МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

Ф И З И К А

Часть I
Раздел I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Методические указания
к решению задач
и контрольные задания по физике
для студентов - заочников всех направлений подготовки

Казань
2013

УДК 531
ББК 22.31я73
К89

К89 Физика. Ч. I. Р. I. Физические основы классической механики: Методические указания к решению задач и контрольные задания по физике для студентов - заочников всех направлений подготовки / Сост.: Л.М. Кузнецова, Э.М. Ягунд. Под ред. В.В. Алексеева. – Казань: Изд-во Казанск. гос. архитект.-строит. ун-та, 2013. – 31 с.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Казанского государственного архитектурно-строительного университета

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения самостоятельной работы студентов-заочников.

Основной учебный материал курса физики разделен на две части. Первый раздел первой части посвящен рассмотрению вопросов классической механики.

Рис. 3; табл. 13.

Рецензент
Доцент кафедры автоматики и электротехники
И.Н. Дементьева

УДК 531
ББК 22.1я73

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЗАОЧНЫХ ОТДЕЛЕНИЙ ВУЗОВ

Тема: Физические основы механики

Элементы кинематики. Материальная точка. Система отсчёта. Радиус-вектор. Траектория движения. Перемещение. Путь. Скорость. Ускорение. Угловая скорость. Угловое ускорение. Связь угловых и линейных величин.

Динамика поступательного движения. Сила. Масса. Законы Ньютона. Второй закон Ньютона для механической системы. Закон сохранения импульса.

Динамика вращательного движения. Момент силы. Момент инерции тела. Момент импульса материальной точки и тела. Аналогия между поступательным и вращательным движением. Основной закон динамики твёрдого тела. Закон сохранения момента импульса.

Работа и энергия. Работа силы при поступательном и вращательном движении. Мощность. Механическая энергия. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения. Теорема о кинетической энергии. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Теорема о потенциальной энергии. Закон сохранения механической энергии.

Космические скорости.

Тема: Колебания и волны

Колебания. Гармонические колебания. Пружинный маятник. Колебательный контур. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Явление резонанса.

Волны. Уравнение плоской монохроматической волны.

Звуковые волны. Ультразвук и его свойства.

Литература:

1.Савельев И.В. Курс общей физики: В 5 кн.: учеб. пособие / И.В. Савельев. – М.: АСТ: Астрель, 2004.

2. Фриш, С.Э. Курс общей физики: учебник. В 3-х т / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2007. – Т. 1, 2,3

3. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа.

4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: для студентов техн. вузов. – СПб: Книжный мир, 2007.

5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 2008.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить в учебное заведение четыре контрольные работы.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов. Из таблицы решаются задачи, вариант которых совпадает с последней цифрой номера зачетной книжки. Например, номер зачетной книжки 11-04-123, тогда из таблицы решаются задачи третьего варианта: 103, 113, 123, 133, 143,153, 163, 173,183.

3. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой необходимо четко привести следующие сведения: фамилию, имя, отчество, факультет, шифр, подробный адрес, номер выполняемой контрольной работы.

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

7. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

8. Зачтенные контрольные работы представляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

9. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это, возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

10. Решать задачу надо в общем виде, т.е. искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

11. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине.

12. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числового значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

13. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа, числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\ 10^{3}$, вместо 0,00129 записать $1{,}29\ 10^{-5}$ и т.п.

14. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением приближенных вычислений (задачник по физике А.Г. Чертова, А.А. Воробьева, приложение о приближенных вычислениях). Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Основные формулы

Кинематическое состояние движения материальной точки (центр масс твердого тела) вдоль оси *x*.

$$x=f(t),$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени.

Проекция средней скорости на ось *x:* $<\upsilon_z>=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Средняя путевая скорость: $<\upsilon>=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$,

где ΔS – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt. Путь ΔS в отличие от разности координат $\Delta x=\Delta x_2-\Delta x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta S \geq 0$.

Проекция мгновенной скорости на ось *x*

$$\upsilon_x=\frac{dx}{dt}$$

Проекция среднего ускорения на ось *x:*

$$< a_x > = \frac{\Delta \upsilon_x}{\Delta t}$$

Проекция мгновенного ускорения на ось *x:*

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности: $\varphi = f(t),\ r = R = const.$

Модуль угловой скорости:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Модуль углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$\upsilon = \omega \cdot R,\ a_\tau = \varepsilon \cdot R,\ a_n = \omega^2 \cdot R,$$

где υ – модуль линейной скорости; a_τ и a_n – модули тангенциального и нормального ускорений; ω – модуль угловой скорости; ε – модуль углового ускорения; R – радиус окружности.

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \text{ или } a = R \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным $\vec{a}$ и $\vec{a}_n$ нормальным ускорениями:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_n}{a}\right).$$

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = A \cdot cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – угловая или циклическая частота; φ – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$\upsilon = - A \cdot \omega \cdot sin(\omega t + \varphi);\ a = - A \cdot \omega^2 \cdot cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi = arctg\left(\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right).$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях:

$$x=A_1\cdot\cos\omega t;\ y=A_2\cdot\cos(\omega t+\varphi):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1}\cdot x$, если разность фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -\frac{A_2}{A_1}\cdot x$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$.

Уравнение плоской бегущей волны:

$$y = A\cos\omega\cdot\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент $t;$ υ – скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x,$$

где λ – длина волны.

Импульс материальной точки массой m, движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{P} = m\cdot\vec{\upsilon}$$

Второй закон Ньютона:

$$d\vec{P} = \vec{F}dt$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости:

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость); x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести:

$$\vec{P} = m\vec{g};$$

в) сила гравитационного взаимодействия:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки). В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряженность $\vec{G}$ гравитационного поля:

$$\vec{F} = m\vec{G};$$

г) сила трения (скольжения):

$$F=f \cdot N,$$

где f –коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i = const$$

или для двух тел (i = 2)

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2,$$

где $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ – скорости тел в момент времени, принятый за начальный; $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = \frac{1}{2}m\upsilon^2, \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$\Pi = \frac{1}{2}kx^2,$$

где k – жесткость пружины; x – абсолютная деформация.

б) гравитационного взаимодействия:

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$\Pi=m \cdot g \cdot h,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h<<R$, где R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии:

$$E = T + \Pi = const.$$

Работа A, совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A=\Delta T=T_2–T_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси *z:*

$$M_z = I_z \cdot \varepsilon,$$

где M_z – результирующий момент внешних сил относительно оси z, действующих на тело; ε – угловое ускорение; I_z – момент инерции относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$I_z = \frac{1}{12} ml^2$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра):

$$I_z = mR^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом относительно оси, перпендикулярной плоскости диска:

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2.$$

Проекция на ось z момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси z:

$$L_z = I_z \cdot \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси *z:*

$$I_z \cdot \omega = const.$$

где I_z – момент инерции системы тел относительно оси z; ω –угловая скорость вращения тел системы вокруг оси z.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси *z:*

$$T = \frac{1}{2} I_z \omega^2 \text{ или } T = \frac{L_z^2}{2I_z}$$

Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A+Bt+Ct^3$, где $A = 2м$, $B=1м/с$, $C=-0.5м/с^3$. Найти координату x, скорость υ_x и ускорение a_x точки в момент времени $t=2с$.

Решение. Найдем координату x, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B, C и времени t:

$$x=(2+1 \cdot 2-0,5 \cdot 2^3)м =0.$$

Мгновенная скорость относительно оси x есть первая производная от координаты по времени:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct$$

В момент времени $t = 2c$

$$\upsilon_x = (1 - 3 \cdot 0.5 \cdot 2^2) м/с = -5 м/с;$$

$$a_x = 6 \cdot (-0.5) \cdot 2 м/с = -6 м/с.$$

<u>Пример 2.</u> Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ *рад*, $C = -2$ *рад/с*^{2}. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 0{,}1$*м* от оси вращения, для момента времени $t = 4$*с*.

<u>Решение.</u> Полное ускорение $\vec{a}$ точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорения, направленного к центру кривизны траектории (рис. 1): $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$.

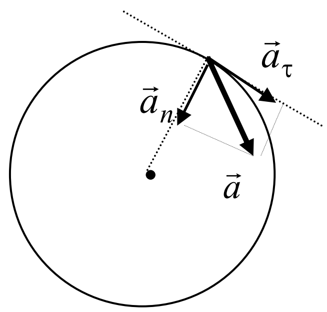

Рис.1

Так как векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (1)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \varepsilon r,\ a_n = \omega^2 r,$$

где ω – модуль угловой скорости тела; ε – модуль его углового уравнения.

Подставим выражение a_τ и a_n в формулу (1), находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct$$

В момент времени $t = 4c$ модуль угловой скорости

$$\omega = (20 + 2 \cdot (-2) \cdot 4) рад/с = 4 рад/с.$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = 3 \cdot C = -4 рад/с^2.$$

Подставляя значения ε, ω, и r в формулу (2), получаем

$$a = 0.1\sqrt{(-4)^2 + 4^4}\ м/с^2 = 1.65\ м/с^2.$$

Пример 3. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой $m=20г$ поднялась на высоту $h=5м$. Определить жесткость пружины пистолета, если она была сжата на $x=10\ см$. Массой пружины и силами трения пренебречь.

Решение. Рассмотрим систему пружина-пуля. Так как на тела системы действуют только консервативные силы, то для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия системы E_1 в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту h), т.е.

$$E_1 = E_2 \text{ или } T_1 + П_1 = E_2 + П_2, \qquad (1)$$

где T_1, T_2, $П_1$ и $П_2$ – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Так как кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то равенство (1) примет вид:

$$П_1 = П_2. \qquad (2)$$

Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине, равной нулю, а высоту подъема пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т.е. $П_1 = \frac{1}{2}kx^2$, а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте h, т.е. $П_2 = mgh$.

Подставив выражения $П_1$ и $П_2$ в формулу (2), найдем:

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh, \text{ откуда } k = \frac{2mgh}{x^2}. \qquad (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу жесткости k. Для этого в правую часть формулы (3) вместо величин подставим их единицы [1]

$$\frac{[m][g][h]}{x^2} = \frac{кг \cdot м \cdot с^{-2} \cdot м}{м^2} = \frac{Н}{м}.$$

Убедившись, что полученная единица является единицей жесткости (1 Н/м), подставим в формулу (3) значения величин и произведем вычисления:

[1] Единицу какой-либо величины принято обозначать символом этой величины, заключенным в квадратные скобки.

$$k = \frac{2 \cdot 0.02 \cdot 9.81 \cdot 5}{0.1^2} \frac{H}{м} = 196 \frac{H}{м}.$$

<u>Пример 4</u>. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

<u>Решение.</u> Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2, \qquad (1)$$

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1) , для определения ε надо найти u_2. Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, найдем

$$m_1\upsilon_1 = m_1u_1 + m_2u_2; \qquad (2)$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} \qquad (3)$$

Решим совместно уравнения (2) и (3):

$$u_2 = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

Подставив это выражение u_2 в формулу (1) и сократив на υ_1 и m_1 , получим:

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1(m_1 + m_2)}\right)^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Размерность: $\frac{[m]\cdot[m]}{[m^2]} = \frac{кг^2}{кг^2} = безразмерн ая величина$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

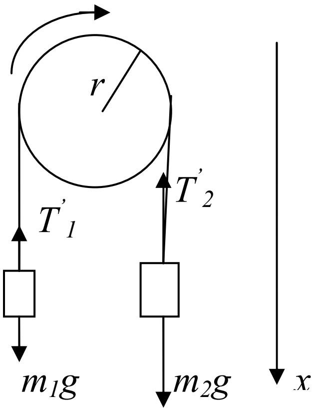

Рис. 2

<u>Пример 5.</u> Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m=80 г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1=100 г и m_2= 200 г (рис. 2). Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

<u>Решение.</u> Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза $m_1g - T_1 = m_1a$ (1),
для второго груза $m_2g - T_2 = m_2a$ (2).

Под действием моментов сил T'_1 и T'_2 относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения: $T'_2r - T_1r = I_z\varepsilon$ (3),
где $\varepsilon = a / r;$

$I_z = \frac{1}{2}mr^2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости $T'_1=T_1;$ $T'_2=T_2$.

Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T'_1 и T'_2 выражения T_1 и T_2 , получив их предварительно из уравнений (1) и (2).

$$(m_2g - m_1a)r - (m_1g + m_1a)r = \frac{mr^2a}{2r}$$

После сокращения r на перегруппировки членов, найдем:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} \cdot g \ . \qquad (4)$$

Размерность $\frac{[m]}{[m]} \cdot [a] = \frac{кг}{кг} \cdot \frac{м}{с^2} = \frac{м}{с^2}$.

Формула (4) позволяет массы m_1, m_2 и m выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение – в единицах СИ. После подстановки числовых значений в формулу (4), получим:

$$a = \frac{(200 - 100)г}{(200 + 100 + 80/2)г} \cdot 9.8\, м/с^2 = 2.88\, м/с^2 .$$

Пример 6. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2*м* и массой m = 50*кг* раскручен до частоты вращения n_1=480*мин*$^{-1}$ и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через $t=50c$. Найти момент M сил трения.

Решение. Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде:

$$dL_z = M_z dt, \qquad (1)$$

где dL_z – изменение проекции на ось z момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt; M_z – момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ($M_z=const$), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z=M_z\Delta t \qquad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_z = I_z\Delta\omega\,, \qquad (3)$$

где I_z – момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$- изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим $M_z\Delta t=I_z\Delta\omega$, откуда

$$M_z = I_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле:

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega=2\pi n$:

$$\Delta\omega=\omega_2 - \omega_1=2\pi n_2 - 2\pi n_1=2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (4) выражения I_z и $\Delta\omega$, получим:

$$M = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу момента силы (Н·м). Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][R^2][n]}{[t]} = \frac{\hat{e}\tilde{a}\cdot\grave{i}^{\,2}\cdot\tilde{n}^{-1}}{\tilde{n}} = \hat{e}\tilde{a}\cdot\grave{i}^{\,2}\cdot\tilde{n}^{-2} = \acute{I}\cdot\grave{i}\,.$$

Подставим в формулу (5) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что n_1=480 *мин* = 480/60 с$^{-1}$ = 8 с$^{-1}$

$$M_z = \frac{3.14 \cdot 50 \cdot (0.2)^2 (0-8)}{50} H \cdot м = -1 H \cdot м\ .$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

<u>Пример 7.</u> Платформа в виде сплошного диска радиусом R=1,5 *м* и массой m_1=180 *кг* вращается около вертикальной оси с частотой n=10 *мин*$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m=60 *кг*. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

<u>Решение</u>. Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция момента импульса L_z системы платформы – человек остается постоянной

$$L_z = I_z \cdot \omega = const\,, \qquad (1)$$

где I_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих с состав системы, поэтому в начальном состоянии $I_z=I_1+I_2$, а в конечном состоянии $I'_z=I'_1+I'_2$.

С учетом этого равенство (1) примет вид:

$$(I_1+I_2)\omega=(I'_1+I'_2)\omega', \qquad (2)$$

где значения моментов инерции I_1 и I_2 платформы и человека, соответственно, относятся к начальному состоянию системы; I'_1 и I'_2 – к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $I_1 = I_1' = \frac{1}{2} mR^2$. Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции I_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $I'_2=m_2R^2$.

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega=2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega'=\upsilon/R$, где υ – скорость человека относительно пола).

$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) \cdot 2\pi n = \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 + m_2 R^2\right) \cdot \frac{\upsilon}{R}.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость $\upsilon = \frac{2\pi n R m_1}{m_1 + 2m_2}$. Размерность $\frac{[n]\cdot[R][m]}{[m]} = \frac{c^{-1} \cdot м \cdot кг}{кг} = \frac{м}{c}$.

Произведем вычисления:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1.5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} \, м/с = 1 \, м/с .$$

Пример 8. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости υ_1 сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли (R=3.37·10^6*м*). Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.
Решение. Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющаяся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты изменяться не будет. Следовательно

$$T_1+П_1=T_2+П_2, \quad (1)$$

где $T_1,П_1$ и $T_2,П_2$ – кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии:

$$T_1 = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2$$

Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии [2]

$$П_1 = -G\frac{mM}{R}$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая – убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия T_2 станет равной нулю, а потенциальная достигнет максимального значения:

$$П_2 = -G\frac{mM}{2R}$$

Подставляя выражения T_1 , $П_1$, T_2 *и* $П_2$ в формулу (1), получаем:

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{2R}, \text{ откуда } \upsilon_1 = \sqrt{GM/R} ,$$

Заметив, что $GM/R^2 = g$ (g — ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде:

$$\upsilon_1 = \sqrt{g \cdot R} \text{ (Размерность } \sqrt{[g]\cdot[R]} = \sqrt{\frac{м}{с^2} \cdot м} = \sqrt{\frac{м^2}{с^2}} = \frac{м}{с}.\text{)},$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости.

[2] Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел, бесконечно удаленных друг от друга, принимается равной нулю.

Произведем вычисления:

$$\upsilon_1 = \sqrt{9.8 \cdot 6.37 \cdot 10^6}\ {}^{м}\!/_{с} = 7.9\ {}^{км}\!/_{с}$$

<u>Пример 9.</u> Точка совершает гармонические колебания с частотой ν = 10Гц. В момент времени, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение X_{max}= 1*мм*. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

<u>Решение.</u> Уравнение колебаний точки можно записать в виде:

$$x = A \sin (\omega \cdot t+\varphi_1),$$

где A – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота, t – время; φ_1 – начальная фаза.

По определению, амплитуда колебаний:

$$A = X_{max}. \quad (2)$$

Циклическая частота ω связана с частотой ν соотношением:

$$\omega = 2\pi\nu \qquad (3)$$

Для момента времени t = 0 формула (1) примет вид:

$$X_{max}=A\sin\varphi_1,$$

откуда начальная фаза:

$$\varphi_1 = \arcsin(X_{max}/A) = \arcsin 1$$

или

$$\varphi_1 = (2k+1)\pi/2 \ (k = 0, 1, 2, ...).$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состоянии колеблющейся точки, поэтому можно принять:

$$\varphi_1 = \pi/2 (4).$$

С учетом равенств (2)-(4) уравнение колебаний примет вид:

$x = A\sin(2\pi\nu t+\varphi_1)$ или $x = A\cos 2\pi\nu t$,

где A=1*мм*=10^{-3}; ν = 10 Гц; φ=π/2.

График соответствующего гармонического колебания приведен на рис. 3.

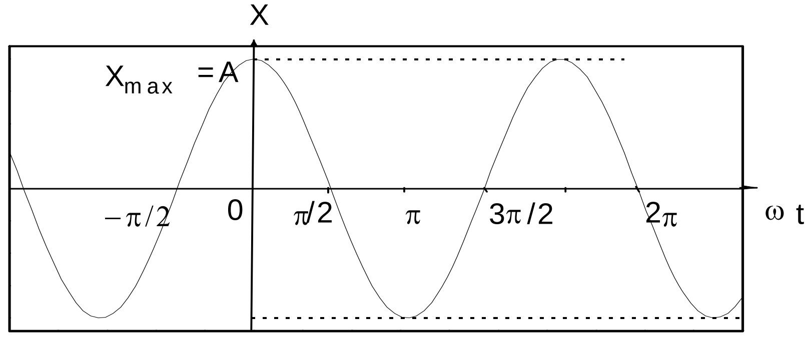

Рис 3

<u>Пример 10.</u> Частица массой m = 0.01 кг совершает гармонические колебания с периодом T = 2 с. Полная энергия колеблющейся частицы

E = 0.1 мДж. Определить амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F_{max}, действующей на частицу.

<u>Решение.</u> Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 ,$$

где ω = 2π/T.

Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}} \qquad (1)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением $F = -k{\cdot}x$, где k – коэффициент квазиупругой силы; x – смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде:

$$F_{max} = k\,A \qquad (2)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} . \qquad (3)$$

Подставим выражения (1) и (3) в (2) и, произведя упрощения, получим:

$$F_{\max} = {2\pi\sqrt{2mE}}\big/{T} .$$

Размерность $\frac{\sqrt{[m]\cdot[E]}}{[T]} = \frac{\sqrt{кг \cdot Дж}}{с} = \frac{\sqrt{кг \cdot \frac{кг \cdot м^2}{с^2}}}{с} = кг \cdot \frac{м}{с^2} = Н$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3.14}\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}\text{“} = 0.045\text{“} = 45\text{“ “};$$

$$F_{\max} = \frac{2 \cdot 3.14}{2}\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}}\,H = 4.44 \cdot 10^{-3}\,H = 4.44\text{“í}$$

Контрольная работа 1

Таблица вариантов

Вари-ант	Номера задач								
0	110	120	130	140	150	160	170	180	190
1	101	111	121	131	141	151	161	171	181
2	102	112	122	132	142	152	162	172	182
3	103	113	123	133	143	153	163	173	183
4	104	114	124	134	144	154	164	174	184
5	105	115	125	135	145	155	165	175	185
6	106	116	126	136	146	156	166	176	186
7	107	117	127	137	147	157	167	177	187
8	108	118	128	138	148	158	168	178	188
9	109	119	129	139	149	159	169	179	189

101. Зависимость пройденного телом пути S от времени дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где C=0,14м/с^2, и D=0,01м/с^3. Через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с^2?
102. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением a = 5 м/с^2. Определить, насколько путь, пройденный точкой в n-ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять υ_0=0.
103. Точка движется по окружности радиусом R=4 см. Зависимость пути от времени дается уравнением X=Ct^3, где C= 0,2 см/с^3. Найти нормальное и тангенциальное ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки равна = 0,6 м/с.
104. Один паровоз прошел половину пути со скоростью υ_1= 72 км/ч, а другую половину − со скоростью υ_2=36 км/ч. Другой паровоз шел половину времени со скоростью υ_3= 72 км/ч., а половину времени − со скоростью υ_4=36 км/ч. Какова средняя скорость каждого паровоза ?
105. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью υ_1=18 км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью υ_2=22 км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью υ_3=5 км/ч. Определить среднюю скорость $\upsilon_{ср}$ велосипедиста?
106. Маховик вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2$ рад/с^2. Через t=0,5 сек. После начала движения полное ускорение маховика стало равно a=0,15м/с^2. Найти радиус кольца.
107. Материальная точка движется по окружности с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi/6$ рад/с. Во сколько раз путь ΔS, пройденный точкой за время t = 4с будет больше модуля ее перемещения $\Delta\vec{r}$? Принять,

что в момент начала отсчета времени радиус-вектор $\vec{r}$, задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол $\varphi_0=\pi/3$ рад.

108. Материальная точка движется в плоскости xy согласно уравнениям, $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ и $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где B_1 = 7 м/с, C_1 = –2 м/с^2, B_2 = –1 м/с, C_2 = 0,2 м/с. Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени t = 8с.
109. По краю равномерно вращающейся с угловой скоростью ω = 1рад/с платформы идет человек и обходит платформу за время t = 9,9с. Каково наибольшее ускорение a движения человека относительно Земли? Принять радиус платформы R = 2 м.
110. Точка движется по окружности радиусом R = 30 см с постоянным угловым ускорением ε. Определить тангенциальное ускорение точки, если известно, что за время t = 4с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение a_n = 2,7 м/с^2.
111. При горизонтальном полете со скоростью υ = 250 м/с снаряд массой m = 8 кг разорвался на две части. Большая часть массой m_1 = 6 кг получила скорость u_1 = 400 м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.
112. С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью υ_1 = 3 м/с в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после чего скорость тележки изменилась и стала равной u_1=4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_2 человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки m_1 = 210 кг, масса человека m_2 = 70 кг.
113. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30^0$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью u_1 = 480 м/с. Масса платформы с орудием и снарядами m_2 = 18 т, масса снаряда m_1 = 60 кг.
114. Человек массой m_1 = 70 кг, бегущий со скоростью υ_1 = 9 км/ч, догоняет тележку массой m_2 = 190 кг, движущуюся со скоростью υ_2 = 3,6 км/ч и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?
115. Автомат выпускает n=600 пуль в минуту. Масса каждой пули $m=4\cdot10^{-3}$кг, ее начальная скорость υ_0=500 м/с. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.
116. Первое тело массой 2 кг столкнулось со вторым телом массой 4 кг, после чего они стали двигаться со скоростью 6 м/с. До столкновения второе тело покоилось. С какой скоростью двигалось первое тело до столкновения?

117. Снаряд, летевший со скоростью υ = 400 м/с, в верхней части траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетал в противоположном направлении со скоростью u_1=150 м/с. Определить скорость u_2 большого осколка.
118. Какова средняя сила давления на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули m=10^{-2} кг, а скорость пули при вылете из канала ствола υ=300 м/с? Автомат делает 300 выстрелов в минуту.
119. Первое тело массой 2кг движется со скоростью 6 м/с, второе неподвижно. После столкновения оба тела движутся со скоростью 2 м/с. Какова масса второго тела?
120. Снаряд массой m_1=20 кг, летевший горизонтально со скоростью υ_1=50 м/с, попадает в платформу с песком массой m_2=20 т и застревает в песке. С какой скоростью начнет двигаться платформа?
121. Из орудия массой m_1=$5\cdot10^3$ кг вылетает снаряд массой m_2=10 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете равна T=7,5 мДж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?
122. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой m_1=300 кг, ударяет молот массой m_2=8 кг. Определить КПД (η) удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.
123. Шар массой m_1=1 кг движется со скоростью υ=4 м/с и сталкивается с шаром массой m_2=2 кг, движущимся навстречу ему со скоростью υ_2=3 м/с. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
124. Шар массой m_1=3 кг движется со скоростью υ_1=2 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2=5 кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.
125. Определить КПД (η) неупругого удара бойка массой m_1=0.5т, падающего на сваю массой m_2= 120 кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.
126. Шар массой m_1= 4 кг движется со скоростью υ_1= 5 м/с и сталкивается с шаром массой m_2= 6 кг, который движется ему навстречу со скоростью υ_2= 2 м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
127. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой m_1=10 г со скоростью υ= 300 м/с. Затвор пистолета массой m_2=200 г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой k =25 кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.
128. Шар массой m_1= 5кг движется со скоростью υ_1=1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2=2 кг. Определить скорости u_1 и u_2 ша-

ров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

129. Из орудия, не имеющего противооткатного устройства, производилась стрельба в горизонтальном направлении. Когда орудие было неподвижно закреплено, снаряд вылетел со скоростью υ_1=600 м/с, а когда орудию дали возможность свободно откатываться назад, снаряд вылетел со скоростью υ_2=580 м/с. С какой скоростью откатилось при этом орудие?

130. Шар массой m_1=2 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40% кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

131. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на x_1=10 см, если известно, что под действием силы в 30Н пружина сжимается на x_2=1 см.

132. Из шахты глубиной h=600 м поднимают клеть массой m=3,0 т на канате, каждый метр которого имеет массу m=1,5 кг. Какая работа A совершается при поднятии клети на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия η подъемного устройства?

133. Пружина жесткостью k=500 Н/м сжата силой F=100 Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на Δl=2см.

134. Мяч упал со скоростью υ_1=20 м/с и, ударившись о мостовую, отскочил вверх, при этом скорость его стала υ_2= 15 м/с. Определить изменение импульса мяча, если потери кинетической энергии составляют T = 8,75Дж.

135. Какую нужно совершить работу A, чтобы пружину жесткостью k = 800 Н/м, сжатую на x = 6 см, дополнительно сжать на Δx =8 см ?

136. С какой скоростью двигался вагон массой m_1=15 т, если при ударе о стенку каждый буфер сжался на x_1=5 см. Известно, что пружина каждого из буферов под действием силы F=10 кН сжимается на x_2=1 см.

137. Из пружинного пистолета с пружиной жесткостью k=150 Н/м был произведен выстрел пулей массой m=8 г. Определить скорость пули υ при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на Δx = 4 см.

138. Налетев на пружинный буфер, вагон массой m=16 т, двигавшийся со скоростью υ=0,6 м/с, остановился, сжав пружину на Δl= 8см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

139. Пуля, вылетевшая из винтовки с начальной скоростью υ_0=1000 м/с, упала на землю со скоростью 500 м/с. Какая работа была затрачена во время полета на преодоление силы сопротивления воздуха, если масса пули m=10г?

140. Молотом вбивают гвоздь. Масса молота m=1 кг, его скорость в момент удара υ=0,5 м/с, глубина продвижения гвоздя Δh=2,5 см. Определить среднюю силу удара.

141. Шарик массой m=60г, привязанный к концу нити длиной l_1=1,2 м, вращается с частотой n_1=2с$^{-1}$, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния l_2=0,6м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

142. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром D=75 см и массой m=40 кг приложена сила F=1 кН. определить угловое ускорение ω и частоту n вращения маховика через время t=10с после начала действия силы, если радиус R шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

143. На обод маховика диаметром D=60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m=2 кг. Определить момент инерции I маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t=3 с приобрел угловую скорость ω=9 рад/с.

144. Нить с привязанными к ее концам грузами массами m_1=50г и m_2=60г перекинута черед блок диаметром D=4 см. Определить момент инерции I блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение ε=1,5 рад/с^2. Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

145. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению, $\varphi = A\ t + B\ t^3$ где А= 2 рад/с , В =0,2 рад/с^3. Определить вращающий момент M действующий на стержень через время t=2 с после начала вращения, если момент инерции стержня I = 0,048 кг м.

146. Маховое колесо с моментом инерции I=300 кг·м вращается с частотой n=25 с$^{-1}$. Какой тормозящий момент надо приложить к колесу, чтобы оно остановилось через t=1 мин после начала торможения?

147. Определить момент силы M, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой n=12 с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени t=8с. Диаметр блока D=30см. Массу блока m=6 кг считать равномерно распределенной по ободу.

148. Блок, имеющий форму диска массой m=0,4 кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами m_1=0,3 кг и m_2=0,7 кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

149. Диск радиусом R=20 см и массой m=5 кг вращается с частотой n=10 с$^{-1}$. Какой тормозящий момент следует приложить к диску, чтобы он остановился через t=5с после начала торможения?

150. Маховик, представляющий собой диск массой m=10 кг и радиусом R=10см, свободно вращается вокруг оси, которая проходит через

центр с круговой частотой n=6 $с^{-1}$. При торможении маховик останавливается через Δt=5 с. Определить тормозящий момент.

151. Какую работу нужно совершить, чтобы маховику в виде диска массой m=100 кг и радиусом R=0,4 м сообщить частоту вращения n=10 $с^{-1}$, если он находился в состоянии покоя?
152. Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением ε=0.5$с^{-2}$, и через Δt=15с после начала движения приобретает момент количества движения равным L=73,5 кг·$м^2$/с. Найти кинетическую энергию колеса через t=20с после начала вращения.
153. Платформа в виде диска диаметром D=3м и массой m_1=180 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой m_2=70 кг со скоростью υ=1,8 м/с относительно платформы?
154. К ободу диска массой m=5 кг приложена постоянная касательная сила F_τ=20Н. Какую кинетическую энергию T будет иметь диск через Δt=5с после начала действия силы?
155. Горизонтальная платформа массой m_1=100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой n_1=10 $мин^{-1}$. Человек массой m_2=60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой скоростью начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым однородным диском, а человека − точечной массой.
156. Вычислить кинетическую энергию диска массой m=2 кг, катящегося без скольжении по горизонтальной поверхности с относительной скоростью υ=2 м/с.
157. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой n_1=8 $мин^{-1}$, стоит человек массой m_1=70 кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой n_2=10 $мин^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
158. Какую мощность должен развить мотор, приводящий в движение стабилизирующий гороскоп, который имеет форму диска радиусом R=1м и массой m=1000 кг, если в течение t=1 мин угловая скорость доводится до ω=31 рад/$с^2$? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.
159. Горизонтальная платформа массой m_1=150 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой n=8 $мин^{-1}$. Человек массой m_2=70 кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека – материальной точкой.
160. Какую работу нужно совершить, чтобы маховику в виде диска массой m=100 кг и радиусом R=0,4 м сообщить частоту вращения n=10$с^{-1}$, если он находился в состоянии покоя?

161. Определить напряженность G гравитационного поля на высоте h=1000 км над поверхностью Земли. Считать известными ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус $R_з$.
162. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой m=2 кг: 1) с высоты h=1000 км; 2) из бесконечности?
163. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой m=30 кг. Определить работу A, которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус $R_з$ считать известными.
164. Космический корабль массой $5\cdot10^7$ кг движется по круговой орбите вокруг Земли, имея кинетическую энергию $3{,}34\cdot10^7$ Дж. Определить радиус орбиты корабля.
165. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом T=90 мин. Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус $R_з$ считать известными.
166. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.
167. Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте h=520 км. Определить период обращения спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус $R_З$ считать известными.
168. Определить линейную υ и угловую ω скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте h=1000 км. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус $R_З$ считать известными.
169. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3{,}84\cdot10^8$ м?
170. Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного? Принять, что радиус $R_З$ Земли в 390 раз больше радиуса $R_л$ Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.
171. Определить массу тела, совершающего гармонические колебания с амплитудой A= 0,1м, частотой ν = 2 Гц и начальной фазой φ_0 =30^0, если полная энергия колебаний E = 7,7 мДж. Через сколько секунд от начала отсчета времени кинетическая энергия будет равна потенциальной.
172. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1 \cdot \sin \omega_1 t$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega_2 t$ где A_1 = 8 см, A_2 = 4 см, $\omega_1 = \omega_2$= 2с. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

173. Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых $x = A \cdot \sin \omega t$, где A= 5 см, ω=2 с. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией $П$=0,1 мДж, на нее действовала возвращающая сила F= 5 мН. Найти этот момент времени.

174. Определить частоту ν простых гармонических колебаний диска радиусом R=20 см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

175. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом R=40 см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

176. Определить период Т колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения Δr=18 см, а максимальная скорость υ_{max}=16 см/с.

177. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение x_0= 4см, а скорость υ_0=10 см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 колебаний, если их период T =2 с.

178. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \cdot \sin \omega_1 t$ и $x_2 = A_2 \cdot \sin \omega_2 (t+\tau)$, где A_1=A_2=3см, $\omega_1=\omega_2=\pi$, τ=0,5 с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени t=0.

179. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки А=2 см, полная энергия колебаний $E = 3\ 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила F=$2{,}25 \cdot 10^{-5}$ Н?

180. Шарик массой m= 60 г колеблется с периодом T=2 с. В начальный момент времени смещение шарика x_0=4,0 см и он обладает энергией E=0,02Дж. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

181. Вагон массой 10^4 кг отцепился от движущегося состава и, двигаясь равнозамедленно, за 20 секунд прошел путь 20 метров, после чего остановился. Найти силу трения, коэффициент трения, и начальную скорость вагона.

182. Под действием некоторой силы тело массой 3 кг совершает прямолинейное движение, описываемое уравнением $X= 4+ 5t -3t^2 +2t^3$. Чему равна действующая на тело сила в момент времени t=5 с.

183. Какую силу нужно приложить к вагону массой m=1600 кг, чтобы он из состояния покоя начал двигаться равноускоренно и за время t=30 секунд прошел путь S=11 м? Коэффициент трения μ=0,05.

184. Координата тела меняется в соответствии с уравнением $X=2+ 30t- 2t^2$. Масса тела m=5 кг. Какова кинетическая энергия тела через t=3 с после начала движения?

185. Чему равен коэффициент трения колес автомобиля о дорогу, если при скорости v =10 м/с тормозной путь равен S=80 м?

186. Под действием постоянной силы F=9,8 Н тело движется прямолинейно так, что координата тела меняется в соответствии с уравнением $X=A-Bt+Ct^2$. Найти массу тела, если C=1 м/с^2.

187. Тело массой 0,5 кг движется так, что зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением $S=A\ \sin\omega t$, где A=5 см, и ω=π рад/с. Найти силу F, действующую на тело через 1/6 сек. после начала движения.

188. Самолет, движущийся со скоростью 300 м/с, совершает в вертикальной плоскости петлю Нестерова с радиусом 1,3 км. Определить перегрузку в нижней точке траектории.

189. Определить максимальное значение скорости, с которой автомобиль может двигаться по закруглению асфальтированного шоссе радиусом 100 м, если коэффициент трения между шинами и асфальтом μ= 0,06.

190. С какой скоростью должен двигаться мотоциклист по выпуклому участку дороги, имеющему радиус кривизны 40 м, чтобы в верхней точке давление на дорогу было равно нулю?

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические величины

Физическая величина	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·с
Постоянная Авогадро	$6{,}02\cdot10^{26}$ кмоль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	8,31 Дж/моль К
Объем 1 кмоля идеального газа при нормальных условиях	22,4 м^3
Постоянная Больцмана	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Электрическая постоянная	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м

2.Некоторые астрономические величины

Средний радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Земли и Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Среднее расстояние между центрами Луны и Земли $3{,}84\cdot10^{8}$ м	

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70\cdot10^{3}$	Висмут	$9{,}80\cdot10^{3}$
Медь	$8{,}93\cdot10^{3}$	Серебро	$10{,}5\cdot10^{3}$
Барий	$3{,}50\cdot10^{3}$	Железо	$7{,}88\cdot10^{3}$
Никель	$8{,}90\cdot10^{3}$	Цезий	$1{,}90\cdot10^{3}$
Ванадий	$6{,}02\cdot10^{3}$	Литий	$0{,}53\cdot10^{3}$
Свинец	$1{,}3\cdot10^{3}$	Цинк	$7{,}15\cdot10^{3}$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4^0 С)	$1{,}00\cdot10^{3}$	Спирт	$0{,}80\cdot10^{3}$
Сероуглерод	$1{,}26\cdot10^{3}$	Ртуть	$13{,}6\cdot10^{3}$
Глицерин	$1{,}26\cdot10^{3}$		

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Воздух	1,29
Гелий	0,18	Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, Н/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0\cdot10^{-10}$	Водород	$2{,}3\cdot10^{-10}$
Гелий	$1{,}9\cdot10^{-10}$	Кислород	$2{,}7\cdot10^{-10}$

8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Масло трансформаторное	2,2
Парафин	2,0	Стекло	7,0

9. Относительные атомные массы (округленные значения) и порядковые номера некоторых элементов

Элемент	Символ	*Ar*	*Z*	Элемент	Символ	*Ar*	*Z*
Азот	*N*	14	7	Марганец	*Mn*	55	25
Алюминий	*Al*	27	13	Медь	*Cu*	64	29
Аргон	*Ar*	40	18	Молибден	*Mo*	96	42
Барий	*Ba*	137	56	Натрий	*Na*	23	11
Ванадий	*V*	60	23	Неон	*Ne*	20	10
Водород	*H*	1	1	Никель	*Ni*	59	28
Вольфрам	*W*	184	74	Олово	*Sn*	199	50
Гелий	*He*	4	2	Платина	*Pt*	195	78
Железо	*Fe*	56	26	Ртуть	*Hg*	201	80
Золото	*Au*	197	79	Сера	*S*	32	16
Кальций	*Ca*	40	20	Серебро	*Ag*	108	47
Калий	*K*	39	19	Углерод	*C*	12	6
Кислород	*O*	16	8	Уран	*U*	238	92
Магний	*Mg*	24	12	Хлор	*Cl*	3	5

10. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление	Металл	Удельное сопротивление
Железо	$9{,}8\cdot 10^{-8}$	Медь	$1{,}7\cdot 10^{-8}$
Нихром	$1{,}1\cdot 10^{-8}$	Серебро	$1{,}6\cdot 10^{-8}$

11. Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	наименование	обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	t	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	А	
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	К	
Количество вещества	N	моль	моль	
Сила света	J	кандела	кд	
Дополнительные единицы				
Плоский угол	—	радиан	рад	
Телесный угол	—	стерадиан	ср	
Производные единицы				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$м\cdot кг\cdot с^{2}$
Давление, механическое напряжение	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$м^{-1}\cdot кг\cdot с^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$L^{2}MT^{-2}$	джоуль	Дж	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-2}$
Мощность, поток Энергии	$L^{-1}MT^{-3}$	ватт	Вт	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	TI	кулон	Кл	$с\cdot А$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	$L^{2}MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$м^{2}\cdot кгс\cdot с\cdot А^{-1}$
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^{4}I^{2}$	фарада	Ф	$м^{-2}\cdot кг^{-1}с^{4}А^{2}$
Электрическое сопротивление	$L^{2}MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$м^{2}кг\cdot с^{3}А^{2}$

Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^{3}I^{2}$	сименс	См	м$^{-2}$ кг$^{-1}$с^{3}А^{2}
Магнитный поток	$L^{2}MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	м^{2}кг с$^{-2}$А$^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	кг·с$^{-2}$А$^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^{2}MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	м2кг·с$^{-2}$А$^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	кд·ср
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	м$^{-2}$кд·ср
Активность изотопа (активность нуклида в радиоактивном источнике)	T^{1}	беккерель	Бк	с$^{-1}$
Поглощенная доза излучения	$L^{2}T^{-2}$	грей	Гр	м^{2}с$^{-2}$

Примечания:

1. Кроме температуры Кельвина (обозначение T) допускается применять также температуру Цельсия (обозначение t), определяемую выражением, $t = T - T_0$, где T_0 = 273,15 К. Температура Кельвина выражается в кельвинах, температура Цельсия − в градусах Цельсия (обозначение международное и русское ^{0}C). По размеру градус Цельсия равен кельвину.
2. Интервал или разность температур Кельвина выражают в кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия.

12. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
наименование	обозначение		наименование	обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

ФИЗИКА

Часть I
Раздел I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ
Методические указания к решению
задач и контрольные задания
по физике для студентов - заочников всех направлений подготовки

Составители: Кузнецова Л.М., Ягунд Э.М.