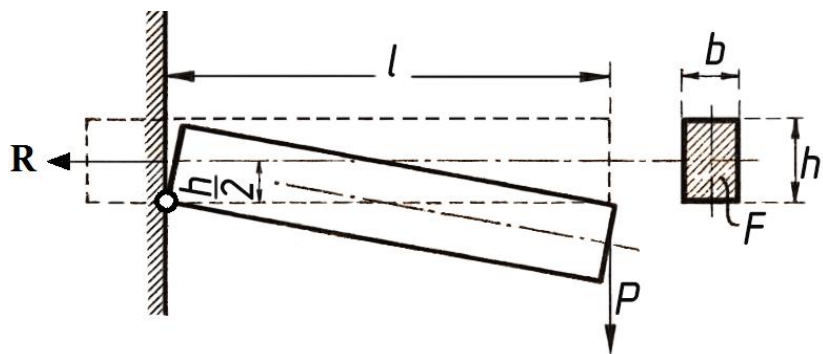


Рис.3.7

Если  $R$  есть сопротивление изгибу в опасном сечении (рис. 3.7), то для равновесия необходимо равенство моментов внешней силы  $P$  и сопротивления  $R$ , т. е.:

$$R \frac{h}{2} = Pl.$$

Если рассматривать  $R$  как равнодействующую напряжений  $\sigma$ , равномерно распределенных по сечению, то получается следующая формула для определения величины напряжения:

$$R \frac{h}{2} = \sigma \cdot F \cdot \frac{h}{2} = P \cdot l.$$

Напряжение при прямоугольном сечении:

$$\sigma = \frac{P \cdot l}{F \frac{h}{2}} = \frac{P \cdot l}{\frac{bh^2}{2}},$$

тогда как в действительности, как указано выше, наибольшее напряжение:

$$\max \cdot \sigma = \frac{P \cdot l}{\frac{bh^2}{6}}$$

Проблема изгиба, поставленная Галилеем, вызвала интерес и подтолкнула к поиску ее решения. Поэтому Галилея не без основания считают основателем учения о сопротивлении материалов.

Впоследствии Мариотт (Mariotte, 1620 – 1689 гг.), Лейбниц (Leibnitz, 1646 – 1716 гг.) и Яков Бернулли (Bernoulli, 1654 – 1705 гг.) рассматривали балку как упругое тело и принимали, что все волокна растягиваются, а нейтральным слоем является внешняя вогнутая поверхность. Яков Бернулли в 1705 г. сделал допущение, что плоское сечение, перпендикулярное к оси бруса до изгиба, остается плоским и перпендикулярным к оси и после изгиба. Паран (Parent) в 1710 г. допускал в изогнутой балке растянутые и сжатые волокна. Для выяснения вопроса о сжатии волокон с вогнутой стороны Дюгамель в 1767 г. произвел опыты с деревянными брусками. Он подвергал изгибу одинаковой нагрузкой несколько одинаковых брусков, из которых один был цельный, в других же были сделаны прорезы (рис. 3.8), в которых закладывались деревянные планки; прорезы доходили не глубже половины высоты брусков.

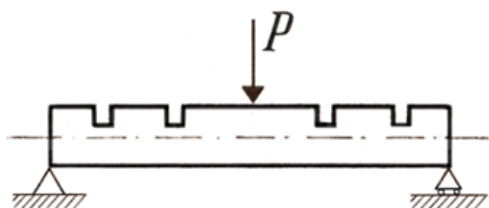


Рис. 3.8

Оказалось, что прорезы не повлияли на прочность брусков. Это возможно вследствие того, что в местах прорезов происходит сжатие, передающееся планкам; если бы в этих местах происходило растяжение, то грани пропилов расходились бы, планки легко было бы вынуть, прорезы ослабили бы брусок.

Опыты затем производились над различными балками другими исследователями.

Колумб (Coulomb) в 1773 г. ввел уравнения равновесия между внешними и внутренними силами. Навье (Navier, 1785 – 1836 гг.) первый правильно установил положение нейтральной оси и доказал, что она проходит через центр тяжести поперечного сечения; он дал уравнение прочности:

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot z.$$

Постепенно на основании наблюдений, догадок, теорий, опыта развивалось учение о сопротивлении материалов. Естественно, встает вопрос: как же люди строили раньше, до развития наук? Ведь известно, что еще в глубокой древности были возведены грандиозные постройки – пирамиды, храмы, виадуки и др. В те времена и позднее до надлежащего развития указанных наук люди строили на основании проб, опыта, выработанных эмпирических и ремесленных знаний удачные постройки, испытанные временем на прочность, копировались; новое пробивало дорогу ощупью, пробами и испытанием. Вопрос времени, экономичности производства работ, экономии материала и рабочей силы, отступал для тех времен на задний план.

Строительный материал (в основном камень и дерево) был в изобилии, строили с избытком материала, с излишней прочностью, покрывая этим незнание; рабочая сила была дешева и в большом количестве.

Современное состояние науки и техники, тесное сочетание теоретического и экспериментального знания, дают возможность осуществить в наше время строительство практически любых сооружений.

### 3.4. Касательные напряжения

Проводим сечение  $m_2n_2$  (рис. 3.1, 3.9) на расстоянии  $dx$  от рассмотренного сечения  $m_1n_1$  и плоскость  $pq$  на расстоянии  $z_1$  от нейтрального слоя. Выделим во всю ширину балки элемент  $pm_1m_2q$  из балки и рассмотрим условия его равновесия при допущении, что касательные напряжения в точках поперечного сечения, равноотстоящих от нейтральной линии, одинаковы.

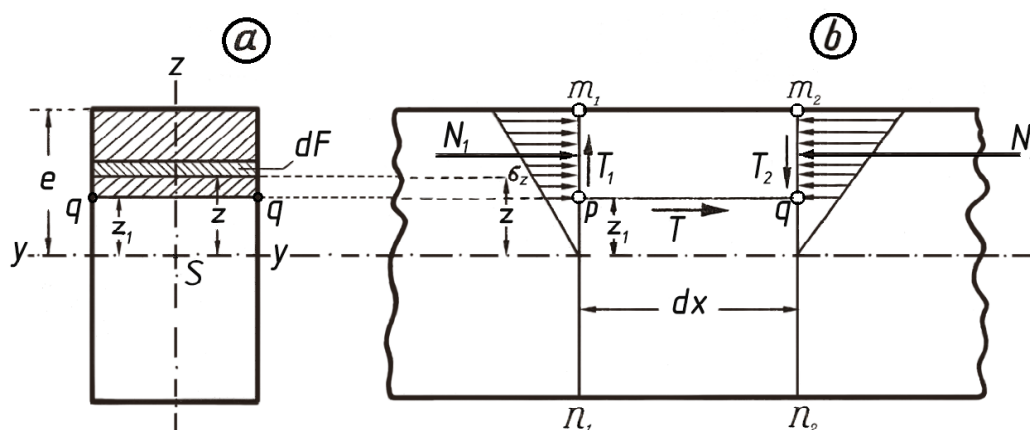


Рис. 3.9

Действие на элемент  $pm_1m_2q$  удаленных частей балки заменяем внутренними усилиями. На грани  $m_1p$  и  $m_2q$  будут действовать нормальные напряжения.

Для элементарной площадки сечения  $m_1n_1$  на расстоянии  $z$  от нейтральной оси (рис. 3.9а) нормальное усилие равно  $\sigma \cdot dF$ .

На всю площадь поперечного сечения элемента величина равнодействующей:

$$N_1 = \int_F \sigma \cdot dF = \int_{z_1}^e \frac{M \cdot z}{I} dF = \frac{M}{I} \int_{z_1}^e dF \cdot z,$$

$\int_z^e dF \cdot z$  есть статический момент заштрихованной площади выше  $qq$  относительно нейтральной оси (рис. 3.9а).

Обозначим  $\int_z^e dF \cdot z$  через  $S_z$ . Имеем:

$$N_1 = \frac{M \cdot S_z}{I}.$$

Для сечения  $m_2n_2$  изгибающий момент получает приращение  $dM$ , пусть оно будет положительным, тогда величина момента будет:  $M + dM$ .

Так как поперечное сечение и площадь части его выше  $qq$  для сечения  $m_2n_2$  те же, что и для сечения  $m_1n_1$ , то величины  $I$  и  $S_z$  имеют то же значение, что и для сечения  $m_1n_1$  и величина равнодействующей:

$$N_2 = \frac{(M + dM) S_z}{I}.$$

По грани  $m_1p$  возникает от перерезывающей силы  $Q$  ( $V$ ) касательное усилие  $T_1$ , представляющее действие правой отброшенной части балки на левую;  $T_1$  направлено вверх; по противоположной грани возникает касательное усилие  $T_2$ , равное  $T_1$ , так как на длине  $dx$  нет внешних сил и величина  $Q$  не изменилась; направление  $T_2$  противоположно направлению  $T_1$ , так как представляет взаимодействие левой отброшенной части на правую.

Проекции сил  $T_1$  и  $T_2$  на горизонтальную ось равны нулю. Так как выделенный элемент находится в равновесии, то необходимо, чтобы сумма проекций других сил была также равна нулю. Но  $N_2 > N_1$ , а потому необходимо, чтобы по грани  $pq$  действовало усилие  $T$ , имеющее направление усилия  $N_1$  (рис. 3.9 б) и представляющее действие на элемент нижней части балки.

Для равновесия необходимо, чтобы

$$N_1 + T - N_2 = 0$$

Или 
$$\frac{M \cdot S_z}{I} + T - \frac{(M + dM) S_z}{I} = 0,$$

откуда

$$T = \frac{dM \cdot S_z}{I}.$$

Усилие  $T$ , стремящееся сдвинуть грань  $pq$  вправо, вызывает в этой грани касательные напряжения, направленные влево; равнодействующая этих касательных напряжений будет уравнивать усилие  $T$ .

Обозначив ширину  $qq$  сечения через  $b$  и через  $\tau$  – касательное напряжение, получаем:

$$\tau \cdot b \cdot dx = -T = -\frac{dM \cdot S_z}{I}; \quad \tau = -\frac{dM}{dx} \frac{S_z}{I \cdot b};$$

так как  $\frac{dM}{dx} = Q$  (перерезывающей силе), то

$$\tau = -\frac{Q \cdot S_z}{I \cdot b}. \quad (3.9)$$

Знак «—» указывает, что касательное напряжение направлено в сторону уменьшения изгибающего момента. Если разрезать брус (рис. 3.1) вдоль на две части по  $AB$ , то каждая часть будет представлять отдельный брус и изгибаться самостоятельно, связь между нижней и верхней частью уничтожится, и будет происходить скольжение одного бруса по другому, концевые сечения не будут лежать в одной плоскости, как в случае изгиба цельного бруса (рис. 3.1с), а выдвинутся, как показано на рис. 3.10.

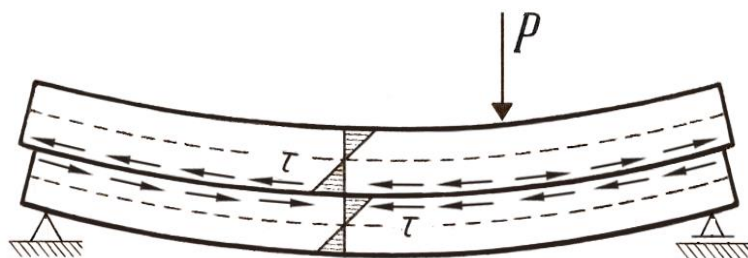


Рис.3.10

В цельном брусе продольные касательные усилия оказывают сопротивление скольжению частей бруса. Чтобы составной брус (рис. 3.10.) работал как целый, необходимо соединить части, что дос-

тигается посредством шпонок, клиньев, болтов. На рис. 3.10 указано направление касательных напряжений – в нижней поверхности верхнего бруса от левой опоры до опасного сечения они направлены влево – в сторону уменьшения изгибающего момента; от сечения до правой опоры они направлены вправо – также в сторону убывания момента. Касательные усилия являются причиной искривления поперечных сечений бруса.

Из формулы (3.9) следует, что касательное напряжение будет, в зависимости от значения перерезывающей силы  $Q$ , различно для сечений по длине балки; при одинаковых других величинах наибольшая величина — при  $\max Q$ .

Из формулы (3.9) следует, что при данном значении  $Q$  для одного и того же сечения напряжение будет различно в зависимости от значений  $S_z$  и  $b$ .

Наибольшего значения касательное напряжение достигает при  $\max S$ , когда  $z_1 = 0$ , т. е. в нейтральном слое.

Формула (3.9) дает возможность определить продольное касательное напряжение в слоях, параллельных нейтральному слою. По закону парности касательных напряжений (взаимности сдвига) та же формула (3.9) определяет величину касательного напряжения и ее изменение в перпендикулярных плоскостях, т. е. *поперечных сечениях* балки (рис. 3.11).

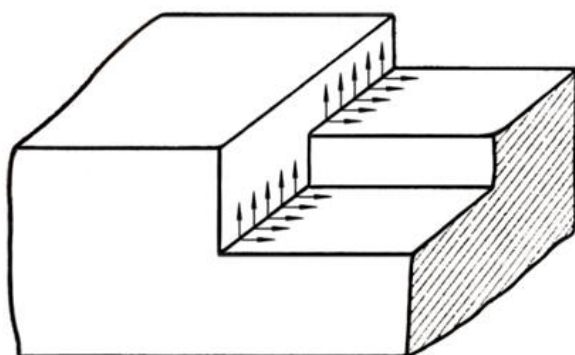


Рис. 3.11

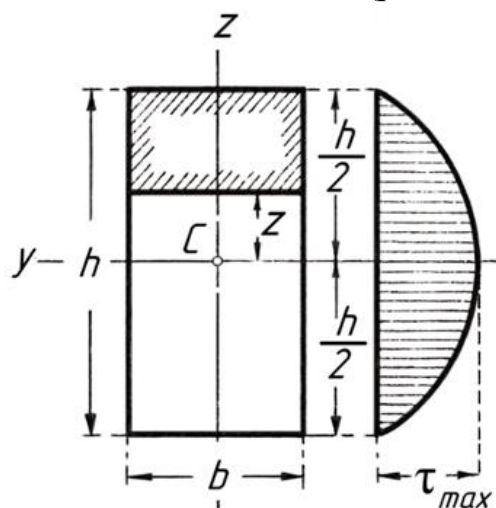


Рис. 3.12

Для заштрихованной части прямоугольного сечения (рис. 3.12)

$$S_z = b \left( \frac{h}{2} - z \right) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + z \right) = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - z^2 \right) = \frac{b}{8} (h^2 - 4z^2).$$

Касательное напряжение:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_z}{I_y \cdot b} = \frac{Q}{I_y \cdot b} \cdot \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - z^2 \right) = \frac{Q}{2I_y} \left( \frac{h^2}{4} - z^2 \right) = \frac{Q}{I_y} \frac{(h^2 - 4z^2)}{8},$$

т.е. касательные напряжения в плоскости сечения изменяются по закону параболы.



Наибольшая величина касательного напряжения  $\tau_{\max}$  — при  $z_1 = 0$ ,

т.е. в нейтральном слое:

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot h^2}{8 \cdot I_y} = \frac{Q \cdot h^2}{8 \frac{bh^3}{12}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F} \quad (3.10)$$

$\frac{Q}{F}$  представляет среднее значение  $\tau_{cp}$  при равномерном распределении по площади;

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \tau_{cp},$$

т.е. наибольшая величина касательного напряжения равна  $\frac{3}{2}$  среднего его значения.

При  $z_1 = \frac{h}{2}$ ,  $\tau = 0$ , т.е. касательное напряжение по поверхности равно нулю.

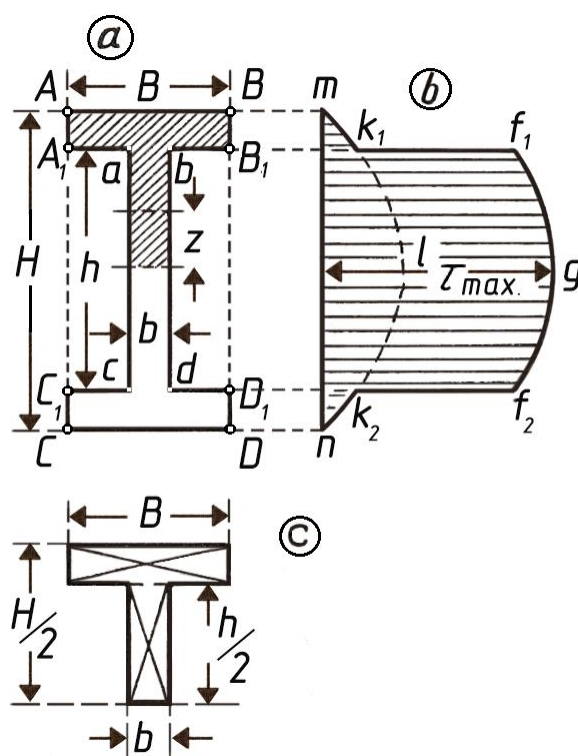


Рис. 3.13

На рис. 3.13. Представлена парабола, иллюстрирующая изменение величины касательного напряжения по высоте балки.

Распределение касательных напряжений для двутаврового сечения (рис. 3.13). Рассматривая прямо-угольник  $ABCD$ , имеем изменение касательных напряжений для его части-полки  $ABA_1B_1$  и  $CDC_1D_1$  по параболе  $mk_1lk_2n$  (рис. 3.13); для стенки — прямоугольника  $abcd$  касательные напряжения изменяются по параболе  $f_1qf_2$ . Из диаграммы напряжений следует, что в месте сопряжения стенки с полкой касательное напряжение испытывает резкое изменение, так как ширина  $B$  резко изменяется на значительно меньшую величину  $b$ .

В действительности напряжения изменяются постепенно, и в месте сопряжения они предстаются другой величиной. Кроме того, из диаграммы следует, что секущее усилие  $Q$  воспринимается, главным образом, стенкой сечения. Наибольшее касательное напряжение — на нейтральном слое ( $z=0$ ). Статический момент половины сечения (заштрихованной):

$$S = B \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{H}{2}} z \cdot dz + b \int_0^{\frac{h}{2}} z \cdot dz = \frac{B \cdot H}{8} - \frac{B \cdot h^2}{8} + \frac{b \cdot h^2}{8}$$

или из рис. 3.13 величина 
$$S = \frac{B}{2} \frac{H-h}{2} \left( \frac{H}{2} - \frac{H-h}{4} \right) + \frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{4}.$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b} = \frac{Q}{I} \left\{ \left( \frac{B}{b} \cdot \frac{H^2 - h^2}{8} \right) + \frac{h^2}{8} \right\}.$$

Относительно распределения касательных напряжений Д.И. Журавским были сделаны следующие допущения:

Касательные напряжения в любой точке сечения направлены параллельно поперечной силе  $Q$ .

Касательные напряжения, действующие на одном и том же расстоянии от нейтральной оси  $y$ , равны между собой, т.е. по ширине сечения касательные напряжения распределяются равномерно.

Исследования показывают, что оба допущения оказываются достаточно правильными для балок прямоугольного сечения, если высота балки больше ширины.

С учетом этих допущений и была получена формула Журавского в виде:

$$\tau = \frac{Q \cdot S^{\text{отс}}}{I \cdot b}. \quad (3.11)$$

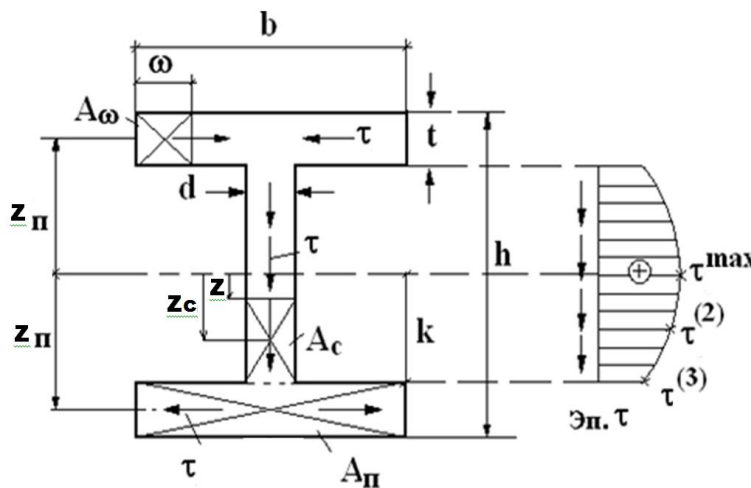


Рис. 3.13а

Для произвольного сечения на расстоянии « $z$ » от оси  $y$  в пределах стенки, т.е.  $0 \leq z \leq k$ , где  $k = 0,5h - t$ , можно записать с учетом обозначений на рис. 3.13а.

$$\begin{aligned} S^{\text{отс}} &= A_c \cdot Z_c + A_{\pi} \cdot Z_{\pi} = \\ &= 0,5d(k^2 - z^2) + bt(k + 0,5t) \end{aligned}$$

где  $A_c = d(k - z),$

$$Z_c = 0,5(k + z), \quad A_{\pi} = bt, \quad Z_{\pi} = k + 0,5t.$$

Подставляем  $S^{\text{отс}}$  в формулу (3.11), в которой заменяем размер « $b$ » на размер « $d$ » – ширина стенки, получим расчетную формулу, по которой

можно построить эпюру  $\tau$  в стенке. Эпюра  $\tau$  криволинейна, поэтому надо не менее трех точек. Считаем:

1)  $z = 0$ , находим  $S_{(1)}^{\text{отс}}$ , подставим в (3.11) и вычислим  $\tau^{(1)} = \tau^{\max}$  и откладываем ее в масштабе на эпюре  $\tau$  рис. 3.13а;

2)  $z = 0,5k$ , аналогично вычислим  $\tau^{(2)}$ ;

3)  $z = k$ , находим  $\tau^{(3)}$ .

По этим точкам строим нижнюю часть эпюры  $\tau$ , а т.к. двутавр симметричен относительно оси  $y$ , то и эпюра  $\tau$  симметрична. Направление  $\tau$  совпадает с направлением  $Q$ . Если  $Q > 0$  (вниз), то и  $\tau$  в стенке направлено вниз.

Полка двутавра широкая и малой высоты и допущения Журавского для нее несправедливы и, следовательно, пользоваться (3.11) нельзя.

В консолях полок возникают горизонтальные  $\tau$ , которые можно найти по формуле:

$$\tau = \frac{Q \cdot S^{\omega}}{I \cdot t}.$$

Определение  $S^{\omega}$  поясним с помощью рис. 3.13а.

На верхней левой консоли полки проведем сечение на расстоянии  $\omega$ , и в этом сечении найдем  $\tau$ . Обозначим длину консоли полки  $m = 0,5b - 0,5d$ . Тогда  $0 \leq \omega \leq m$ ,  $A_{\omega}$  – отсеченная площадь.

$$S^{\omega} = A_{\omega} \cdot Z_{\pi} = t\omega(k + 0,5t),$$

где

$$A_{\omega} = t \cdot \omega, \quad Z_{\pi} = k + 0,5t.$$

Видно, что  $S^{\omega}$  линейно меняется по  $\omega$ , и, следовательно,  $\tau$  линейно меняются по длине консоли полки. Поэтому, для построения эпюры нужны две точки:

1)  $\omega = 0$  (конец консоли),  $S_{(1)}^{\omega} = 0$  и  $\tau^{(1)} = 0$ .

2)  $\omega = m$ , вычислим  $S_{(2)}^{\omega}$  и  $\tau^{(2)} = \tau^{\max}$

Аналогичный закон изменения  $\tau$  будет и в трех других консолях полок.

### 3.5. Подбор сечений

*Форма сечения. Условия экономичности*

Для прочности изгибаемого бруса необходимы два условия:

1) наибольшее нормальное напряжение должно быть меньше или равно допускаемому напряжению:  $\sigma^{\max} \leq [\sigma]$

2) наибольшее касательное напряжение должно быть меньше или равно допускаемому напряжению на срез:

$$\tau^{\max} = \frac{|Q^{\max}| \cdot S_{\text{отс}}^{\text{отс}}}{I \cdot b} \leq [\tau].$$

На практике сечение подбирается по формуле:

$$W^{\text{н}} \geq \frac{|M^{\max}|}{[\sigma]}.$$

Также необходимо удовлетворять при подборе поперечного сечения не только условиям прочности, но и условию экономичности. Чем больше будет момент сопротивления  $W$  и меньше площадь сечения  $F$ , тем сечение будет выгоднее: используется меньше материала. Например, при одной и той же площади сечение выгоднее взять не квадратное, а прямоугольное, так как его момент сопротивления  $W$  прямо пропорционален квадрату высоты:

$$(W = \frac{bh^2}{6}, h > b).$$

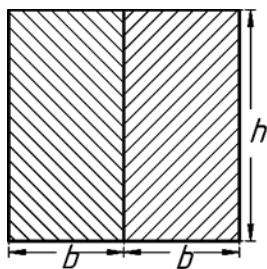


Рис. 3.14

Если два одинаковых бруса (рис. 3.14) с размерами сечения  $h \times b$  соединить вместе и поставить на ребро, то момент сопротивления сечения:

$$W_{\text{р}} = 2 \frac{bh^2}{6} = \frac{bh^2}{3};$$

если же их положить плашмя (рис. 3.15), то момент сопротивления сечения:

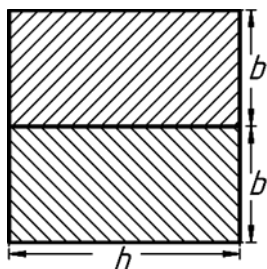


Рис. 3.15

$$W_{\text{п}} = 2 \frac{hb^2}{6} = \frac{hb^2}{3}; \quad W_{\text{р}} : W_{\text{п}} = \frac{h}{b},$$

так как  $h > b$ , то выгоднее поставить на ребро (рис. 3.14); если например,

$$\frac{h}{b} = 2, \text{ то } \frac{W_{\text{р}}}{W_{\text{п}}} = 2.$$

Так как материал, прилегающий близко к нейтральной оси, слабо участвует в сопротивлении изгибу, напряжение возрастает от нейтральной оси к поверхности, значит, выгоднее сосредоточить больше материала у поверхности, удалив его из средней части; такое целесообразное

распределение материала осуществлено в прокатных балках – двутавровых (рис. 3.16), коробчатых – швеллерах (рис. 3.17).



Рис. 3.16

Двутавровая балка (рис. 3.16), например, профиля № 40 имеет площадь  $F = 106 \text{ см}^2$  и момент сопротивления относительно главной горизонтальной оси  $W_6 = 1304 \text{ см}^3$ , стальная балка, имеющая в сечении квадрат той же площади (со стороной  $a \approx 10,3 \text{ см}$ ), имеет момент сопротивления относительно той же оси:

$$W_{\text{КВ}} = \frac{a^3}{6} = 182 \text{ см}^3; \frac{W_6}{W_{\text{КВ}}} = \frac{1304}{182} \approx 7.$$



Рис. 3.17

$$M_{\text{изгб}} = [\sigma] \cdot W.$$

Таким образом, при одном и том же весе указанная двутавровая балка может безопасно воспринять изгибающий момент, в 7 раз больший, чем балка квадратного сечения.

На том же основании *или одной и той же площади* кольцевое сечение выгоднее сплошного. Кольцевое сечение будет иметь больший момент сопротивления и может воспринять, соответственно, больший изгибающий момент. При одном и том же материале и *одинаковом моменте сопротивления* кольцевое сечение выгоднее сплошного сечения, так как площадь сечения, а, следовательно, и вес, будет меньше. Поэтому кольцевые сечения применяются часто, в особенности там, где экономия в весе существенно необходима. Экономия материала при удовлетворении прочности широко распространена в природе: кости птиц и животных, стебли растений имеют также кольцевое сечение.

### Коэффициент удельного сопротивления

Для сравнения степени выгодности различных поперечных сечений и мерила Сен-Венан предложил принять коэффициент  $k$ , равный  $W : F^{\frac{3}{2}}$  и называемый *коэффициентом удельного сопротивления сечения*. Величины  $W$  и  $F^{\frac{3}{2}}$  имеют одинаковое измерение (длина в 3-й степени), поэтому коэффициент  $k$  – величина безразмерная.

$$W = k \cdot F^{\frac{3}{2}}.$$

Из этого выражения следует, что при одной и той же площади  $F$  момент сопротивления  $W$  будет иметь тем большее значение (тем выгоднее сечение), чем больше коэффициент  $k$ .

Например, для круглого сечения (сплошного) диаметра  $d$  коэффициент

$$k_{кр} = W : F^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi d^3}{32} : \sqrt{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^3} = 1 : 4\sqrt{\pi} = 0,141.$$

Для квадрата со стороной  $a$  (рис. 3.18) коэффициент

$$k_{кв} = W : F^{\frac{3}{2}} = \frac{a^3}{6} : \sqrt{a^2}^3 = \frac{1}{6} = 0,167.$$

При одной и той же площади  $F$  сечение квадрата выгоднее сечения круга ( $k_{кв} > k_{кр}$ ).

Для прямоугольника (рис. 3.19)

$$k = W : F^{\frac{3}{2}} = \frac{bh^2}{6} : \sqrt{bh}^3 = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{h}{b}}.$$

Как видно, величина  $k$  возрастает с увеличением отношения высоты сечения  $h$  к его ширине  $b$ . Увеличение этого отношения возможно практически до определенного предела, так как балки при большой высоте и малой ширине оказываются неустойчивыми.

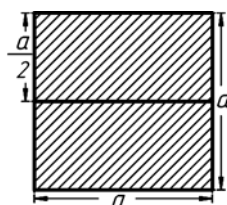


Рис.3.18

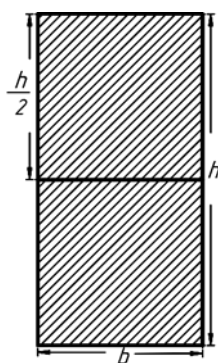


Рис.3.19

### 3.6. Определение деформации балок при изгибе

#### *Прогиб и поворот сечения балки*

При действии внешних сил, расположенных в одной из главных плоскостей инерции сечения балки, наблюдается искривление ее оси в той же плоскости, происходит плоский изгиб.

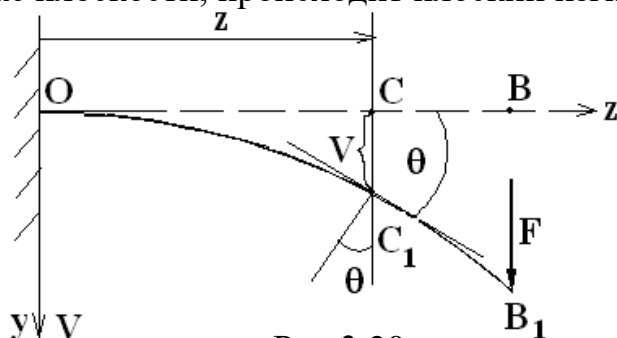


Рис.3.20

На рис. 3.20 изображена искривленная ось балки в плоскости  $YOZ$ , защемленной одним концом и нагруженной на другом конце силой  $F$ . Центр тяжести  $C$  какого-либо сечения с абсциссой  $z$  при деформации балки переместится в т.  $C_1$ .

Перемещение  $CC_1$  (центра тяжести сечения) по направлению, перпендикулярному к оси балки, называется *прогибом балки* в этом сечении. Прогиб обозначается буквой  $V$ .

$$V = CC_1.$$

При деформации балки поперечное сечение поворачивается на некоторый угол  $\theta$ , который называется *углом поворота сечения*.

Обе величины, определяющие деформации балки, являются функцией от  $Z$ .

Уравнение  $V = f(z)$  представляет собой уравнение кривой, по которой изогнется ось балки, это будет *уравнение изогнутой оси балки*.

Касательная к изогнутой оси балки в т.  $C_1$  составит с осью  $Z$  угол, равный  $\theta$ . С другой стороны, тангенс угла, образованного касательной к кривой  $V = f(z)$  и осью  $Z$ , как известно, равен:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dV}{dz}.$$

Так как на практике прогибы балки обычно малы по сравнению с длиной балки, то углы  $\theta$  малы.

Для таких углов можно считать, что тангенс угла равен самому углу, выраженному в радианах. Следовательно

$$\theta = \frac{dV}{dz} = V' \quad (3.12)$$

При выбранных нами направлениях координатных осей (рисунок №?) положительный прогиб будет вниз, а положительный угол поворота сечения  $\theta$  – по направлению вращения часовой стрелки.

### ***Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки***

Для получения зависимости  $V = f(z)$  надо установить, как зависят деформации балки от внешних сил, изгибающих ее, от размеров и материала балки.

Кривизна оси:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}, \quad (3.13)$$

где  $\rho$  – радиус кривизны изогнутой оси балки.

Однако в общем случае использовать зависимость (13) для определения прогибов не удастся.

С другой стороны, из курса высшей математики известна зависимость между радиусом кривизны плоской кривой и координатами  $Z$  и  $V$  ее точек:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{V''}{(1 + (V')^2)^{3/2}}. \quad (3.14)$$

Приравнивая выражения (3.13) и (3.14), исключим радиус кривизны:

$$\frac{M}{EI} = \pm \frac{V''}{(1 + (V')^2)^{3/2}}. \quad (3.15)$$

*Это дифференциальное уравнение изогнутой оси, или дифференциальное уравнение упругой линии.*

Выше мы уже отмечали, что  $V' = \theta$  – величины очень малые, поэтому их квадратом можно пренебречь по сравнению с единицей. Тогда уравнение (3.15) упростится:

$$\pm EI_x V'' \approx M_x \quad (3.16)$$

*Это приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси.*

Знак в формуле (3.16) зависит от выбора направлений осей координат. В нашем случае, когда ось  $z$  горизонтальна и направлена вправо, а ось  $y$  – вниз, надо брать знак «–». Итак,

$$EI_x V'' = -M_x. \quad (3.17)$$

Если ось  $y$  направлена вверх, надо взять знак «+».

### ***Интегрирование дифференциального уравнения упругой линии***

Для того чтобы получить аналитические выражения для прогибов и углов поворота, необходимо найти решение дифференциального уравнения (3.17). Правая часть уравнения является известной функцией для каждой конкретной балки с конкретным нагружением. Интегрируя его один раз, получим:

$$EI_x V' = EJ_x \theta = -\int M_x dz + C.$$

Это выражение определяет закон изменения углов поворота сечений балки.

После повторного интегрирования найдем уравнение оси балки:

$$EI_x V = -\int dz \int M_x dz + Cz + D.$$

Постоянные интегрирования  $C$  и  $D$  находятся из граничных условий.

Уравнения (3.17) записываются для каждого участка балки и интегрируются. При большом числе участков определение  $\text{const } C_i$  и  $D_i$  осложняется, т.к. приходится решать большое число совместных алгебраических уравнений, из которых они вычисляются. Поэтому для таких балок были разработаны другие методы.

Один из таких методов сводится к уравниванию однотипных  $\text{const}$  интегрирования, для чего при составлении аналитических выражений изгибающих моментов  $M_x$  по участкам балки необходимо соблюдать ряд условий.

### ***Метод уравнивания произвольных постоянных (метод Клебша)***



Равенство между собой произвольных постоянных ( $C_1 = C_2 = \dots = C$  и  $D_1 = D_2 = \dots = D$ ) при большом числе участков балки возможно при соблюдении следующих условий:

- 1) Отсчет координат  $S_i$  всех участков должен вестись от одного конца балки.
- 2) Все составляющие выражения  $M_x$  предыдущего участка должны сохраняться неизменными в выражениях  $M_x$  последующего участка. Поэтому, если на каком-то участке появляется распределенная нагрузка  $q$ , не идущая до конца балки, то ее надо продлить до конца балки, добавив на этих же участках такую же распределенную нагрузку с противоположным знаком.
- 3) Сосредоточенные моменты  $m_0$  вводятся в виде  $m_0(S_i - d)^0$ , где  $d$  – расстояние от начала балки до сечения, где приложены  $m_0$ .
- 4) Интегрирование дифференциальных уравнений надо вести без раскрытия скобок.

### 3.7. Типовые задачи с решениями

**3.7.1.** Деревянная балка (из сосны) прямоугольного сечения пролетом  $l=3,0$  м (рис. 3.21а) лежит свободно на двух опорах и несет сосредоточенную нагрузку  $P=1\,500$  кг на расстоянии  $a=1,0$  м от левой опоры. Определить прочные размеры балки, если отношение высоты балки  $h$  к ширине  $b$  равно  $\frac{h}{b} = 2$  (рис. 3.21б) и допускаемое напряжение  $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$  (собственным весом балки пренебречь).

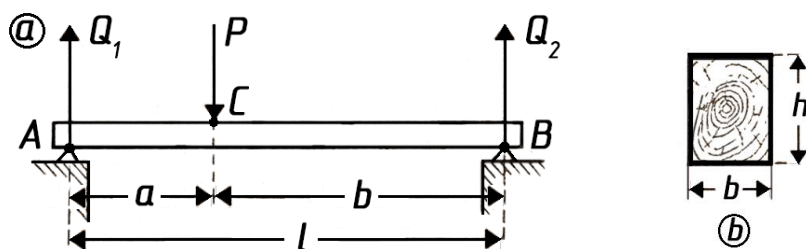


Рис. 3.21

Решение:

Реакция опоры:

$$Q_1 = \frac{P \cdot b}{l} = \frac{1500 \cdot 200}{300} = 1000 \text{ кг.}$$

Реакция опоры:

$$Q_2 = \frac{P \cdot a}{l} = \frac{1500 \cdot 100}{300} = 500 \text{ кг.}$$

$$Q_1 + Q_2 = P.$$

Наибольший изгибающий момент относительно сечения  $C$  под грузом:

$$M_{\max} = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{1500 \cdot 100 \cdot 200}{300} = 100\,000 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Требуемый момент сопротивления:

$$W_{\text{тр}} = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{100\,000}{100} = 1\,000 \text{ см}^3.$$

Момент сопротивления прямоугольного сечения  $W = \frac{bh^2}{6}$  задано:

$\frac{h}{b} = 2$ ;  $b = \frac{h}{2}$ , поэтому  $W = \frac{h^3}{12} = 1\,000$ , откуда искомая высота балки:

$$h = \sqrt[3]{12\,000} \approx 23 \text{ см.}$$

Ширина балки  $b = \frac{h}{2} = 11,5 \text{ см}$ ; принимаем  $b = 12 \text{ см}$ .

**3.7.2.** Определить наибольшее напряжение – нормальное и касательное для балки найденного сечения  $h = 23 \text{ см}$ ,  $b = 12 \text{ см}$ , пренебрегая собственным весом.

Решение. Наибольшее нормальное напряжение:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}; \quad W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{12 \cdot 23^2}{6} = 1\,058 \text{ см}^3; \quad \sigma_{\max} = \frac{100\,000}{1\,058} \approx 94,5 \text{ кг} / \text{см}^2$$

(допускаемое  $[\sigma] = 100 \text{ кг} / \text{см}^2$ ). Наибольшее касательное напряжение по нейтральной оси для  $Q_{\max} = Q_1 = 1\,000 \text{ кг}$ . По формуле (3.10)

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1\,000}{23 \times 12} \approx 5,4 \text{ кг} / \text{см}^2 \text{ (допускается } [\tau] = 10 \text{ кг} / \text{см}^2 \text{).}$$

**3.7.3.** Круглая деревянная балка пролетом  $l = 4$  м (рис. 3.22) свободно лежит на двух опорах и несет симметричную нагрузку  $P = 1,2$  т на расстоянии  $a = 1$  м от опор. Определить диаметр  $d$  балки, если допускаемое напряжение  $[\tau] = 100$  кг/см<sup>2</sup> (собственным весом балки пренебречь).

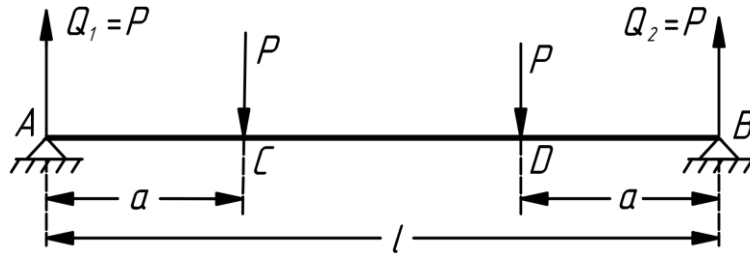


Рис. 3.22

Решение:

$$M_{\max} = P \cdot a = 1,2 \cdot 1 = 1,2 \text{ т} \cdot \text{м}.$$

Требуемый момент сопротивления:

$$W_{\text{тр}} = \frac{M_{\max}}{[\tau]} = \frac{120\,000}{100} = 1\,200 \text{ см}^3.$$

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = 1\,200, \text{ откуда } d \approx 23 \text{ см}.$$

**3.7.4.** Определить: 1) нагрузку  $P_1$ , которой безопасно может быть нагружена консоль (рис. 3.23) из стали  $50 \text{ см} \times 3 \text{ см}$ , и 2) во сколько раз нагрузка  $P_2$  должна быть меньше  $P_1$ , если балку положить плашмя;  $[\sigma] = 1\,200$  кг/см<sup>2</sup>.

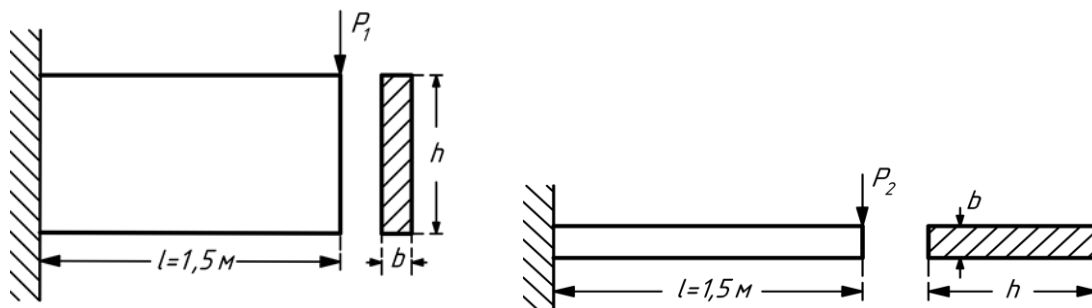


Рис. 3.23

Решение:

$$1) M_{\max} = P_1 \cdot l = W_1 \cdot [\sigma], \text{ откуда искомая сила } P_1 = \frac{W_1 \cdot [\sigma]}{l};$$

$$W_1 = \frac{bh^2}{6} = \frac{3 \cdot 50^2}{6} \text{ см}^3; l = 150 \text{ см}; P_1 = \frac{3 \cdot 50^2 \cdot 1\,200}{150 \cdot 6} = 10\,000 \text{ кг}.$$

2) Моменты при одном и том же вылете  $l$  прямо пропорциональны нагрузкам  $P$ :

$$\frac{M'_{\max}}{M''_{\max}} = \frac{P_1}{P_2}; M'_{\max} = W_1 \cdot [\sigma]; M''_{\max} = W_2 \cdot [\sigma],$$

откуда

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1}; \frac{W_2}{W_1} = \frac{hb^2}{6} : \frac{bh^2}{6} = \frac{b}{h};$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{b}{h} = \frac{3}{50} = 0,06;$$

$$P_2 = 0,06 \cdot P_1 = 0,06 \cdot 10000 = 600 \text{ кг}.$$

**3.7.5.** Определить наиболее выгодное сечение прямоугольной балки, вытесанной из круглого бревна диаметром  $d$  (рис. 3.24).

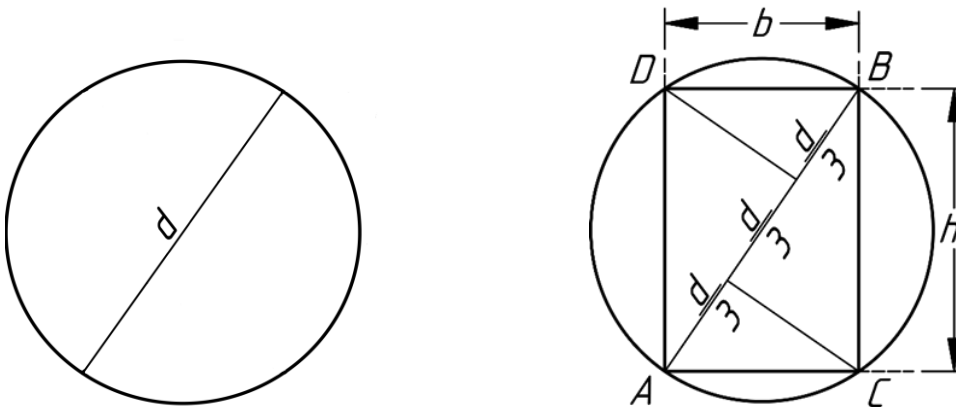


Рис.3.24

**Решение:**

Из круглого бревна можно вытесать балки различного прямоугольного сечения. Наиболее выгодным будет сечение с наибольшим моментом сопротивления  $W = \frac{bh^2}{6}$ ; из прямоугольного  $\Delta ABC$  имеем:  $h^2 = d^2 - b^2$ ,

поэтому

$$W = \frac{b(d^2 - b^2)}{6}.$$

$W$  имеет максимум при значении  $b$ , удовлетворяющем уравнению:

$$\frac{dW}{db} = \frac{1}{6}(d^2 - 3b^2) = 0,$$

откуда  $b = \frac{d}{\sqrt{3}}$ ; ( $\frac{d^2W}{db^2} = -b < 0$ ,  $W$  имеет max);  $h^2 = d^2 - b^2 = d^2 - \frac{d^2}{3} = \frac{2}{3}d^2$  и

$$h = \sqrt{2} \cdot \frac{d}{\sqrt{3}} = b\sqrt{2}.$$

Отношение высоты балки к ширине  $h:b = \sqrt{2} = 1,41$ .

Берем приближенное значение:

$$\frac{h}{b} = \frac{7}{5}; \frac{b}{h} = \frac{5}{7}, b \approx 0,7h.$$

*Построение наивыгоднейшего прямоугольника*

Выше найдено, что  $b = \frac{d}{\sqrt{3}}$ ;  $b^2 = \frac{d^2}{3}$ . Представляя это равенство пропорцией,

имеем:  $d:b = b:\frac{d}{3}$ , т. е. ширина балки  $b$  есть средняя пропорциональная между диаметром  $d$  и его третью. Для нахождения  $b$  делим диаметр  $AB$  на три равные части (рис. 3.24), из точек деления восстанавливаем к  $AB$  перпендикуляры до пересечения с окружностью в точках  $C$  и  $D$ . Соединяя прямыми точки  $A, B, C, D$ , получаем искомый прямоугольник.

**3.7.6.** Стальная консольная балка таврового сечения № 9 (рис. 3.25) длиной  $l = 1$  м несет на свободном конце нагрузку  $P = 200$  кг. Определить наибольшие напряжения – растягивающее и сжимающее.

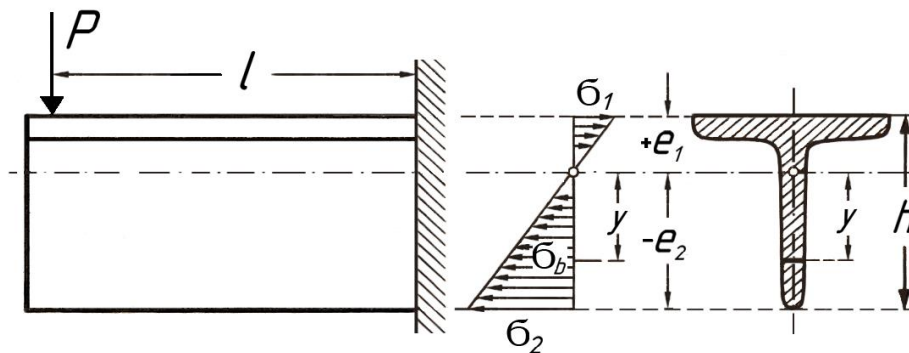


Рис. 3.25

Расстояние центра тяжести сечения от полки:

$$e_1 = 2,47 \text{ см};$$

$$I_x = 118 \text{ см}^4;$$

$$h = 9,0 \text{ см}.$$

**Решение:**

$$M_{\max} = P \cdot l = 200 \cdot 100 = 20000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

$$e_1 = 2,47 \text{ см}; e_2 = 9,0 - 2,47 = 6,53 \text{ см}.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\max \sigma_p = \frac{M \cdot e_1}{I} = \frac{20000 \cdot 2,47}{118} \approx 418 \text{ кг/см}^2.$$

Наибольшее сжимающее напряжение::

$$\max \sigma_{сж} = \frac{M \cdot e_2}{I} = \frac{20000 \cdot 6,53}{118} \approx 1106 \text{ кг/см}^2.$$

Примечание:

Наибольшее растягивающее напряжение значительно ниже допускаемого, материал в растянутой зоне недостаточно использован, поэтому для стали при одинаковом допускаемом напряжении на растяжение и сжатие тавровое сечение является неэкономичным, для стали выгодны симметричные сечения, когда  $e_1=e_2$ . Чугун значительно лучше сопротивляется сжатию, чем растяжению. Примем допускаемое напряжение сжатию  $[\sigma]_{сж}=600 \text{ кг/см}^2$ , допускаемое напряжение растяжению  $[\sigma]_p=200 \text{ кг/см}^2$ .

Чтобы тавровое сечение было рациональным и были использованы допускаемые напряжения, необходимо чтобы

$$\frac{[\sigma]_{сж}}{[\sigma]_p} = \frac{600}{200} = \frac{e_2}{e_1}; e_2 = 3e_1,$$

т.е. чтобы центр тяжести сечения лежал на  $\frac{1}{4}$  высоты от основания  $b$ .

**3.7.7.** Консольная чугунная балка (рис. 3.26) таврового сечения пролетом  $l = 2,0$  м несет равномерно распределенную нагрузку  $q = 0,4$  т/пог.м и на свободном конце сосредоточенную нагрузку  $P = 1$  т. Определить размеры сечения балки, если допускаемое напряжение сжатию  $[\sigma]_{сж}=600 \text{ кг/см}^2$ , допускаемое напряжение растяжению  $[\sigma]_p=200 \text{ кг/см}^2$ .

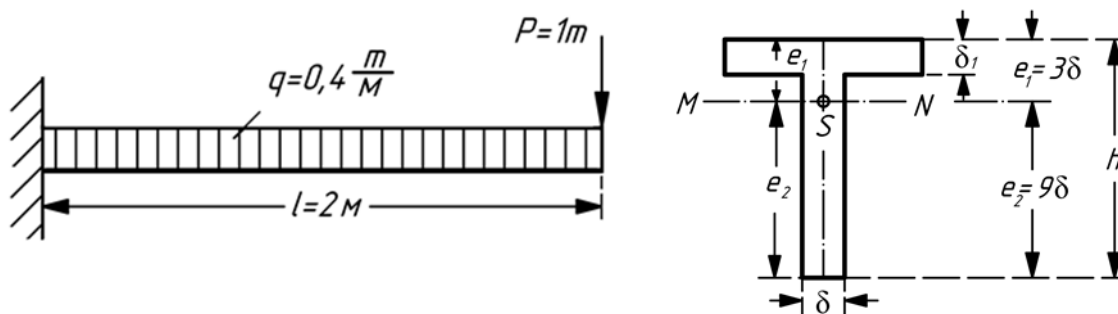


Рис. 3.26

Решение:

Задаемся двумя размерами сечения в частях толщины вертикальной стенки  $\delta : h = 12 \delta$ ;  $\delta_1 = 2 \delta$ . Определяем ширину  $b$  в частях  $\delta$  из условия: статический момент площади сечения относительно нейтральной оси  $MN$ , проходящей через центр тяжести сечения, должен равняться нулю, т.е. статический момент площади ниже оси должен равняться статическому моменту площади выше оси.

$$e_1 = \frac{e_2}{3}; \quad e_1 = \frac{h}{4} = 3\delta; \quad e_2 = \frac{3}{4}h = 9\delta;$$

$$9\delta \cdot \delta \cdot 4,5\delta = b \cdot 2\delta \cdot 2\delta + \delta \cdot \delta \cdot \frac{\delta}{2},$$

откуда  $b = 10\delta$ .

Толщину  $\delta$  определяем из условия прочности:  $W_2 = \frac{M_{\max}}{[\sigma]_{сж}}$ .

$$M_{\max} = 1 \cdot 2 + 0,4 \cdot 2 \cdot 1 = 2,8 \text{ т} \cdot \text{м}; \quad W_2 = \frac{I}{e_2};$$

$$I = \frac{2}{3} b \delta^3 + 8b\delta^3 + \frac{1000\delta^4}{12} + 160\delta^4.$$

Подставляя значение  $b = 10\delta$ , получаем:

$$I = 330 b^4 \text{ и } W_2 = \frac{I}{e_2} = \frac{330\delta^4}{9\delta} = 36,7, \delta^3 = \frac{280000}{600},$$

откуда  $\delta \approx 23 \text{ мм}$ ;  $b = 230 \text{ мм}$ ;  $h = 12\delta = 23 \cdot 12 = 276 \text{ мм}$ ,

принимая округленно  $h = 280 \text{ мм}$ ;  $\delta_1 = 2\delta = 46 \text{ мм}$ .

**3.7.8.** Перекрытие помещения  
произведено кирпичными  
сводами в  $\frac{1}{2}$  кирпича по

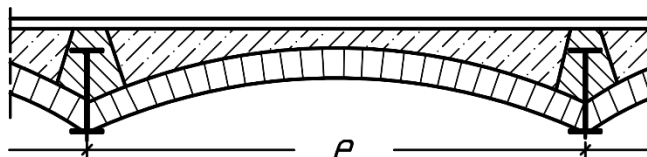


Рис. 3.27

железным балкам (рис. 3.27) при расстоянии между их осями  $e = 2,0 \text{ м}$ . Расчетный пролет балки  $l = 6,4 \text{ м}$ . Определить номер профиля двутавровой балки, если вес перекрытия со штукатуркой и деревянным полом  $g = 300 \text{ кг} / \text{м}^2$ , временная нагрузка  $p = 400 \text{ кг} / \text{м}^2$  и допускаемое напряжение  $\sigma = 1200 \text{ кг} / \text{см}^2$ .

**Р е ш е н и е.** Нагрузка, приходящаяся на 1 пог. м балки:

- 1) От собственного веса перекрытия:  $300 \cdot 2 = 600 \text{ кг} / \text{пог.м.}$
  - 2) Временной нагрузки:  $400 \cdot 2 = 800 \text{ кг} / \text{пог.м.}$
  - 3) Собственный вес балки принимаем:  $60 \text{ кг} / \text{пог.м.}$
- Всего  $q = 1460 \text{ кг/пог. м.}$

Наибольший изгибающий момент:

$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{1400 \cdot 6.4^2}{8} \approx 7\,475 \text{ кг} \cdot \text{м} = 747\,500 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Требуемый момент сопротивления:

$$W_{mp} = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{747\,500}{1\,200} = 623 \text{ см}^3.$$

По моменту сопротивления из сортамента находим соответствующий профиль балки.

**3.7.9.** Над проемом ворот (рис. 3.28) проложены 2 железные балки  $AB$  двутаврового сечения, несущие вес стены толщиной в 0,4 м и высотой в 7,8 м; размеры окон указаны на рис. 3.28, пролет балок в свету  $l_1 = 3,2$  м. Определить номер профиля балки, если вес 1 м<sup>3</sup> кладки = 1 800 кг и допускаемое напряжение  $[\sigma] = 1\,200 \text{ кг/см}^2$ .

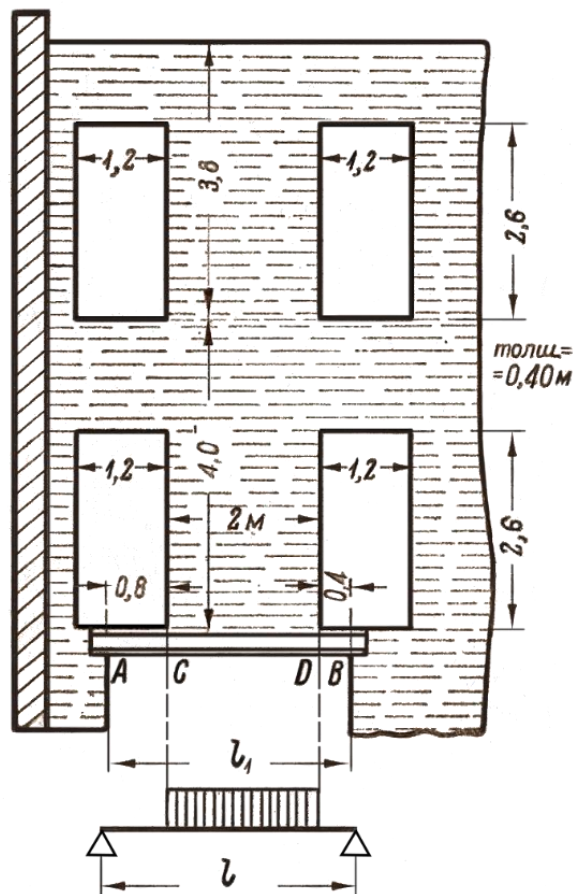


Рис. 3.28

**Р е ш е н и е.** Вес стены, приходящейся на балки:



$P = 1\,800 \cdot v$ , где  $v$  - объем кладки стены за вычетом оконных отверстий в  $\text{м}^3$ ;

$$v = 0.4(7.8 \cdot 3.2 - 4 \cdot 0.6 \cdot 2.6) = 7.488 \text{ м}^3,$$

$$P = 1800 \cdot 7.488 \approx 13\,500 \text{ кг}.$$

Нагрузка на одну балку:  $\frac{P}{2} = 6750 \text{ кг}.$

Для получения расчетного пролета  $l$  увеличиваем пролет в свету на 5 %.

$$l_1 = 1.05 \times 3.2 = 3.36 \text{ м};$$

принимаем  $l = 3.4 \text{ м}.$

Нагрузка равномерно распределена на участке  $CD$  (рис. 3.28) длиной 2 м; на пог. метр приходится:

$$q = \frac{6750}{2} = 3375 \text{ кг/п.м.}$$

Реакции:

$$Q_1 = \frac{6750 \cdot 1.5}{3.4} = 2\,978 \text{ кг}; Q_2 = P - Q_1 = 3772 \text{ кг}.$$

Линия суммы сил пересекает ось балки в сечении  $E$ . Определим расстояние  $x_0$  опасного сечения от левой опоры  $A$ .

Сумма сил слева сечения:

$$V = Q_1 - q(x_0 - a); \text{ приравняв ее к нулю, находим:}$$

$$x_0 = a + \frac{Q_1}{q} = 0.9 + \frac{2978}{3375} \cdot 1.782 \text{ м} = c.$$

$$M_{\max} = Q_1 c - \frac{q(c - a)^2}{2} = 2\,978 \cdot 1.782 - 3\,375 \frac{0.882^2}{2} = 3\,994 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Требуемый момент сопротивления:

$$W_{mp} = \frac{399440}{1\,200} \approx 333 \text{ см}^3.$$

Подходит двутавр № 26 с  $W = 403 \text{ см}^3$ .

**3.7.10.** Над проемом ворот (рис. 3.29) проложены 3 балки двутаврового сечения, поддерживающие высокую стену на цементном растворе, толщиной в 0,7 м. Определить № профиля балки, если куб. метр кладки весит

1800 кг, пролет в свету  $l_1 = 3,0$  м и допускаемое напряжение  $[\sigma] = 1000$  кг/см<sup>2</sup>.

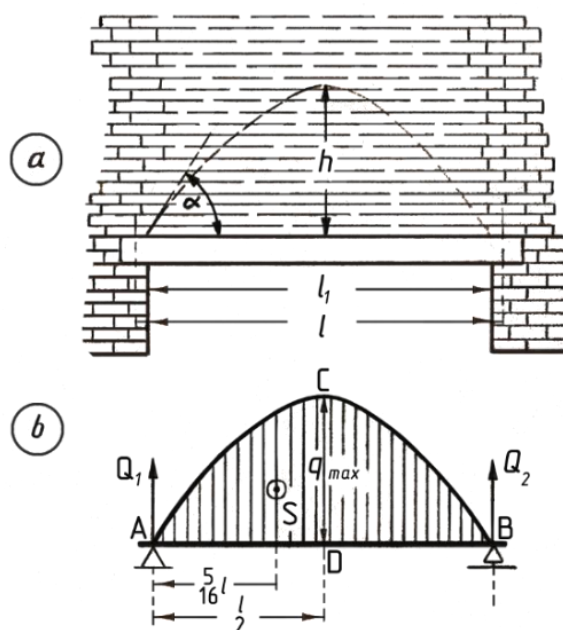


Рис. 3.29

**Решение.** На балки производит давление часть кладки, очерченная по параболе; если удалить балки, то часть кладки ниже параболы упадет, а кладка выше параболы будет поддерживаться параболическим сводом. Угол  $\alpha$  касательной к параболе от  $60^\circ$  до  $75^\circ$  и высота  $h$  (0,43 – 0,93)  $l$ , где  $l$  – расчетный пролет; для кладки на хорошем цементном растворе принимают низшее значение, при известковом растворе – высшее значение.

Примем  $h = 0,6l$  и расчетный пролет  $l = 1,1l_1 = 3,3$  м.

Наибольшее давление  $q_{\max}$  на 1 пог.см длины:

$$q_{\max} = 0,0018 \cdot 70 \cdot 0,6 \cdot 330 = 24 \text{ кг / пог.см.}$$

Вся нагрузка на балки

$$\frac{2}{3} q_{\max} \cdot l.$$

$$\text{Реакции опор: } Q_1 = Q_2 = \frac{1}{3} q_{\max} \cdot l.$$

Центр тяжести с половины параболической кладки  $ACD$

отстоит от опоры на  $\frac{5}{16} l$ .

$$M_{\max} = \frac{1}{3}ql \cdot \frac{l}{2} - \frac{l}{3}ql \cdot \frac{3}{16}l = \frac{5}{48}ql^3,$$

на каждую балку

$$M'_{\max} = \frac{1}{3}M_{\max} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{48}ql^2; M'_{\max} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 24 \cdot 330^2}{3 \cdot 48} = 90\,750 \text{ кг} \times \text{см}.$$

Требуемый момент сопротивления

$$W_{mp} = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{90750}{1000} = 90,75 \text{ см}^2.$$

Подходит двутавр № 17 с  $W = 113,6 \text{ см}^3$ .

## П4. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СРЕДЕ ПК ЛИРА-САПР

### 4.1. Назначение и возможности

Программный комплекс (ПК) ЛИРА-САПР – многофункциональный программный комплекс для расчета, численного исследования и проектирования конструкций различного назначения. ПК ЛИРА-САПР основан на использовании метода конечных элементов (МКЭ) в форме перемещений, являющегося основным инструментом численного анализа прочности и устойчивости строительных конструкций.

Применительно к металлическим конструкциям ПК ЛИРА позволяет рассчитывать здания и сооружения (а также их элементы и узлы сопряжений) различного назначения на следующие виды нагрузок и воздействий:

- статические (собственный вес конструкций и оборудования, полезные нагрузки, климатические нагрузки и др.),
- температурные и деформационные нагрузки;
- динамические (пульсация ветра, сейсмические воздействия, ударные и импульсные воздействия, гармонические колебания).

Наряду с численными расчетами конструкций в «упругой» стадии (закон Гука) ПК ЛИРА-САПР позволяет производить расчеты с учетом:

- **физической нелинейности** (учет нелинейных зависимостей между напряжениями и деформациями, т.е. учет действительной работы материала, предполагающей возможность развития пластических деформаций, и вследствие этого перераспределения усилий в статически-неопределимых системах, а также возможности образования пластических шарниров);
- **геометрической нелинейности** (отсутствует прямая зависимость между перемещениями и деформациями, что позволяет производить расчеты по деформированной схеме с учетом изменения геометрии системы в процессе нагружения, а также расчеты систем, которые не могут быть решены в линейной постановке: нити, ванты и мембраны);
- **одновременно с физической и геометрической нелинейностью** (расчеты производятся по деформированной схеме с учетом возможности образования пластических деформаций);
- **конструктивной нелинейности** (контактные задачи, т.е. задачи с односторонними опорами, например, опоры, которые работают только на сжатие или только на растяжение, трение и др).

Расчет сечений и узлов стальных конструкций выполняется на вычисленные в ПК ЛИРА усилия и их сочетания: усилия от загрузений, расчетные сочетания усилий (PCY), расчетные сочетания нагрузок (PCN). Предусмотрена возможность введения усилий или их сочетаний вручную.

**РСН** и **PCY** – это два способа решения одной и той же задачи – определения наиболее **опасных сочетаний нагрузок**.

Первый подход, основанный на вычислении расчетных сочетаний нагрузок (РСН) и соответствующих им усилий на основании нормированных формул.

Такой подход принят в качестве основного в странах Европы и США. Он вытекает из вероятностной оценки вклада той или иной нагрузки в итоговое напряженно-деформированное состояние сооружения. Для каждого сооружения рассматривается всегда одинаково ограниченное количество сочетаний. При этом весьма вероятно, что наиболее опасные сочетания могут быть упущены.

Второй подход (PCY) предложен советской школой и основан на принципе суперпозиции, который справедлив для линейно деформируемых систем. Задача определения опасных сочетаний нагрузок преобразована в задачу определения опасных сочетаний усилий (PCY). Детально о способах построения и о критериях PCY, используемых в ПК ЛИРА, см. справочную систему ЛИРА-САПР.

Главная цель двух подходов – обеспечение взаимосвязи между результатами расчета сооружения на различные нагрузки и подбором (проверкой) сечений его элементов.

ЛИР-СТК работает как с PCY, так и с РСН, а также с усилиями, полученными в результате расчета по отдельным загрузениям.

Подбор и проверка сечений может производиться в двух режимах:

- сквозной режим, в процессе которого производится расчет для всех указанных пользователем элементов в автоматическом режиме;
- локальный режим, в процессе которого пользователь может производить многовариантное проектирование одного конструктивного или конечного элемента – изменять параметры или тип сечения, менять марку стали, варьировать расстановку ребер жесткости и т.п.

Результатами расчета (подбора или проверки) являются размеры сечений элементов и проценты использования несущей способности сечений элементов по соответствующим проверкам [7]. Результаты проверки или подбора выдаются в виде текстовых, HTML, Excel таблиц и графических таблиц или копий экрана. Последние выполняются с помощью Документатора. Кроме этого, для быстрого просмотра предусмотрена возможность графического вывода процентов использования по группам проверок по 1-му и 2-му предельным состояниям, а также отдельно по местной устойчивости элементов конструкции в виде цветовой гаммы – мозаики.

Работа ЛИР-СТК осуществляется на базе нормативных данных, которые содержат сведения о расчетных характеристиках сталей и размерах

выпускаемого листового и фасонного проката. База сортамента содержится в системе ЛИР-РС (редактируемый сортament).

## 4.2. Типы сечений

В зависимости от усилий, действующих в сечении стержневых элементов, определены следующие расчетные процедуры (табл. 4.1?).

Таблица 4.1

Расчетная процедура	Усилия	Соответствие СП 16.13330.2017
ФЕРМЕННЫЙ	Продольного усилия $N$ (сжатие или растяжение)	Центрально-растянутые и центрально-сжатые
БАЛКА	Изгибающих моментов $M_y$ (в плоскости $Z_1$ ), $M_z$ (в плоскости $Y_1$ ), перерезывающих сил $Q_z$ и $Q_y$	Изгибаемые элементы
КОЛОННА	Нормальной силы (сжатие или растяжение) $N$ и изгибающих моментов $M_y$ , $M_z$ ; перерезывающих сил $Q_z$ и $Q_y$	Элементы, подверженные действию осевой силы с изгибом
КАНАТ	Продольное усилие $N$ (растяжение)	Канаты, пряди, высокопрочная проволока

Расчетная процедура «**ФЕРМЕННЫЙ**» указывает на то, что импортируемый в ЛИР-СТК элемент будет рассчитываться на действие только продольных усилий или их сочетаний (сжатие и/или растяжение). **Возможное присутствие изгибающих моментов и поперечных сил будет игнорироваться.** Последнее необходимо, например, при классическом расчете ферм, когда изгибающие моменты не учитываются, а нагрузка от собственного веса была собрана не в узлы, а приложена распределенной, с использованием автоматической функции ПК ЛИРА «Добавить собственный вес».

Расчетная процедура «**БАЛКА**», соответственно, указывает на то, что импортируемый в ЛИР-СТК элемент будет рассчитываться на действие только изгибающих моментов и поперечных сил. **Возможное присутствие продольных сил будет игнорироваться.**

Расчетная процедура «**КОЛОННА**» указывает на то, что импортируемый в ЛИР-СТК элемент будет рассчитываться на действие полной группы усилий.

### 4.3. Задание дополнительных данных для подбора или проверки сечений

В программном комплексе необходимо задавать дополнительные данные, необходимые для подбора или проверки сечений. Далее перечисляются данные, необходимые для расчета в соответствии с СП 16.13330.2017.

Для всех типов элементов задаются коэффициенты условий работы  $\gamma_c$  и коэффициенты надежности  $\gamma_n$ .

Необходимо задать коэффициент условий работы  $\gamma_c$  для проверок сечения по устойчивости и по прочности. Коэффициенты условий работы  $\gamma_c$  задаются как для всего сечения, так и для каждого элемента сечения в отдельности (для составных сечений). Если  $\gamma_c$  для элемента сечения отличается от  $\gamma_c$  всего сечения, он будет использован для проверок устойчивости этого элемента сечения. Например, коэффициент условий работы элемента «стенка» будет использован при проверке местной устойчивости стенки. Когда задается коэффициент условий работы для всего сечения, он дублируется для всех его компонентов. Поэтому после задания коэффициента условий работы для всего сечения необходимо проверить правильность его задания для всех компонентов сечения. В таблице исходных данных локального расчета задается только коэффициент условий работы всего сечения.

Необходимо задать коэффициент надежности по ответственности  $\gamma_n$ . Коэффициент надежности задается единственный для всего сечения.

Расчетные длины задаются относительно местных осей Z1 и Y1. Термин «относительно оси» означает плоскость, перпендикулярную оси. На рис. 4.1 показано расположение местных осей.

Расчетные длины задаются в единицах измерения геометрии или как коэффициент расчетной длины. В последнем случае для получения расчетных длин при запуске расчета вычисляется геометрическая длина элемента (или конструктивного элемента, если ведется расчет конструктивного элемента), которая умножается на соответствующий коэффициент длины.



Рис. 4.1. Схематическое изображение плоскостей, относительно которых задаются расчетные длины

### Дополнительные данные для элементов «ФЕРМЕННЫЙ»

*Предельная гибкость.* Предельная гибкость на растяжение всегда задается численно. Предельная гибкость на сжатие может задаваться численно или как случай табл. 32 [7], если при вычислении предельной гибкости используется коэффициент  $\alpha$ .

Предельная гибкость на растяжение по умолчанию равна 300.

При проверках несущей способности элементов из парных уголков предусмотрено использование дополнительного коэффициента 0,8 (указывается пользователем), как для основного элемента решетки сварной фермы покрытия и перекрытия. Он умножается на коэффициенты условий работы.

### Дополнительные данные для элементов «БАЛКА»

*Ребра жесткости.* Необходимо указать (флажком), нужна ли расстановка ребер жесткости. Если указанная команда была обозначена и при этом значение шага ребер жесткости установлено равным 0, то программой при расчете будет выбран максимально допустимый шаг из условия обеспечения местной устойчивости стенки без учета локальных напряжений ( $y_{loc} = 0$ ).

Необходимо указать, производить ли расчет в пределах упругих или с учетом развития ограниченных пластических деформаций.

*Относительный прогиб.* Для расчета по второму предельному состоянию необходимо указать предельный относительный прогиб, а точнее – значение, указанное в знаменателе. Кроме этого предусмотрена возможность задания расчетной длины пролета  $L$  (Точно...), если геометрическая длина элемента (конструктивного элемента) не соответствует действительной расчетной (например, если ригель задан в расчетную схему со строительным подъемом, объединение его в один конструктивный элемент невозможно). Дополнительно соответствующим флажком указывается параметр **консоль**, и расчет прогибов будет производиться с учетом удвоенной длины  $L = 2L$  элемента (конструктивного элемента).

*Длина пролета Авто...* – вычисляется по положению раскреплений. *Длина пролета Точно...* – длина пролета при расчете приравнивается к этому числу. *Максимально допустимый прогиб (знаменатель)* – задание допустимого прогиба балки. Проверка прогиба осуществляется сопоставлением реально определенного относительного прогиба ( $f/L$ ) с максимально возможным для данного конструктивного элемента прогибом.

*Проверка выполняется только для балок на основании состава загрузжений во всех сочетаниях. Учитываются коэффициенты надежности по нагрузке (заданные при формировании РСУ в среде ПК ЛИРА-САПР) и коэффициенты сочетания.*



Прогибы находятся для каждого сечения на основании распределения двух изгибающих моментов и поперечных сил по длине элемента. Соответственно, увеличение количества расчетных сечений способствует более точному определению прогибов (особенно, если воздействуют сосредоточенные силовые факторы).

Предусмотрена возможность определять не чистые перемещения (относительно локальных осей Y и Z в недеформированной схеме), а прогиб относительно двух выбранных условно неподвижных точек (точек раскрепления).

На рис. 4.2 показан механизм определения прогибов в конструктивном элементе с наложенными раскреплениями на элементы.

Если раскрепления не наложены, то прогиб принимается равным полному расстоянию до оси X.

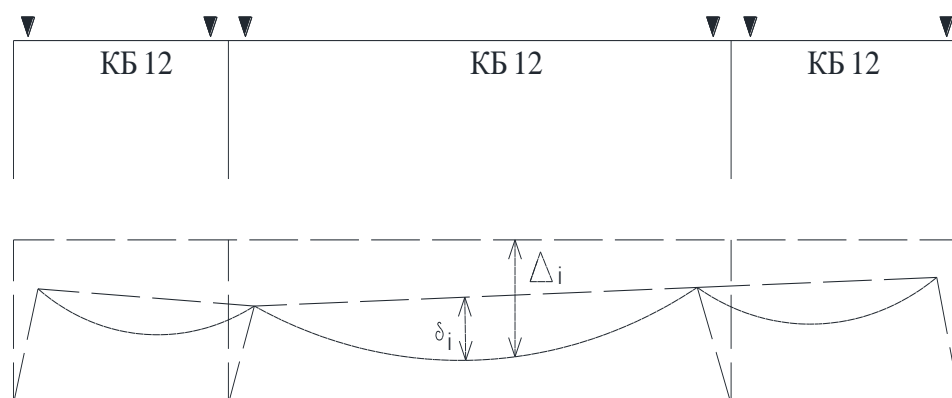


Рис. 4.2. Схематическое изображение механизма определения прогибов

**Данные для расчета на общую устойчивость.** Расчетная длина задается или в единицах измерения геометрии, или в виде коэффициента к геометрической длине элемента, на который для получения  $L_{ef}$  во время расчета умножается геометрическая длина балки (или конструктивного элемента, если ведется расчет конструктивного элемента). При выполнении п. 8.4.4 (а) [7] (следует считать обеспеченным устойчивости балок 1 класса, т.е. расчет не требуется производить) -  $L_{ef} = 0$ .

#### Дополнительные данные для элементов «КОЛОННА»

**Предельная гибкость.** Предельная гибкость на растяжение всегда равна 300 (см. табл. 33 [7]). Предельная гибкость на сжатие задается соответствующей строкой в зависимости от вида элементов из табл. 32 [7].

**Расчетная длина для вычисления  $\varphi_b$  ( $\varphi_b$ ).** Задание необходимо для проверки устойчивости внецентренно-сжатых стержней из плоскости действия момента:  $N / (c \varphi_y A R_y y_c) < 1$  (п. 9.2.4 [7]), где  $c$  при больших эксцентриситетах зависит от ( $\varphi_b$ ). В общем случае расчетная длина  $L_{ef}$  для вычисления ( $\varphi_b$ ) может быть не равна расчетной длине  $L_{y1}$  или  $L_{z1}$ ,

применяемой для вычисления  $\varphi_y$ . Поэтому задание  $L_{ef}$  необходимо особо п. 8.4.2 [7]. В расчете стержней замкнутого сечения или при малых эксцентриситетах в расчете стержней открытого сечения величина  $L_{ef}$  не участвует.

**Расчетные длины ветвей.** Задаются для расчета в плоскости, перпендикулярной плоскости соединительной решетки. Расчетные длины ветвей необходимы для проверок гибкости и устойчивости ветвей сквозных сечений двухветвевой колонны с разными сечениями ветвей. Для трех- и четырехветвевой колонны они не задаются.

**Соединительная решетка.** После выбора типа соединительной решетки необходимо указать и ее профиль (профили).

**Шаг решетки.** Если шаг решетки задан равным 0, принимается, что наклон ее к осям ветвей равен 60 градусам.

#### 4.4. Конструктивные и унифицированные элементы

**Конструктивный элемент** – это совокупность нескольких конечных элементов, которые при конструировании будут рассматриваться как единое целое. Если конструктивный элемент состоит из элементов вида БАЛКА, то на схеме он будет обозначаться **КБ**. Если конструктивный элемент состоит из элементов вида КОЛОННА, то на схеме он будет обозначен **КК**. Если конструктивный элемент состоит из элементов вида ФЕРМЕННЫЙ, то на схеме он будет обозначен **КФ**. Если конструктивный элемент состоит из элементов вида КАНАТ, то на схеме он будет обозначен **К**.

В конструктивный элемент могут входить элементы с одинаковым сечением. Между элементами, входящими в конструктивный элемент, не должно быть разрывов, они должны иметь общие узлы и лежать на одной прямой. Конструктивные элементы не могут входить в другие конструктивные элементы и унифицированные группы конечных элементов.

Для расчета выбираются все РСУ, которые возникли во всех сечениях элементов, принадлежащих конструктивному элементу.

**Унификация элементов (унификация конечных элементов)** применяется, когда необходимо подобрать одинаковое поперечное сечение нескольких элементов. Тогда для расчета выбираются наиболее опасные сочетания (РСУ), которые возникли во всех сечениях элементов унифицированной группы.

Унификация элементов и конструктивных элементов используется только при расчете по расчетным сочетаниям усилий (РСУ). При подборе сечений элементов по усилиям от нагрузок или от расчетных сочетаний

нагрузок (РСН) унификация игнорируется. В этом случае для подбора используются действительные значения расчетных усилий, возникающих в данном элементе, а не всех элементов унифицированной группы.

Если элементы вида БАЛКА объединены в группу унификации, то на схеме они будут обозначены **УБ**, а далее номер группы унификации. Для КОЛОНН – **УК**, а далее номер группы унификации. Для ФЕРМЕННЫХ – **УФ**, а далее номер группы унификации.

**Унификация конструктивных элементов** применяется, когда необходимо подобрать одинаковое поперечное сечение элементов. При этом выбираются наиболее опасные РСУ (по тому или иному критерию) из всех элементов унифицированной группы.

При унификации конструктивных элементов необходимо, чтобы количество элементов, входящих в унифицированные конструктивные элементы, было одинаковым. Сечения элементов также должны быть одинаковыми. Количество расчетных сечений по длине конечного элемента должно быть одинаковым.

Для расчета выбираются все РСУ, которые возникли во всех сечениях элементов, принадлежащих конструктивному элементу.

#### **4.5. Проверки несущей способности элементов**

Для всех рассчитанных (подобранных или проверенных) сечений элементов выводятся результаты проверок по прочности и устойчивости (по первому предельному состоянию), гибкости и прогибу (по второму предельному состоянию) и по местной устойчивости. Результаты выводятся в виде процентов использования сечения в сравнении с предельной несущей способностью (или предельным значением соответствующего критерия, например, с предельной гибкостью) по той или иной проверке.

Для расчета следует задать коэффициенты условий работы  $\gamma_c$  в соответствии с приложением 2, коэффициент надежности по ответственности  $\gamma_n$  (приложение 1), а также все необходимые дополнительные характеристики.

Ниже приведены таблицы со ссылками на пункты [7], используемые в конструирующей системе ЛИРА-САПР.

Таблица 4.2

**Центрально-растянутые и центрально-сжатые элементы (ФЕРМЕННЫЙ)**

<b>№</b>	<b>Тип проверки</b>	<b>Источник или пункт СП</b>	<b>Формула проверки, примечания</b>
1	Прочность	7.1.1	$\frac{N}{A_n R_y \gamma_c} \leq 1;$ <p>Расчет на прочность элементов из стали с нормативным сопротивлением <math>R_{yn} \leq 440 \text{ Н/мм}^2</math></p>
2	Устойчивость	7.1.3	$\frac{N}{\varphi A_n R_y \gamma_c} \leq 1;$ <p>С учетом требований 7.3.2 – 7.3.9</p>
3	Гибкость	10.4.1	$\lambda \leq [\lambda_u]$ <p>Предельная гибкость при растяжении всегда задается пользователем согласно таблице 33. Для элементов типа 1(а), 2(а), 2(б) таблицы 32 СП предельная гибкость при сжатии задается как пункт, соответствующий одной из строк ниспадающего списка или численно в исходных данных</p>
4	Местная устойчивость	7.3.1, 7.3.2, 7.3.3, 7.3.7, 7.3.8, 7.3.9, 7.3.11, 8.5.1, 8.5.4, 8.5.7, 8.5.8, 8.5.9, 8.5.18, 8.5.19, 8.5.20, 9.4.2, 9.4.3, 9.4.7, 9.4.8, 9.4.9	См. местную устойчивость полок и стенок для сжатых элементов (для элементов, подверженных действию осевой силы с изгибом)

**Изгибаемые элементы (БАЛКА)**

Таблица 4.3

<b>№</b>	<b>Тип проверки</b>	<b>Источник или пункт СП</b>	<b>Формула проверки, примечания</b>
1	Прочность по нормальным напряжениям	8.2.1, 8.2.3	$\frac{M}{W_{n,min} R_y \gamma_c} \leq 1; \quad \frac{M_x}{I_x R_y \gamma_c} y \pm \frac{M_y}{I_y R_y \gamma_c} x \leq 1;$ $\frac{M}{c_x \beta W_{xn,min} R_y \gamma_c} \leq 1;$ $\frac{M_x}{c_x \beta W_{xn,min} R_y \gamma_c} + \frac{M_y}{c_y W_{yn,min} R_y \gamma_c} \leq 1;$ <p>Сквозные составные сечения рассчитываются без учета развития пластических деформаций (<math>c = 1.0</math>). Прокатные и сварные составные сечения могут рассчитываться с учетом пластических деформаций (<math>c &gt; 1.0</math>)</p>

2	Прочность по касательным напряжениям	8.2.1, 8.2.3	$\frac{Q \cdot S}{I \cdot t_w \cdot R_y \gamma_c} \leq 1$ <p>Местное напряжение не учитывается, т.е. <math>\sigma_{loc}=0</math></p>
3	Прочность по приведенным напряжениям	8.2.1,	$\frac{0.87}{R_y \gamma_c} \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq 1$ <p>Местное напряжение не учитывается т.е. <math>\sigma_{loc}=0</math></p>
4	Общая устойчивость	8.4.1, 8.4.2, 8.4.4, 8.4.6	$\frac{M_x}{\varphi_b W_{cx} R_y \gamma_c} \leq 1$ $\frac{M_x}{\varphi_b W_{cx} R_y \gamma_c} + \frac{M_y}{W_{cy} R_y \gamma_c} \leq 1$ <p>При обеспечении общей устойчивости по п. 8.4.4(а) или 8.4.4(б) принимается <math>\Phi_b=1</math></p>
5	Устойчивость пояса	8.5.18, 8.5.19, 8.5.20	$\lambda_f = (b_{ef} / t) \sqrt{R_y \gamma_c} \leq [\lambda_f]$
6	Устойчивость стенки балки		Местная и подвижная нагрузка не учитывается, предполагается отсутствие продольных ребер жесткости
6.1	Устойчивость стенки, не укрепленной ребрами	8.5.1	$\lambda_w = (h_{ef} / t_w) \sqrt{R_y \gamma_c} \leq [\lambda_{uw}]$
6.2	Устойчивость стенки, укрепленной только поперечными ребрами при учете пластической работы балки	8.5.8	Местная и подвижная нагрузка не учитывается, увеличение предельного значения $[h_{ef}/t]$ за счет недонапряжения не учитывается. При условии соблюдения требований 7.3.1, 8.2.3, 8.2.8
6.3	Устойчивость стенки, укрепленной только поперечными ребрами при упругой работе балки	8.5.4, 8.5.7, 8.5.9	$\sqrt{(\sigma/\sigma_{cr} + \sigma_{loc}/\sigma_{loc,cr})^2 + (\tau/\tau_{cr})^2} / \gamma_c \leq 1$ <p>Местная и подвижная нагрузка не учитываются, увеличение предельного значения <math>[h_{ef}/t]</math> за счет недонапряжения не учитывается. В проверке используется расчетная длина <math>l_{ef}</math> для расчета общей устойчивости балки. Задание <math>l_{ef}&gt;0,1m</math> приводит к тому, что значение бета (<math>b</math>) в формуле (84) пункта 8.5.4 принимается равным 0,8 (<math>b=0,8</math>), при <math>l_{ef}&lt;0,1m</math> бета принимается равным бесконечности (<math>b=\Gamma</math>). Для коробчатых сечений касательное напряжение вычисляется без учета влияния перерезывающей силы в другой плоскости.</p>

7	Прогиб (2-е предельное состояние)		При увеличении сечения по прогибу при подборе принято, что прогиб уменьшается пропорционально росту жесткости относительно соответствующей оси. Точность расчета по прогибам зависит от количества расчетных сечений в элементе. Предусмотрена возможность определять прогиб относительно двух выбранных условно неподвижных точек (точек раскрепления).
---	-----------------------------------	--	--

Таблица 4.4

**Элементы, подверженные действию осевой силы с изгибом (КОЛОННА)**

№	Тип проверки	Источник или пункт СП	Формула проверки, примечания
1	Прочность	7.1.1, 7.1.3, 9.1.1, 9.1.3	$\frac{N}{A_n R_y \gamma_c} \leq 1 ;$ $\left( \frac{N}{A_n R_y \gamma_c} \right)^n + \frac{M_x}{c_x W_{xn, min} R_y \gamma_c} + \frac{M_y}{c_y W_{yn, min} R_y \gamma_c} \leq 1 ;$ $\left( \frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{I_{xn}} y \pm \frac{M_y}{I_{yn}} x \right) / R_y \gamma_c \leq 1 ;$ $\frac{\gamma_u \gamma_c}{R_u \gamma_c} \left  \frac{N}{A_n} - \frac{M}{\delta W_{tn}} \right  \leq 1$ <p>Дополнительно проверяется:</p> <p>1) касательные напряжения <math>\tau = QS/Jt \leq R_s \gamma_c</math> согласно формуле (42) п.8.2.1</p> <p>2) приведенные напряжения <math>0,87/R_y \gamma_c (\sigma^2 + 3\tau^2)^{1/2} \leq 1</math> согласно формуле (44) п.8.2.1, где <math>\sigma = N/A + M/W_x + M/W_y</math> – нормальные напряжения в точке сечения, а <math>\tau</math> – касательное напряжение. Наличие бимоента не учитывается.</p> <p>Результаты этих проверок распечатываются в столбцах тау и с1 в таблице результатов расчета балок, однако не распечатываются ни в одном из столбцов в таблице результатов расчета для колонн. Таким образом, в случаях, когда определяющей была проверка по с1 или тау, значение в столбце ИПС в таблице результатов расчета для колонн будет выше, чем все значения в столбцах нор, YYI, YZI, YYZ.</p>
2	Устойчивость колонны в плоскости действия момента	7.1.1, 7.3.5, 7.3.6, 9.2.1, 9.2.2, 9.2.8, 9.2.10	$\frac{N}{(\varphi_e A R_y \gamma_c)} \leq 1$ <p>Формула проверки выбирается в зависимости от относительного эксцентриситета</p>

3	Устойчивость колонны из плоскости действия момента	7.1.1, 7.3.5, 7.3.6, 9.2.1, 9.2.4, 9.2.5, 9.2.8, 9.2.10	$\frac{N}{(\varphi_x AR_y \gamma_c)} \leq 1$ Формула проверки выбирается в зависимости от относительного эксцентриситета, соотношения моментов инерции $i_{y1}$ и $i_{z1}$ а также гибкостей $\lambda_{y1}$ и $\lambda_{z1}$ . Уменьшение расчетного момента $M_{y1}$ в зависимости от условий опирания согласно п.9.2.6 не учитывается.
4	Устойчивость колонны, подверженной изгибу в двух плоскостях	9.2.9, 9.2.10	$\frac{N}{(\varphi_{exy} AR_y \gamma_c)} \leq 1$
5	Гибкость колонны	10.4.1	$\lambda \leq [\lambda_u]$

## 4.6. Описание алгоритмов расчета элементов

### Проверочный расчет

Каждое сечение элемента при расчете проверяется по формулам [7], приведенным в табл. 4.2–4.4. При этом используются следующие предпосылки и допущения:

- Крутящий момент при расчете не учитывается. Составные элементы уголков, швеллеров, соединенных через прокладки, рассчитываются как сплошностенчатые согласно п. 7.2.6.
- Расчет соединительных элементов (планок, решеток) сжатых составных стержней выполняется в соответствии с п. 7.2.6–7.2.9.
- При расчете с учетом сейсмического воздействия вводится дополнительный коэффициент  $m_{кр}$ . Если усилие в данном сечении элемента идентифицировано как сейсмическое (при составлении табл. РСУ или РСН), то этот коэффициент вводится автоматически. Коэффициент  $m_{кр}$  можно задать в диалоге «Учет сейсмических воздействий».

### Проверка несущей способности ферменных элементов

При проверке несущей способности выполняются следующие расчетные процедуры:

- Выполняется расчет на прочность в пределах упругих деформаций согласно п. 7.1.1.
- Алгоритм расчета на устойчивость составлен в соответствии с указаниями п. 7.1.3. Коэффициент продольного изгиба  $\varphi$  определяется аналитически по формулам, указанным в п. 7.1.3.
- Гибкость определяется относительно местных осей элемента и сравнивается со значением предельной гибкости, введенным пользователем или

определенным согласно табл. 32 для элементов типа 1(а), 2(а), 2(б) в дополнительных характеристиках.

### **Проверка несущей способности изгибаемых элементов**

В зависимости от работы балки рассчитываются в пределах упругих и пластических деформаций. В общем случае проверке подлежит прочность сечения балки по нормальным, касательным и приведенным напряжениям. Расчет балки на прочность при пластических деформациях реализован на основе п. 8.2.3, в пределах упругих деформаций и, приведенные напряжения – в соответствии с п. 8.2.1. При этом используются следующие предпосылки:

- Проверка балки на общую устойчивость выполняется на основе п. 8.4 в зависимости от заданной пользователем расчетной длины балки.
- Внимание. Раскрепления стержней, используемые только при расчете прогиба балок, никак не связаны с раскреплениями сжатого пояса балки и расчетной длиной балки при расчете на общую устойчивость.
- Проверка общей устойчивости балки при наличии момента в двух плоскостях производится по критерию максимального краевого сжимающего напряжения в сечении с учетом  $\Phi_b$  ( $\phi_b$ ) для одного из моментов.
- Проверка других сечений, кроме двутавровых, тавровых или швеллерных не выполняется.
- При расчете местной устойчивости стенки не учитывается местная и подвижная нагрузки и предполагается отсутствие продольных ребер жесткости.
- При проверке местной устойчивости стенки коробчатого сечения касательное напряжение вычисляется без учета влияния перерезывающей силы в другой плоскости.
- В процессе подбора, если стенка не удовлетворяет условию местной устойчивости, происходит ее утолщение, поэтому рекомендуется задавать реальный шаг поперечных ребер жесткости, иначе ребра жесткости будут расставлены с максимально допустимым расстоянием. Имеется возможность отказаться от установки поперечных ребер, погасив при задании дополнительных характеристик флажок «ставить ребра жесткости».

Проверка прогиба осуществляется сравнением **относительного прогиба**, полученного из расчета по ПК ЛИРА-САПР, с **задаваемым предельным относительным прогибом**. Относительный прогиб вычисляется между точками раскрепления стержня, которые задаются пользователем. Точка раскрепления представляет собой точку, прогиб которой условно считается равным нулю.



- Если раскрепление балки не задано, то в качестве прогиба берется ее полное перемещение относительно местной оси.
- В каждом расчетном сечении стержня или конструктивного элемента прогиб определяется по каждому нагружению.
- Величина его определяется путем интегрирования эпюры моментов стержня или конструктивного элемента с учетом краевых условий, заданных при назначении раскреплений стержней, иными словами, точек нулевого прогиба. При нахождении прогиба используются нормативные усилия, найденные путем деления расчетного усилия на коэффициент надежности по нагрузке. Далее на основе информации о составе РСУ соответствующие прогибы суммируются с учетом коэффициентов сочетаний, заданных при формировании РСУ. Из полученного ряда прогибов выбирается максимальный, который и сопоставляется с заданным предельным прогибом.

### **Проверка несущей способности колонн**

- Проверка сечения элементов, подверженных действию осевой силы с изгибом по прочности, производится на основе п. 7.1.1, 9.1.1, 9.1.3
- Проверка колонн на общую устойчивость в плоскости и из плоскости действия моментов и изгибу в двух плоскостях, выполняется в соответствии с п. 7.1.3, 9.2.1, 9.2.2, 9.2.4, 9.2.5, 9.2.8, 9.2.9, 9.2.10.
  - Если шаг решетки в сквозной колонне не задан, принимается шаг, соответствующий углу наклона  $60^\circ$  к оси колонны.
- При расчете сквозных колонн типа «Раздвинутые двутавры» и «Раздвинутые швеллеры», если стенка ветви теряет местную устойчивость,  $A_{red}$  для проверки устойчивости ветви и колонны считается, что обе ветви потеряли местную устойчивость. Если стенка ветви сквозного сечения теряет местную устойчивость в любом РСУ, то для проверки устойчивости колонны во всех РСУ берется площадь  $A_{red} = \min$  – минимальная редуцированная площадь.
- Проверка устойчивости трубы производится в зависимости от гибкости трубы. Если условная гибкость трубы меньше 0,65, расчет на устойчивость ведется по разделу 11 [7] – расчет листовых конструкций.
- При вычислении расчетных длин соединительной решетки сквозных колонн расчетная длина берется равной расстоянию между центрами узлов решетки.
- Расстояние между соединительными планками всегда задается в свету. При проверке планки по приведенным напряжениям (формула 44 [7]) считается, что в работу включено все сечение профиля (например, швеллера).
- При вычислении расчетных длин соединительной решетки сквозных колонн расчетная длина берется равной расстоянию между центрами узлов решетки, за исключением четырехветвевых углового сечения.

- Гибкость колонны проверяется в соответствии с п. 10.4.2, а гибкость ветвей в сквозных сечениях на участке между узлами соединительной решетки – на основе п. 7.2.

- Устойчивость стенок колонн проверяется в соответствии с п. 9.4. Если условная гибкость стенки сплошных колонн превышает 2,3, расставляются ребра жесткости с шагом  $2.5h_{ef}$  до  $3h_{ef}$  (п. 7.3.3).

- Если стенка работает в закритической стадии, процент использования по устойчивости стенки всегда равен 100%, а проверки устойчивости стержня колонны пересчитываются для редуцированной площади сечения.

- Согласно п. 9.2.2 для сплошностенчатых стержней при относительном эксцентриситете  $m_{ef} > 20$  и для сквозных стержней при  $m > 20$  расчет выполняется, как для изгибаемых стержней.

### **Сквозной расчет элементов**

Сквозной расчет предназначен для быстрого подбора или проверки поперечных сечений элементов всей конструкции или ее произвольного фрагмента.

Этот расчет позволяет получить:

- Таблицы результатов для произвольного фрагмента схемы. Результаты создаются в текстовом, HTML, Excel и RPT форматах. Для создания файла результатов используйте команду «Стандартные таблицы».

- Наглядное представление о работе сечений расчетной схемы. Цвет элементов расчетной схемы отображает использование несущей способности сечений по проверкам, позволяя визуально определить перегруженные или недогруженные элементы. Эту операцию удобно применять для быстрого поиска опасных сечений. Для вывода цветового представления служит команда «Цветовое представление» меню «Результаты».

### **Локальный расчет элементов**

Этот режим работы позволяет рассчитать отдельное стальное сечение по задаваемым расчетным сочетаниям усилий. Режим применяется для выполнения простых инженерных задач, касающихся непосредственно подбора или проверки сечений как по результатам работы ПК ЛИРА-САПР, так и без таковых.

Локальный или автономный расчет позволяет получить весьма подробную информацию об элементе. В окне локального расчета могут отображаться огибающие эпюры усилий, таблица с исходными данными для расчета элемента и таблица, содержащая подробные результаты расчета элемента и его поперечного сечения.

#### 4.7. Представление результатов расчета элементов

Для всех рассчитанных сечений выводятся результаты проверок по прочности и устойчивости (по первому предельному состоянию), по гибкости и прогибу (по второму предельному состоянию).

Результаты выводятся в виде процентов использования сечения в сравнении с предельной несущей способностью по той или иной проверке. Результат выглядит следующим образом:

$$\text{Процент использования по проверке (\%)} = \frac{\text{максимальное значение параметра}}{\text{предельное значение параметра}} \times 100\%.$$

При формировании результатов использовано также понятие процента использования по группам проверок: по **1-му предельному состоянию (1ПС)** и по **2-му предельному состоянию (2ПС)**.

Процент использования сечения по **1ПС** – это наибольший из процентов по проверкам прочности и общей устойчивости, вычисленный по всем РСУ.

Процент использования сечения по **2ПС** – это наибольший из процентов по проверкам предельной гибкости или прогибу, вычисленный по всем РСУ.

Процент использования сечения по местной устойчивости (**МУ**) – наибольший из процентов по проверкам устойчивости стенки и полки (пояса), взятый по всем РСУ.

$\% \text{ использования } 1\text{ПС} = \max \{ \% \text{ ис } (i) \} - \text{по прочности, устойчивости};$   
 $\% \text{ использования } 2\text{ПС} = \max \{ \% \text{ ис } (i) \} - \text{по гибкости, прогибу};$   
 $\% \text{ использования } \text{МУ} = \max \{ \% \text{ ис } (i) \} - \text{по устойчивости стенки, полки,}$   
где  $i > 1$  – количество РСУ.

Результаты расчета представляются в табличной форме. Таблицы результатов формируются для выделенных на схеме элементов или же, если ничего не выделено, для всех элементов схемы.

Форма таблицы зависит от вида элемента. Существуют таблицы для БАЛОК, СПЛОШНЫХ КОЛОНН, СКВОЗНЫХ КОЛОНН, ФЕРМ и КАНАТОВ. Таблицы результатов имеют следующий вид.

Таблица 1.7

##### БАЛКИ

Элемент	НС	Группа	Шаг решетки	Ф <sub>b</sub> min	Проценты исчерпания несущей способности балки по сечениям, %										Длина элемента
					нор	tau	c1	УБ	Прг	УС	УП	1ПС	2ПС	М.У	

##### КОЛОННЫ

Элемент	НС	Группа	Шаг решетки (ребер)	Проценты исчерпания несущей способности колонны по сечениям, %										Длина элемента
				нор	УУ1	УZ1	УYZ	ГУ1	ГZ1	УС	УП	1ПС	2ПС	

## СКВОЗНЫЕ КОЛОННЫ

Элемент	НС	Группа	Шаг решетки (ребер)	Проценты исчерпания несущей способности колонны по сечениям, %											Длина элемента
				нор	УУ1	УZ1	Г>Г	ГУ1	ГZ1	УС	УП	1ПС	2ПС	М.У	

## ФЕРМЫ

Элемент	НС	Группа	Шаг планок	Приме- чание	Проценты исчерпания несущей способности фермы по сечениям, %								Длина элемента
					нор	УУ1	УZ1	ГУ1	ГZ1	УС	УП	1ПС	

## Пояснения к шапкам таблиц результатов

ЭЛЕМЕНТ		номер конечного элемента
НС		номер сечения по длине конечного элемента
ГРУППА		группа унификации элемента, конструктивный элемент
ШАГ РЕБЕР		шаг поперечных ребер жесткости или соединительной решетки (планок - в свету)
ШАГ ПЛАНОК		шаг поперечных соединительных планок в свету
Ф. min		минимальный коэффициент поперечного изгиба
Прг		относительный прогиб балки
Проценты исчерпания несущей способности по проверкам:		
нор		нормальные напряжения
тау		касательные напряжения
с1		приведенные напряжения
УБ		общая устойчивость балки
УУ1		устойчивость относительно оси У1
УZ1		устойчивость относительно оси Z1
УYZ		устойчивость колонны, сжатой в двух плоскостях
ГУ1		предельная гибкость относительно оси У1
ГZ1		предельной гибкости относительно оси Z1
Г > Г*		отношение гибкости сквозной колонны к гибкости ветви 100%
УС		местная устойчивость стенки
УП		местная устойчивость сжатого пояса
1ПС		сводный процент использования сечения по 1-му предельному состоянию

<b>2ПС</b>		сводный процент использования сечения по 2-му предельному состоянию
<b>М.У</b>		сводный процент использования сечения по местной устойчивости
<b>ДЛИНА ЭЛЕМЕНТ</b>		геометрическая длина конструктивного элемента

Для ферменных элементов печатается допустимый шаг соединительных планок. Шаг ребер жесткости для ферменных элементов не выводится. Если в ферменных элементах требуется постановка поперечных ребер жесткости, то в графе «Примечание» печатается слово «Ребр». В таком случае для данного элемента необходимы ребра жесткости с шагом не более  $3h_{ef}$ .

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Инженерные конструкции: учебник / под ред. В.В. Ермолова. – М.: Архитектура-С, 2007.
2. СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85\*.
3. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – М.: АСВ, 2009. – 360 с.
4. Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2015. Руководство пользователя. Обучающие примеры / под ред. академика РААСН А.С. Городецкого. – М.: Электронное издание, 2015. – 460 с.
5. Городецкий Д.А., Барабаш М.С., Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013: учебное пособие. – Киев, М.: Электронное издание, 2013. – 376 с.
6. Барабаш М.С., Лазнюк М.В., Мартынова М.Л., Пресняков Н.И. Современные технологии расчета и проектирования металлических и деревянных конструкций / Курсовое и дипломное проектирование. Исследовательские задачи: Учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений – М.: Издательство АСВ, 2010. – 336 с.
7. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81\*.
8. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учебник / Под ред. А.Е.Саргсяна. – М.: Высш. шк., 2000. – 416 с.
9. Александров А. В., Потапов В.Д. , Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. – 2-е изд., испр.– М. : Высш.шк., 2000.– 560 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НАДЕЖНОСТИ ПО ОТВЕТСТВЕННОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

При расчете конструкций и соединений (согласно ГОСТ Р 54257-2010) необходимо учитывать коэффициенты надежности **по ответственности** зданий и сооружений ( $\gamma_n$ ), минимальные значения которых приведены в таблице 1.

Классификация сооружений по уровню ответственности:

- **уровень 1a** – особо высокий уровень ответственности:

здания основных музеев, государственных архивов, административных органов управления, здания хранилищ национальных и культурных ценностей, зрелищные объекты, крупные учреждения здравоохранения и торговые предприятия с массовым нахождением людей, сооружения с пролетом более 60 м, жилые, общественные и административные здания высотой более 75 м, мачты и башни сооружений связи и телерадиовещания, трубы высотой более 100 м, тоннели, трубопроводы на дорогах высшей категории или имеющие протяженность более 500 м, мостовые сооружения с пролетами 200 м и более, объекты гидро- и теплоэнергетики мощностью более 150 МВт;

- **уровень 2** – нормальный уровень ответственности:

жилые здания высотой менее 75 м и другие объекты массового строительства (не вошедшие в уровни 1a, 1б и 3), основные объекты машиностроения, перерабатывающих и других отраслей, тоннели протяженностью менее 500 м, мостовые сооружения с пролетами менее 200 м;

- **уровень 3** – пониженный уровень ответственности:

теплицы, парники, мобильные здания (сборно-разборные и контейнерного типа), склады временного содержания, бытовки вахтового персонала и другие подобные сооружения с ограниченными сроками службы и пребыванием в них людей.

Таблица 1

#### Минимальные значения коэффициента надежности по ответственности

Уровень ответственности	Минимальные значения коэффициента надежности по ответственности $\gamma_n$
1a	1,2
1б	1,1
2	1,0
3	0,8

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УЧЕТА УСЛОВИЙ РАБОТЫ КОНСТРУКЦИЙ

Таблица 2

**Коэффициенты условий работы элементов конструкций и соединений ( $\gamma_c$ ) приведены в таблице 2 (таблица дана в неполном виде)**

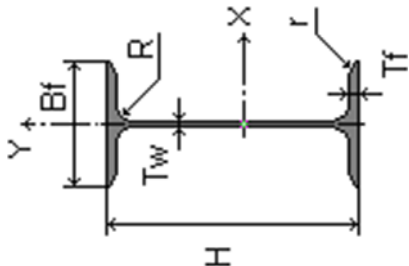
Элементы конструкций	Коэффициенты условий работы $\gamma_c$
1. Балки сплошного сечения и сжатые элементы ферм перекрытий под залами театров, клубов, кинотеатров, под трибунами, под помещениями магазинов, книгохранилищ и архивов и т.п. при временной нагрузке, не превышающей вес перекрытий	0,90
2. Колонны общественных зданий при постоянной нагрузке, равной не менее 0,8 расчетной, и опор водонапорных башен	0,95
3. Колонны одноэтажных производственных зданий с мостовыми кранами	1,05
4. Сжатые основные элементы (кроме опорных) решетки составного таврового сечения из двух уголков в сварных фермах покрытий и перекрытий при расчете на устойчивость указанных элементов с гибкостью $\lambda > 60$	0,80
5. Растянутые элементы (затяжки, тяги, оттяжки, подвески) при расчете на прочность по неослабленному сечению	0,90
6. Элементы конструкций из стали с пределом текучести до 440 Н/мм <sup>2</sup> , несущие статическую нагрузку, при расчете на прочность по сечению, ослабленному отверстиями для болтов (кроме фрикционных соединений)	1,10



Таблица 3

Марки сталей

SP_16_13330_2017_Lsteels.srt		SP_16_13330_2017_Fasonsteels.srt																		X
Наименование	ГОСТ	Tmin1, мм	Tmax1, мм	Ry1, МПа	Ru1, МПа	Ryn1, МПа	Run1, МПа	Tmin2, мм	Tmax2, мм	Ry2, МПа	Ru2, МПа	Ryn2, МПа	Run2, МПа	Tmin3, мм	Tmax3, мм	Ry3, МПа	Ru3, МПа	Ryn3, МПа	Run3, МПа	
C245	ГОСТ 27772-2015	4	20	240	360	245	370	20,1	40	230	360	235	370	0	0	0	0	0	0	
C255	ГОСТ 27772-2015	4	10	250	370	255	380	10,1	20	240	360	245	370	20,1	40	230	360	235	370	
C345	ГОСТ 27772-2015	4	10	340	470	345	480	10,1	20	320	460	325	470	20,1	40	300	450	305	460	
C345K	ГОСТ 27772-2015	4	10	340	460	345	470	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C355	ГОСТ 27772-2015	8	16	350	460	355	470	16,1	40	340	460	345	470	0	0	0	0	0	0	
C355-1	ГОСТ 27772-2015	8	16	350	460	355	470	16,1	40	340	460	345	470	0	0	0	0	0	0	
C390	ГОСТ 27772-2015	8	10	380	505	390	520	10,1	20	370	480	380	500	20,1	40	360	480	370	490	



Сокращенный сортамент двутавров ГОСТ Р 57837-2017

Таблица 4

Наименование	H, мм	Bf, мм	Tw, мм	Tf, мм	R, мм	г, мм	Ac, мм²	Wt, кг/м	Ix, см⁴	Iy, см⁴	J, см⁴	Sx, см³	Sy, см³	Sf, см³	Zx, см³	Zy, см³	Cwx, см⁶	Au, см²	Av, см²	Периметр	Wx, см³
10Б1	100	55	4,1	5,7	7	0	10,32	8,1	171	15,92	1,166	19,7	4,57	16,85	39,42	9,147	342	5,873	3,98	39,98	34,2
12Б1	117,6	64	3,8	5,1	7	0	11,03	8,7	257,4	22,39	1,001	24,94	5,49	20,79	49,89	10,98	691,7	6,048	4,329	47,16	43,8
14Б1	137,4	73	3,8	5,6	7	0	13,39	10,5	434,9	36,42	1,347	35,8	7,76	29,82	71,62	15,52	1554	7,417	5,06	54,72	63,3
16Б1	157	82	4	5,9	9	0	16,18	12,7	689,3	54,43	1,925	49,55	10,35	41,46	99,12	20,7	3044	8,949	6,142	61,85	87,8
18Б1	177	91	4,3	6,5	9	0	19,58	15,4	1063	81,89	2,677	67,66	13,98	56,21	135,4	27,96	5852	10,78	7,415	69,39	120,1
20Б1	200	100	5,5	8	11	0	27,16	21,3	1844	133,9	5,78	104,7	20,97	86,68	209,5	41,94	12090	14,75	10,71	77,01	184,4
25Б1	248	124	5	8	12	0	32,68	25,7	3537	254,8	6,707	159,7	31,8	132,6	319,4	63,6	36170	18,04	12,14	96,14	285,2
30Б1	298	149	5,5	8	13	0	40,8	32	6318	442	8,597	237,5	45,88	192,5	475,1	91,76	91820	21,63	15,97	115,9	424,0
35Б1	346	174	6	9	14	0	52,68	41,4	11090	791,5	13,59	358,1	70,11	290,6	716,3	140,2	222400	28,16	20,21	135,2	641,0
40Б1	396	199	7	11	16	0	72,16	56,6	20020	1447	27,07	563,9	112	461,6	1128	223,9	530800	39,22	27	154,7	1011,1
45Б1	446	199	8	12	18	0	84,3	66,2	28700	1580	38,2	725,1	123,3	576,1	1450	246,6	735200	43,28	34,78	164,1	1287,0
50Б1	492	199	8,8	12	20	0	92,38	72,5	36840	1582	44,53	853,4	124,9	652	1707	249,7	898800	44,04	42,17	172,8	1497,6
55Б1	543	220	9,5	13,5	24	0	113,4	89	55680	2406	70,37	1165	171,7	904,9	2330	343,4	1661000	55,28	50,48	190,6	2050,8
60Б1	596	199	10	15	22	0	120,5	94,6	68720	1980	82,37	1325	157,6	984,7	2651	315,3	1647000	54,85	58,12	193	2306,0
70Б1	691	260	12	15,5	24	0	164,7	129,3	125900	4557	130	2095	276,6	1533	4190	553,3	5137000	73,7	80,35	235,7	3644,0

**ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Казанский государственный архитектурно-строительный  
университет

Кафедра механики

Расчетно-графическая работа  
на тему:  
**«РАСЧЕТ БАЛОК ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО  
СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ»**

по дисциплине  
«Строительная механика»

Выполнил студент гр.  
ФИО: Иванов А.С.  
Шифр: 123

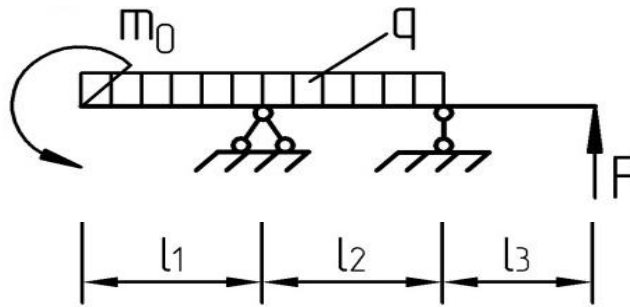
Проверил: Страхов Д.Е.

Казань, 2018 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
1. Исходные данные	
2. Краткое описание метода конечных элементов	
3. Результаты расчета	
4. Выводы	
Список используемых источников	

## 1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



Дано:  $F=55$  КН,  $m_0=30$  КН·м,  $q=35$  КН/м,  $l_1=4$  м,  $l_2=5$  м,  $l_3=2$  м.

шифр 07 - 4 8 0 9  
А Б В Г

## 2. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Теоретической основой ПК ЛИРА является метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в форме перемещений. Выбор именно этой формы объясняется простотой ее алгоритмизации и физической интерпретации, наличием единых методов построения матриц жесткости и векторов нагрузок для различных типов конечных элементов, возможностью учета произвольных граничных условий и сложной геометрии рассчитываемой конструкции.

Суть метода заключена в его названии. Область, в которой идет поиск решения дифференциальных уравнений, разбивается на конечное количество подобластей (элементов). В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции. В простейшем случае это полином первой степени. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Значения функций на границах элементов (в узлах) являются решением задачи и заранее неизвестны. Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищут из условия равенства значения соседних функций на границах между элементами (в узлах). Затем эти коэффициенты выражают через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых идет поиск решения исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями ЭВМ. Так как каждый из элементов связан с ограниченным количеством соседних, система линейных алгебраических уравнений имеет разреженный вид, что существенно упрощает ее решение.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

иванов\_6ап01\_4809.13d

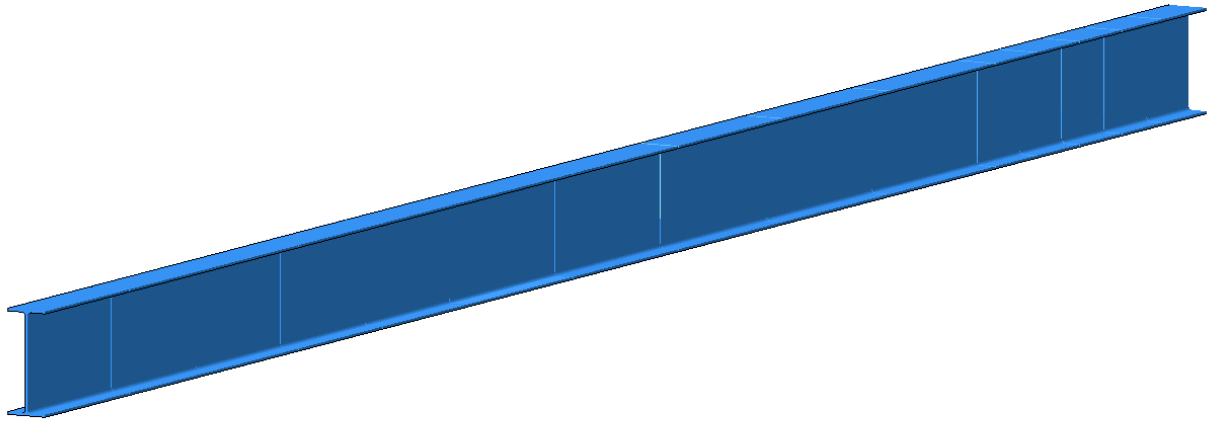


Рис. 1. Иванов\_6ап01\_4809\_3D

Собственный вес и постоянные нагрузки

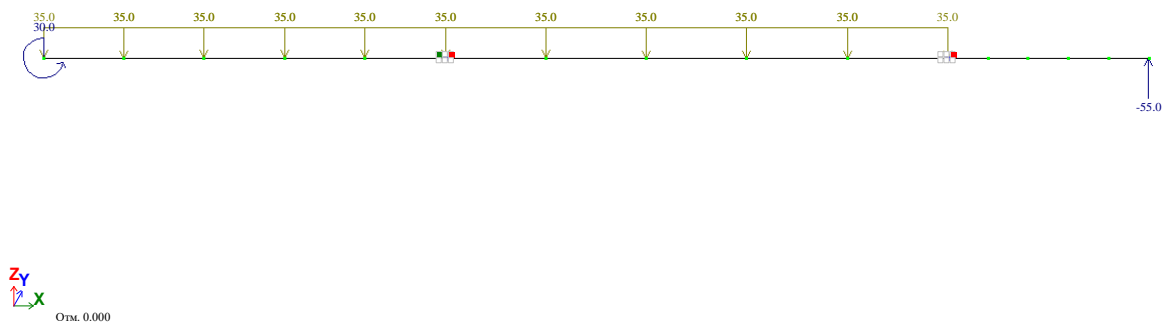


Рис. 2. Исходные данные (собственный вес и постоянные нагрузки)

Собственный вес и постоянные нагрузки  
 Вариант конструирования: Вариант 1  
 СП 16.13330.2017  
 Материалы  
 1: Материал сталь С245;  
 Дополнительные характеристики  
 1: Пролет;  
 2: Консоль;  
 Ограничения  
 1: Ограничения;

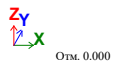
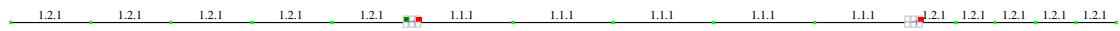


Рис. 3. Назначенные материалы и дополнительные характеристики

Собственный вес и постоянные нагрузки  
 Вариант конструирования: Вариант 1

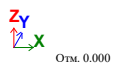
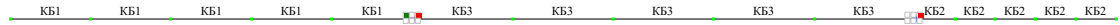


Рис. 4. Назначенные конструктивные элементы

Собственный вес и постоянные нагрузки

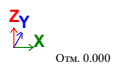
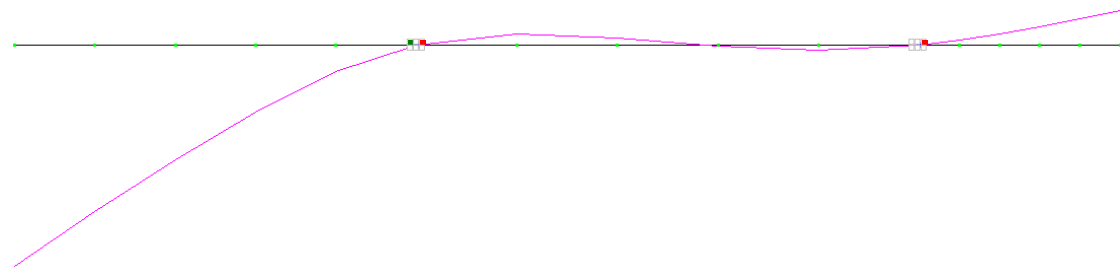


Рис. 5. Отображение прогибов балки

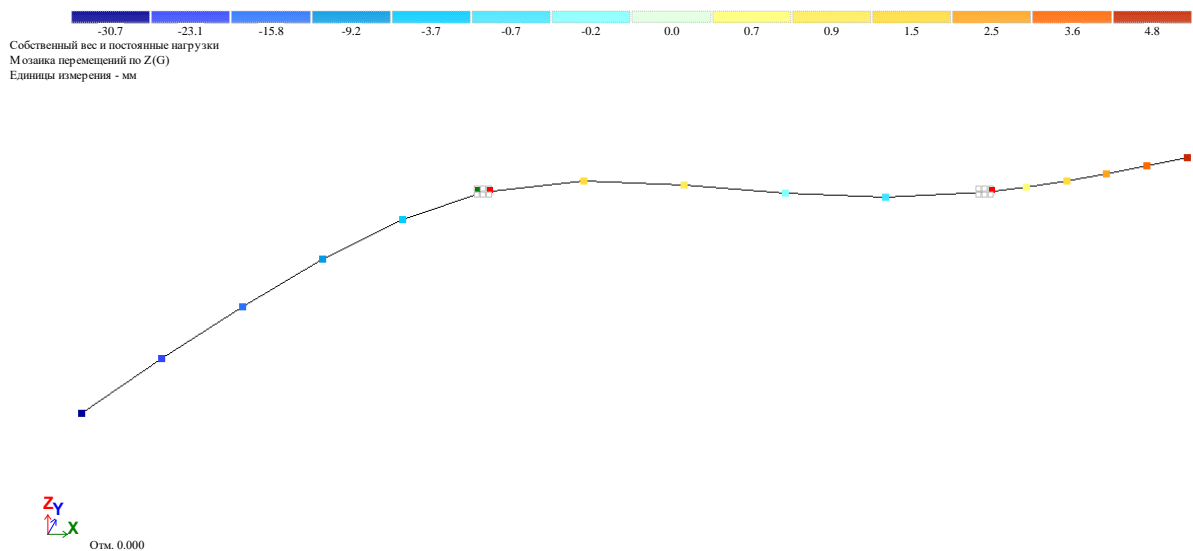


Рис. 6. Мозаика перемещений по оси Z

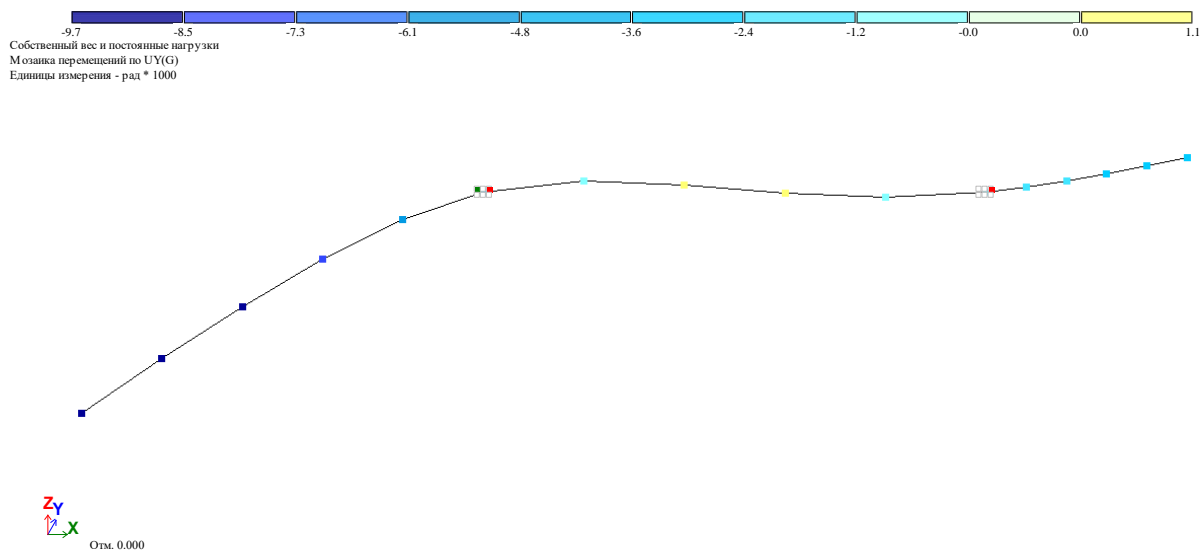


Рис. 7. Мозаика углов поворотов относительно оси Y (UY)

Собственный вес и постоянные нагрузки  
Эпюра Qz  
Единицы измерения - кН

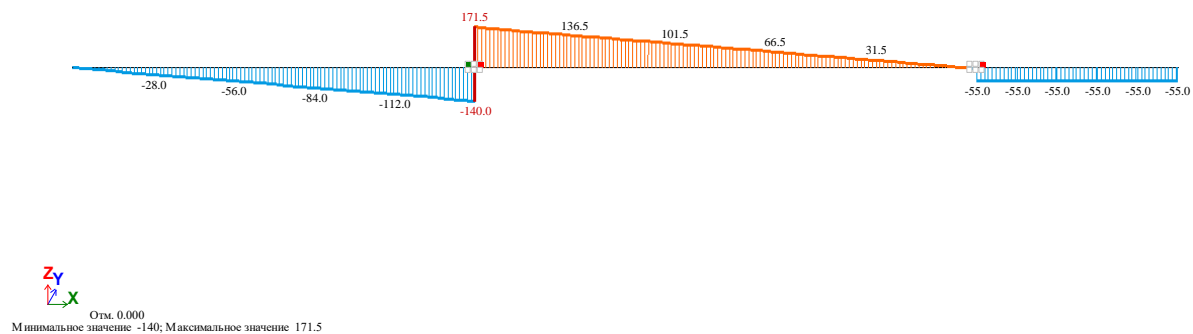
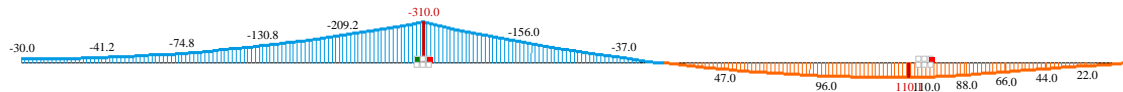


Рис. 8. Эпюра перерезывающих усилий Qz

Собственный вес и постоянные нагрузки  
Эпюра  $M_y$   
Единицы измерения - кН\*м




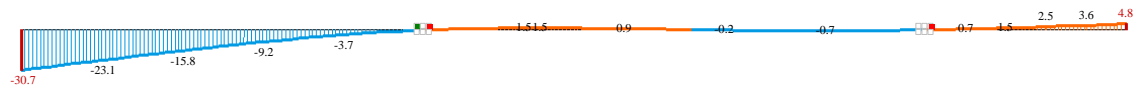
  
Отм. 0.000  
Минимальное значение -310; Максимальное значение 110.097

Рис. 9. Эпюра изгибающих моментов  $M_y$

Собственный вес и постоянные нагрузки  
Эпюра перемещений  $Z_1$   
Единицы измерения - мм



  
Отм. 0.000  
Минимальное значение -30.7119; Максимальное значение 4.75995

Рис. 10. Эпюра перемещений по оси  $Z$  двутавра №50Б1

Вариант конструирования: Вариант 1  
Расчет по усилению (СП 16.13330.2017)



  
Отм. 0.000  
Мозаика результатов проверки подобранных сечений по 1 предельному состоянию

Рис. 11 Мозаика результатов проверки подобранных сечений по 1-му предельному состоянию



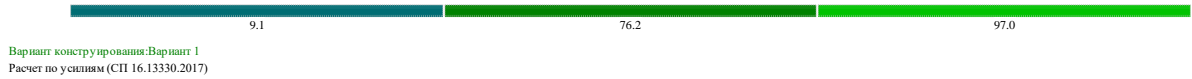


Рис. 12. Мозаика результатов проверки подобранных сечений по 2-му предельному состоянию



Рис. 13. Мозаика результатов проверки подобранных сечений по местной устойчивости

### Таблица 1 Стальные элементы. Подбор

Таблица 1 Стальные элементы. Подбор. [Вариант 1] (01). Балки

ГР	Элем	Сеч	Группа	П.Сеч	Шаг	$F_b$ min	нор%	$\tau_{au}$ %	$\sigma_1$ %	УБ%	Прг%	УС%	УП%	1ПС%	2ПС%	М.У%	Длина
1 – Сечение: 1.1.1.1 Двутавр 50Б1 Профиль: 50Б1/ ГОСТ Р 57837-2017 Сталь: С245/ Сортамент: Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Тип Б – Балочные нормальные двутавры (ГОСТ Р 57837-2017)																	
2 – Сечение: 1.1.2.1 Двутавр 50Б1 Профиль: 50Б1/ ГОСТ Р 57837-2017 Сталь: С245/																	

**Таблица 1 Стальные элементы. Подбор. [Вариант 1] (01). Балки**

ГР	Элем	Сеч	Группа	П.Сеч	Шаг	Фв mm	нор%	тау%	с1%	УБ%	Прг%	УС%	УП%	1ПС%	2ПС%	М.У%	Длина
Сортамент: Двутавры стальные горячекатанные с параллельными гранями полок. Тип Б – Балочные нормальные двутавры (ГОСТ Р 57837-2017)																	
1			КБЗ	1 – Подобрено: 1.1.1.1 Двутавр 50Б1 Профиль: 50Б1/ ГОСТ Р 57837-2017 Сталь: С245													
1	6	1	КБЗ	1	0.00	1.00	86	32	69	0	9	52	40	86	9	52	5.00
1	6	2	КБЗ	1	0.00	1.00	75	31	60	0	9	52	37	75	9	52	5.00
1	6	3	КБЗ	1	0.00	1.00	64	29	52	0	9	52	34	64	9	52	5.00
1	6	4	КБЗ	1	0.00	1.00	53	27	44	0	9	52	31	53	9	52	5.00
1	6	5	КБЗ	1	0.00	1.00	43	26	37	0	9	52	28	43	9	52	5.00
1	7	1	КБЗ	1	0.00	1.00	43	26	37	0	9	52	28	43	9	52	5.00
1	7	2	КБЗ	1	0.00	1.00	34	24	30	0	9	52	25	34	9	52	5.00
1	7	3	КБЗ	1	0.00	1.00	26	23	25	0	9	52	22	26	9	52	5.00
1	7	4	КБЗ	1	0.00	1.00	18	21	19	0	9	52	18	21	9	52	5.00
1	7	5	КБЗ	1	0.00	1.00	10	19	15	0	9	52	14	19	9	52	5.00
1	8	1	КБЗ	1	0.00	1.00	10	19	15	0	9	52	14	19	9	52	5.00
1	8	2	КБЗ	1	0.00	1.00	4	18	12	0	9	52	8	18	9	52	5.00
1	8	3	КБЗ	1	0.00	1.00	3	16	11	0	9	52	7	16	9	52	5.00
1	8	4	КБЗ	1	0.00	1.00	8	14	11	0	9	52	12	14	9	52	5.00
1	8	5	КБЗ	1	0.00	1.00	13	13	13	0	9	52	15	13	9	52	5.00
1	9	1	КБЗ	1	0.00	1.00	13	13	13	0	9	52	15	13	9	52	5.00
1	9	2	КБЗ	1	0.00	1.00	17	11	15	0	9	52	18	17	9	52	5.00
1	9	3	КБЗ	1	0.00	1.00	21	9	17	0	9	52	20	21	9	52	5.00
1	9	4	КБЗ	1	0.00	1.00	24	8	19	0	9	52	21	24	9	52	5.00
1	9	5	КБЗ	1	0.00	1.00	27	6	21	0	9	52	22	27	9	52	5.00
1	10	1	КБЗ	1	0.00	1.00	27	6	21	0	9	52	22	27	9	52	5.00
1	10	2	КБЗ	1	0.00	1.00	29	4	22	0	9	52	23	29	9	52	5.00
1	10	3	КБЗ	1	0.00	1.00	30	3	23	0	9	52	23	30	9	52	5.00
1	10	4	КБЗ	1	0.00	1.00	31	1	23	0	9	52	24	31	9	52	5.00
1	10	5	КБЗ	1	0.00	1.00	31	1	23	0	9	52	24	31	9	52	5.00
2			КБ1	2 – Подобрено: 1.1.2.1 Двутавр 55Б1 Профиль: 55Б1/ ГОСТ Р 57837-2017 Сталь: С245													
2	1	1	КБ1	2	0.00	1.00	8	0	6	0	115	52	12	8	115	52	4.00
2	1	2	КБ1	2	0.00	1.00	9	1	7	0	115	52	12	9	115	52	4.00
2	1	3	КБ1	2	0.00	1.00	9	3	7	0	115	52	13	9	115	52	4.00
2	1	4	КБ1	2	0.00	1.00	10	4	8	0	115	52	14	10	115	52	4.00
2	1	5	КБ1	2	0.00	1.00	11	5	9	0	115	52	14	11	115	52	4.00
2	2	1	КБ1	2	0.00	1.00	11	5	9	0	115	52	14	11	115	52	4.00
2	2	2	КБ1	2	0.00	1.00	13	7	11	0	115	52	16	13	115	52	4.00
2	2	3	КБ1	2	0.00	1.00	15	8	13	0	115	52	17	15	115	52	4.00
2	2	4	КБ1	2	0.00	1.00	18	9	15	0	115	52	18	18	115	52	4.00
2	2	5	КБ1	2	0.00	1.00	21	11	17	0	115	52	19	21	115	52	4.00
2	3	1	КБ1	2	0.00	1.00	21	11	17	0	115	52	19	21	115	52	4.00
2	3	2	КБ1	2	0.00	1.00	24	12	20	0	115	52	21	24	115	52	4.00
2	3	3	КБ1	2	0.00	1.00	28	13	23	0	115	52	23	28	115	52	4.00
2	3	4	КБ1	2	0.00	1.00	32	15	26	0	115	52	24	32	115	52	4.00
2	3	5	КБ1	2	0.00	1.00	36	16	29	0	115	52	26	36	115	52	4.00
2	4	1	КБ1	2	0.00	1.00	36	16	29	0	115	52	26	36	115	52	4.00
2	4	2	КБ1	2	0.00	1.00	41	17	33	0	115	52	27	41	115	52	4.00
2	4	3	КБ1	2	0.00	1.00	47	19	37	0	115	52	29	47	115	52	4.00

**Таблица 1 Стальные элементы. Подбор. [Вариант 1] (01). Балки**

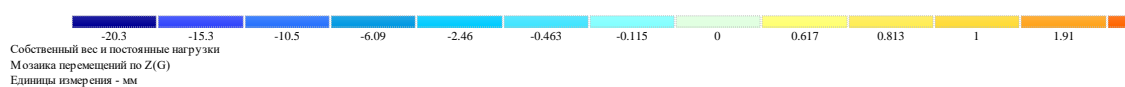
ГР	Элем	Сеч	Группа	П.Сеч	Шаг	Фв min	нор%	тау%	с1%	УБ%	Прг%	УС%	УП%	1ПС%	2ПС%	М.У%	Длина
2	4	4	КБ1	2	0.00	1.00	52	20	42	0	115	52	31	52	115	52	4.00
2	4	5	КБ1	2	0.00	1.00	58	21	46	0	115	52	33	58	115	52	4.00
2	5	1	КБ1	2	0.00	1.00	58	21	46	0	115	52	33	58	115	52	4.00
2	5	2	КБ1	2	0.00	1.00	65	23	51	0	115	52	34	65	115	52	4.00
2	5	3	КБ1	2	0.00	1.00	71	24	56	0	115	52	36	71	115	52	4.00
2	5	4	КБ1	2	0.00	1.00	79	25	62	0	115	52	38	79	115	52	4.00
2	5	5	КБ1	2	0.00	1.00	86	26	68	0	115	52	40	86	115	52	4.00
2			КБ2	3 - Подобрано: 1.1.2.1 Двутавр 35Б2 Профиль: 35Б2/ ГОСТ Р 57837-2017 Сталь: С245													
2	11	1	КБ2	3	0.00	1.00	31	10	24	0	36	52	24	31	36	52	2.00
2	11	2	КБ2	3	0.00	1.00	29	10	23	0	36	52	23	29	36	52	2.00
2	11	3	КБ2	3	0.00	1.00	28	10	22	0	36	52	22	28	36	52	2.00
2	11	4	КБ2	3	0.00	1.00	26	10	21	0	36	52	22	26	36	52	2.00
2	11	5	КБ2	3	0.00	1.00	24	10	20	0	36	52	21	24	36	52	2.00
2	12	1	КБ2	3	0.00	1.00	24	10	20	0	36	52	21	24	36	52	2.00
2	12	2	КБ2	3	0.00	1.00	23	10	19	0	36	52	20	23	36	52	2.00
2	12	3	КБ2	3	0.00	1.00	21	10	18	0	36	52	20	21	36	52	2.00
2	12	4	КБ2	3	0.00	1.00	20	10	17	0	36	52	19	20	36	52	2.00
2	12	5	КБ2	3	0.00	1.00	18	10	16	0	36	52	18	18	36	52	2.00
2	13	1	КБ2	3	0.00	1.00	18	10	16	0	36	52	18	18	36	52	2.00
2	13	2	КБ2	3	0.00	1.00	17	10	15	0	36	52	18	17	36	52	2.00
2	13	3	КБ2	3	0.00	1.00	15	10	13	0	36	52	17	15	36	52	2.00
2	13	4	КБ2	3	0.00	1.00	14	10	13	0	36	52	16	14	36	52	2.00
2	13	5	КБ2	3	0.00	1.00	12	10	12	0	36	52	15	12	36	52	2.00
2	14	1	КБ2	3	0.00	1.00	12	10	12	0	36	52	15	12	36	52	2.00
2	14	2	КБ2	3	0.00	1.00	11	10	11	0	36	52	14	11	36	52	2.00
2	14	3	КБ2	3	0.00	1.00	9	10	10	0	36	52	13	10	36	52	2.00
2	14	4	КБ2	3	0.00	1.00	8	10	9	0	36	52	12	10	36	52	2.00
2	14	5	КБ2	3	0.00	1.00	6	10	8	0	36	52	11	10	36	52	2.00
2	15	1	КБ2	3	0.00	1.00	6	10	8	0	36	52	11	10	36	52	2.00
2	15	2	КБ2	3	0.00	1.00	5	10	8	0	36	52	9	10	36	52	2.00
2	15	3	КБ2	3	0.00	1.00	3	10	7	0	36	52	7	10	36	52	2.00
2	15	4	КБ2	3	0.00	1.00	2	10	7	0	36	52	5	10	36	52	2.00
2	15	5	КБ2	3	0.00	1.00	0	10	7	0	36	52	0	10	36	52	2.00

Собственный вес и постоянные нагрузки  
Эпюра перемещений Z1  
Единицы измерения - мм



Отм. 0.000  
Минимальное значение -20.3144; Максимальное значение 3.14848

Рис. 14. Эпюра перемещений Z1, двутавр №55Б



Отм. 0.000

Рис. 15. Мозаика перемещений по Z, двутавр №55Б

## 4. ВЫВОДЫ

По результатам проведенного расчета в программном комплексе «Академик сет 2018» (ЛИРА-САПР) подобран стальной двутавр №55Б1, удовлетворяющий условиям прочности (1 Предельное Состояние) и жесткости (2 Предельное Состояние). Номер подобранного двутавра совпадает с номером двутавра, полученного при проведенном ранее инженерном расчете.

Страхов Дмитрий Евгеньевич

**РАСЧЕТ БАЛОК ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО  
СЕЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ**

Учебно-методическое пособие

