МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра механики

Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ ПО КУРСУ «СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА»

УДК 624.075.5 ББК 38.112 Ш17

Ш17 Учебно-методическое пособие для студентов заочной формы обучения по курсу «Строительная механика» /Сост. Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р. – Казань: Изд-во Казанск. гос. архит.-строит. ун-та, 2019. – 46 с.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Казанского государственного архитектурно-строительного университета.

Учебно-методическое пособие предназначено студентам заочной формы обучения по направлению подготовки OP.03.01 «Строительство» в качестве методического пособия при выполнении контрольных работ по курсу «Строительная механика».

Табл. 12; илл. 25; библ. 8 наимен.

Рецензент кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры механики КГАСУ **Ф.Г. Шигабутдинов**

УДК 624.075.5 ББК 38.112

- © Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2018
- © Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р., 2018

ВВЕДЕНИЕ

Изучение дисциплины «Строительная механика» ставит целью достижение студентами определенных Государственными стандартами компетенций, среди которых основными являются умение рассчитывать плоские стержневые и рамно-балочные системы на неподвижную и подвижную нагрузки, владение методами их расчета.

В связи с этим, в рабочей программе дисциплины «Строительная механика» предусмотрено выполнение студентами заочной формы обучения четырех контрольных работ по следующим темам:

КР №1 «Расчет разрезной балки на постоянную и подвижную нагрузки»;

КР №2 «Расчет фермы на постоянную и подвижную нагрузки»;

КР №3 «Расчет статически неопределимой рамы методом сил»;

КР №4 «Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений».

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Исходные данные для решения всех контрольных работ выбираются студентом из таблицы 1 (стр. 4) в соответствии с его личным учебным шифром (номером зачетной книжки). Шифром считаются последние три цифры номера зачетной книжки. Например, если номер зачетной книжки 11-10-236, то учебным шифром будет 236.

<u>Первая цифра шифра</u> используется для выбора геометрических размеров конструкции l.

<u>Вторая цифра шифра</u> используется для выбора типа расчетной схемы и внешних нагрузок $P,\ q$. Есть два типа расчетных схем: четные (чет.) и нечетные (неч.).

<u>Третья цифра шифра</u> определяет номер расчетной схемы, а также нагрузки P_1, P_2, q_1, q_2 .

Таким образом, при шифре 236 по таблице 1 (стр. 4) принимаются:

- по первой цифре шифра 2: l=4 м;
- по второй цифре шифра 3: схема неч., P=6 кH, q=2 кH/м;
- по третьей цифре шифра 6: схема №6, P_1 =3 кH, P_2 =7 кH, q_1 =6 кH/м, q_2 =4 кН/м.

Контрольные работы, выполненные не по шифру, не зачитываются.

Расчетные схемы для всех контрольных работ даются на стр. 10-17.

Таблица 1

Первая цифра шифра	l M	Вторая цифра шифра (тип схемы)	<i>Р</i> кН	<i>q</i> кН/м	Третья цифра шифра (№ схемы)	<i>P</i> ₁ кН	<i>P</i> ₂ кН	<i>q</i> ₁ кН/м	<i>q</i> ₂ кН/м
1	3,0	1 (неч.)	8	2	1	2	8	2	4
2	4,0	2 (чет.)	5	4	2	8	1	1	6
3	4,5	3 (неч.)	6	2	3	6	4	3	2
4	5,0	4 (чет.)	2	1	4	4	2	5	1
5	3,5	5 (неч.)	4	3	5	2	6	4	5
6	5,5	6 (чет.)	3	4	6	3	7	6	4
7	6,0	7 (неч.)	5	2	7	7	6	8	1
8	2,5	8 (чет.)	3	8	8	5	4	2	8
9	2,0	9 (неч.)	7	1	9	4	6	5	2
0	7,0	0 (чет.)	5	3	0	2	10	4	3

Перед решением каждой задачи необходимо вычертить заданную схему и указать на ней все размеры и нагрузки. Решение задач должно сопровождаться краткими, последовательными пояснениями, четким почерком, схемами и размерами. Выполнять чертежи следует при помощи чертежных инструментов. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат.

Работа оформляется на листах писчей бумаги формата А4. Листы следует сшить степлером. На титульном листе указываются название работы, ее номер, фамилия и инициалы студента, факультет, специальность, номер зачетной книжки (учебный шифр).

Допускается контрольную работу оформлять в ученической тетради с учетом изложенных выше требований.

Получив после рецензирования контрольную работу, студент должен внести указанные преподавателем исправления и дополнения. Их следует производить на том же листе (если позволяет место) или на отдельном листе и представить исправленную работу на повторную рецензию.

Нельзя стирать или заклеивать отмеченные преподавателем ошибки.

Каждая контрольная работа защищается студентом. После защиты работ студент допускается к сдаче зачета и экзамена.

Вопросы для контроля знаний и экзаменационные вопросы приведены на стр. 38-40.

Список литературы для изучения курса строительной механики и подготовки к зачету и экзамену приведен на стр. 45.

При выполнении контрольных работ следует придерживаться

следующих единых правил определения внутренних усилий и их знаков.

ПРАВИЛО ЗНАКОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ

В плоских стержневых системах возникают три внутренних усилия: изгибающий момент M, поперечная сила Q и продольная сила N. Они определяются для каждого сечения рассчитываемого сооружения и изображаются в виде эпюр.

Установим единые правила определения внутренних усилий M, Q, N для любого сечения x стержневой системы (рис. 1.1).

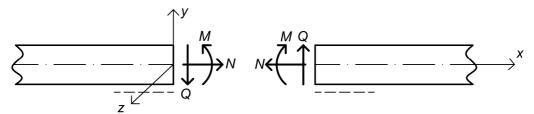


Рис. 1.1

Изгибающий момент М — это алгебраическая сумма всех моментов от всех усилий левее (или правее) относительно оси z:

$$M = \sum_{nes} M_{iz} = -\sum_{np} M_{jz} .$$

Эпюра M изображается на стороне растянутого волокна элемента (на рис 1.1 отмечен пунктирной линией внизу элемента). Знак на этой эпюре («+» или «-») обычно не ставится.

Поперечная сила Q — это алгебраическая сумма проекций всех сил, действующих слева (или справа) от сечения на ось y:

$$Q = \sum_{nee} Q_{iy} = -\sum_{np} Q_{jy}.$$

Поперечная сила положительна (т.е. имеет знак «+»), если вращает левую (или правую) часть рассеченного стержня по часовой стрелке (рис. 1.1).

Продольная сила N — это алгебраическая сумма проекций всех сил, действующих слева (или справа) от сечения на ось x:

$$N = \sum_{nee} N_{ix} = -\sum_{np} N_{jx} \ .$$

Продольная сила положительна (имеет знак «+»), если растягивает стержень.

По эпюре M можно определить Q по формуле Журавского

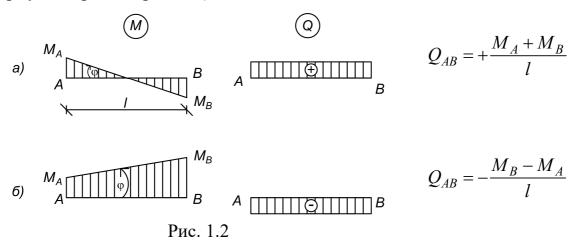
$$Q = \frac{dM}{dx} = \pm tg\varphi,$$

где ϕ — угол между осью x и касательной к эпюре M в данной точке.

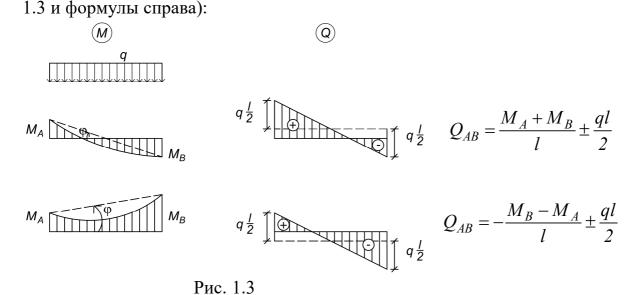
Знак (\ll +» или \ll -») в этой формуле определяется по правилу: если ось эпюры M надо вращать до совпадения с эпюрой (или с касательной к ней)

по часовой стрелке, то Q имеет знак «+» (рис. 1.2 а), если же эту ось надо вращать против часовой стрелки, Q имеет знак «-» (рис. 1.2 б).

Если эпюра M в каком-то участке AB прямолинейна, там эпюра Q постоянна, а ее величина определяется через тангенс угла наклона φ (см. формулы справа от рис. 1.2).



Если же эпюра M в данном участке криволинейна (т.к. там действует распределенная нагрузка q), то эпюра Q будет наклонная прямая, а ее величина определяется суммой Q, полученной по прямолинейной эпюре M (при соединении ее концов прямой линией) и величин $\pm \frac{ql}{2}$ по концам (рис.



В этом случае знаки Q по концам участка зависят от знака сумм, приведенных в формулах справа от рис. 1.3.

После построения эпюры поперечных сил Q, по ней определяются значения эпюры продольных сил N способом вырезания узлов.

Часть 1 ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа № 1

РАСЧЕТ РАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ НА ПОСТОЯННУЮ И ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Изучить аналитические методы расчета разрезных балок (многопролетных статически определимых шарнирных балок) на действие постоянной и подвижной нагрузок. Приобрести практические навыки определения усилий, построения эпюр и линий влияния усилий статически определимых систем.

Разрезная (статически определимая многопролетная) балка является многодисковой системой. Для определения опорных реакций и реакций в междисковых связях рекомендуется провести кинематический анализ и использовать «этажную» схему (или способ совместных сечений).

Для построения линий влияния следует вычертить схему балки еще раз без нагрузок. Линии влияния строятся в два этапа. На первом этапе строится линия влияния искомого усилия в пределах той отдельной балки, к которой относится исследуемое сечение (или опора). На втором этапе линия влияния достраивается (продолжаются) с учетом взаимодействия отдельных балок.

порядок выполнения

- 1. Провести кинематический анализ балки (стр. 10-11), выбранной согласно шифру.
- 2. Используя этажную схему (или способ совместных сечений) построить эпюры внутренних усилий M и Q.
- 3. Построить линии влияния трех произвольно выбранных опорных реакций и линии влияния момента и поперечной силы в точке "К", расположенной в середине участка. При построении линий влияния этих усилий воспользоваться *Прилож*. *1-3* на стр. 41-42.
- 4. Пользуясь построенными линиями влияния, определить величину трех реакций, момент и поперечную силу в точке "К" и сравнить их со значениями, полученными аналитическим расчетом.

На стр. 18-22 дается пример решения КР №1.

Контрольная работа № 2

РАСЧЕТ ФЕРМЫ НА ПОСТОЯННУЮ И ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Изучить аналитические методы расчета

статически определимых ферм на действие постоянной и подвижной нагрузок. Приобрести практические навыки определения усилий фермы и построения их линий влияния.

Для расчета статически определимых ферм рекомендуется использовать два способа: способ вырезания узлов и способ сечений.

порядок выполнения

- 1. Провести кинематический анализ и определить опорные реакции фермы (стр. 12-13), выбранной согласно шифру.
- 2. Способом вырезания узлов определить усилия в стержнях средней панели фермы.
- 3. Способом сквозных сечений определить усилий в стержнях средней панели и сравнить их с результатами способа вырезания узлов.
 - 4. Построить линии влияния усилий в стержнях средней панели.
- 5. Пользуясь линиями влияния определить усилия в стержнях средней панели и сравнить их с полученными при аналитическом расчете.

На стр. 22-26 дается пример решения КР №2.

Контрольная работа № 3

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Изучить метод сил применительно к расчету плоских статически неопределимых рам. Приобрести практические навыки расчета статически неопределимых рам.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

- 1. Провести кинематический анализ и подсчитать степень статической неопределимости рамы (стр. 14-15), выбранной согласно шифру.
- 2. Рассмотреть два-три варианта основной системы и выбрать из них наиболее рациональную для дальнейшего расчета.
- 3. Записать систему канонических уравнений. и в каждом состоянии построить эпюру моментов.
 - 4. Рассмотреть единичные и грузовое состояния основной системы.
- 5. Построить эпюры изгибающих моментов в рассмотренных состояниях.
- 6. Определить все коэффициенты системы канонических уравнений. При вычислении интегралов Мора воспользоваться *Прилож*. 4 на стр. 43. Сделать проверку правильности подсчета коэффициентов.
- 7. Решить систему канонических уравнений и определить неизвестные метода сил.
 - 8. Построить эпюры M, Q, N.
 - 9. Проверить правильность расчета.

Примечание. Изгибную жесткость стержней принять равными ЕІ. На стр. 27-32 дается пример решения КР №3.

Контрольная работа № 4

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Изучить метод перемещений применительно к расчету плоских рам. Приобрести практические навыки расчета рам методом перемещений при учете только изгибных деформаций.

порядок выполнения

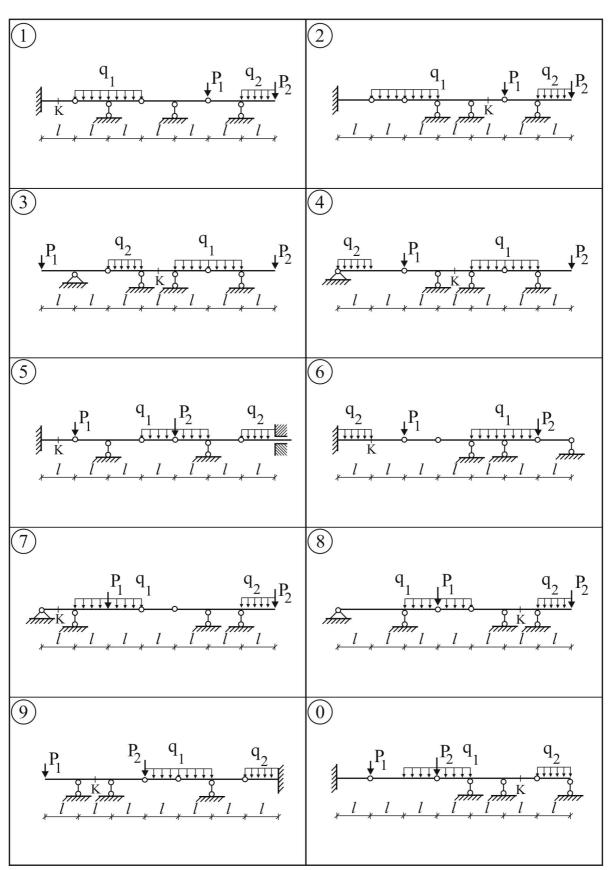
- 1. Провести кинематический анализ и подсчитать степень кинематической неопределимости рамы (стр. 16-17), выбранной согласно шифру.
- 2. Выбрать основную систему при учете только изгиба стержней рамы.
 - 3. Записать систему канонических уравнений.
 - 4. Рассмотреть единичные и грузовое состояния основной системы.
- 5. Построить эпюры изгибающих моментов в рассмотренных состояниях, пользуясь таблицей метода перемещений (*Прилож*. 5 на стр. 44).
- 6. Определить коэффициенты системы канонических уравнений статическим способом.
- 7. Решить систему канонических уравнений и определить неизвестные перемещения.
 - 8. Построить эпюры M, Q, N.
 - 9. Проверить правильность расчета.

Примечание. Изгибную жесткость всех стержней принять равными ЕІ.

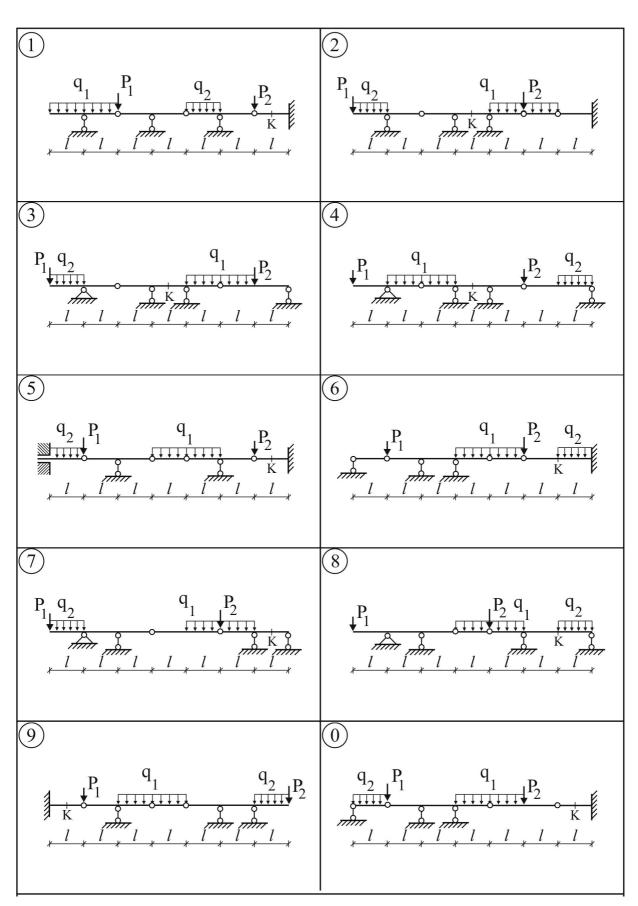
На стр. 33-37 дается пример решения КР №4.

Схемы к контрольной работе N = 1

Четные схемы

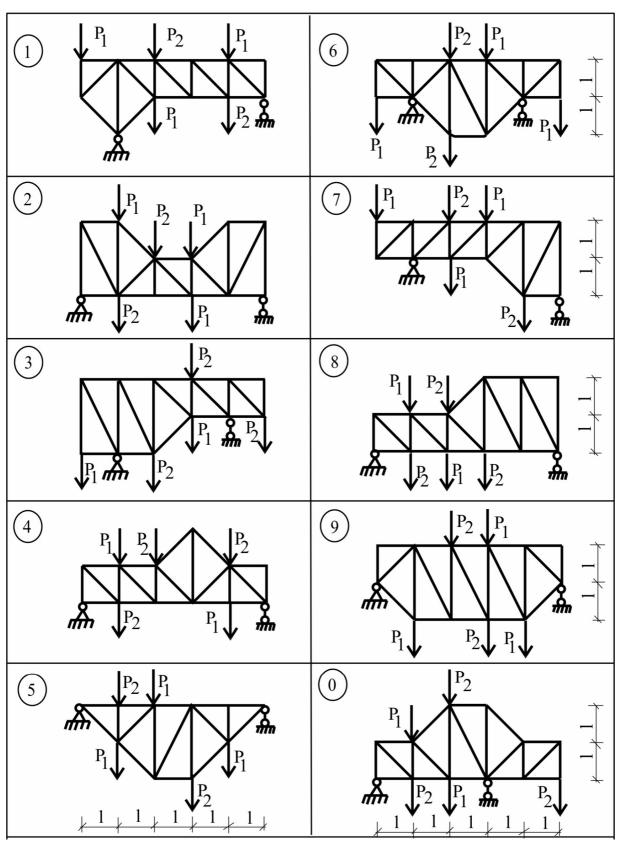


Нечетные схемы

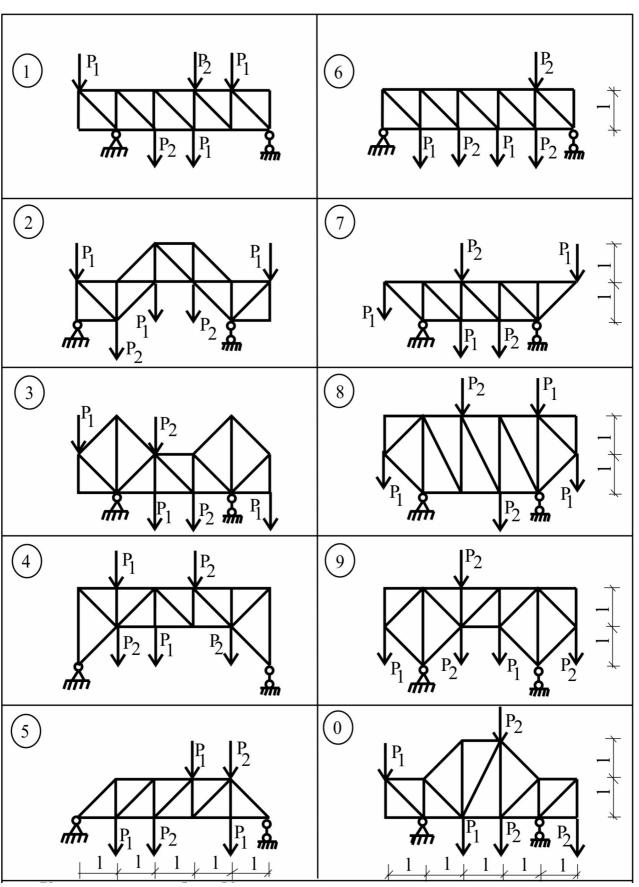


Схемы к контрольной работе №2

Четные схемы

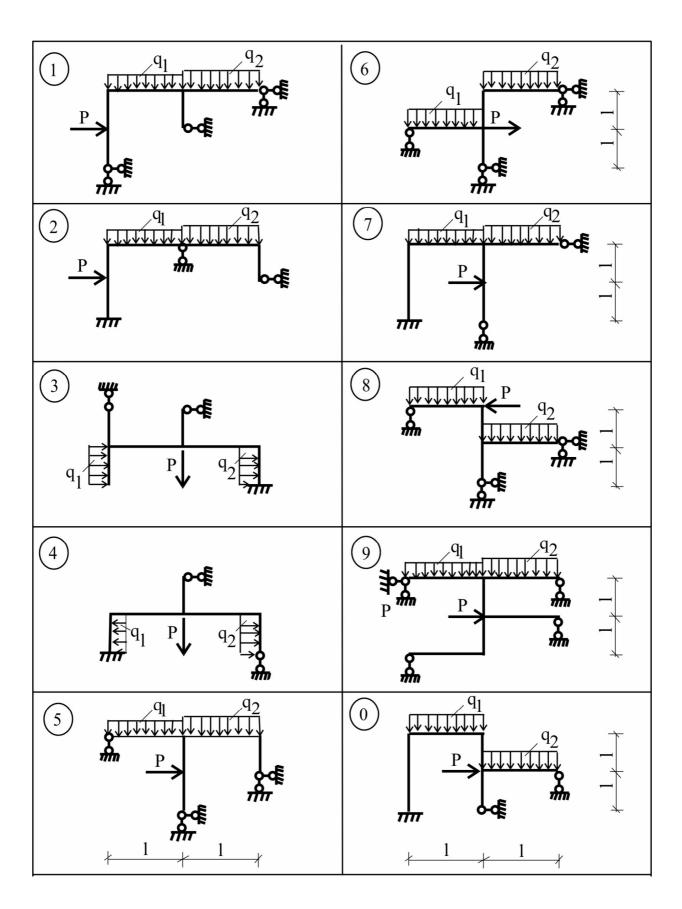


Нечетные схемы

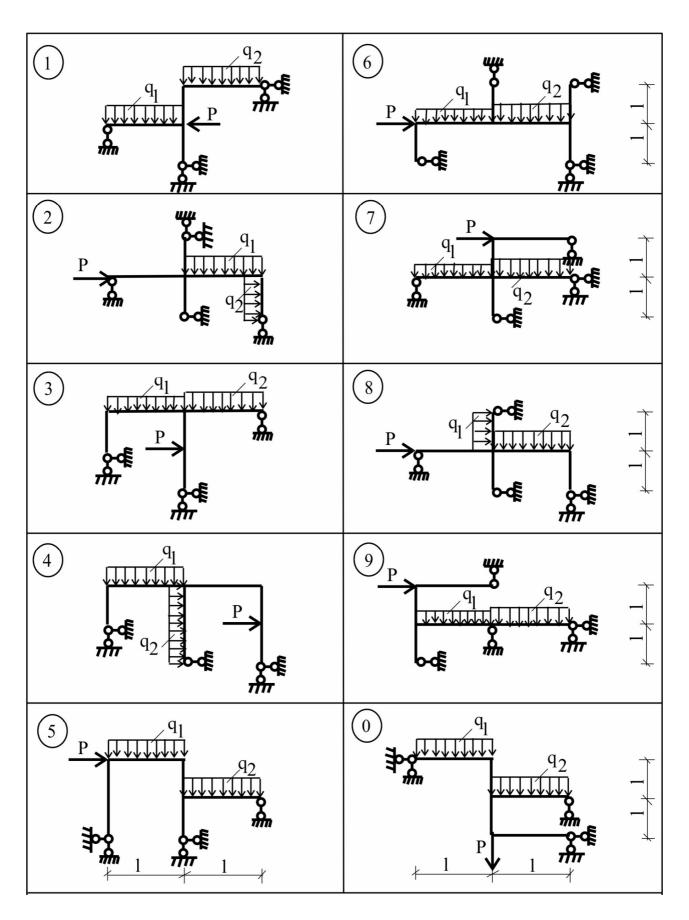


Схемы к контрольной работе №3

Четные схемы

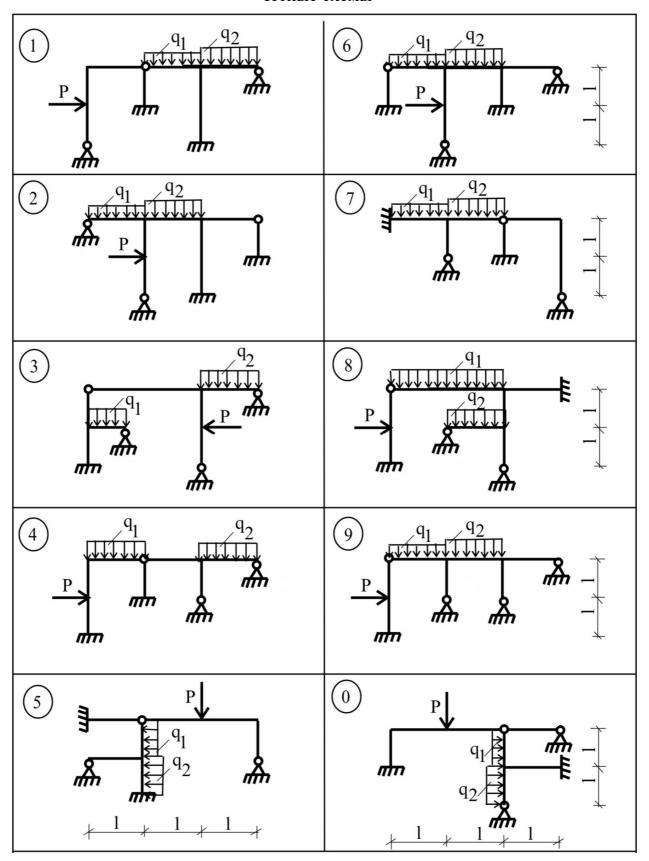


Нечетные схемы

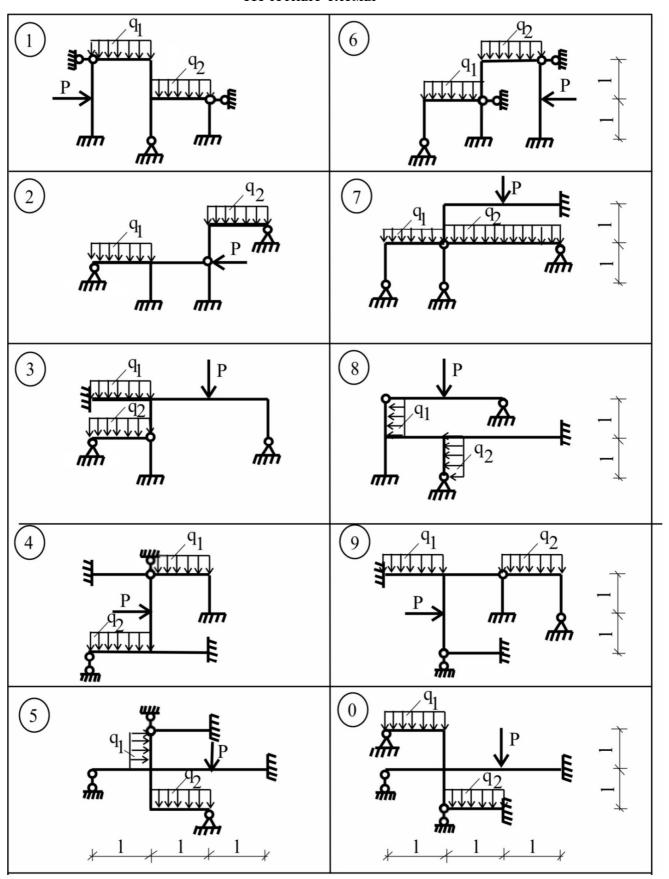


Схемы к контрольной работе №4

Четные схемы



Нечетные схемы



Часть 2

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа №1

РАСЧЕТ РАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ НА ПОСТОЯННУЮ И ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКИ

<u>Задача.</u> Провести расчет балки (рис. 2.1 а) на постоянную и подвижную нагрузки при следующих данных: l_1 =4 м, l_2 =6 м, q_1 =2 кH/м, q_2 =3 кH/м, P=5 кH.

Решение.

1. Кинематический анализ.

Для этого определим дисковой аналог (рис. 2.1 б) заданной балки, где число дисков $n_{\mathcal{D}}=4$, число шарниров $n_{\mathcal{U}}=3$, число стержней $n_{\mathcal{C}}=0$, число опорных связей $n_{\mathcal{C}_0}=6$. Тогда по основной формуле кинематического анализа получаем число степеней свободы балки:

$$W = 3n_{II} - 2n_{II} - n_{C} - n_{C_0} = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 0 - 6 = 0$$
.

Так как балка образована последовательным присоединением дисков к левой консольной (жестко защемленной) балке способом триады и W=0, то она геометрически неизменяемая система (ГНС).

2. Построение этажной схемы и эпюр внутренних усилий.

Для построения этажной схемы выясняем, что две части (I и III части) балки (рис. 2.1 б) могут самостоятельно нести себя и приложенную к ним внешнюю нагрузку. Поэтому располагаем их на нижнем этаже — они будут главными балками. Затем к ним подвешиваем те части, которые самостоятельно существовать не могут (II и IV части) — они будут второстепенными (подвесными) балками. Их рисуем немного выше — на втором этаже. В результате этого получаем этажную схему (рис. 2.1 в).

Теперь построим эпюры внутренних усилий.

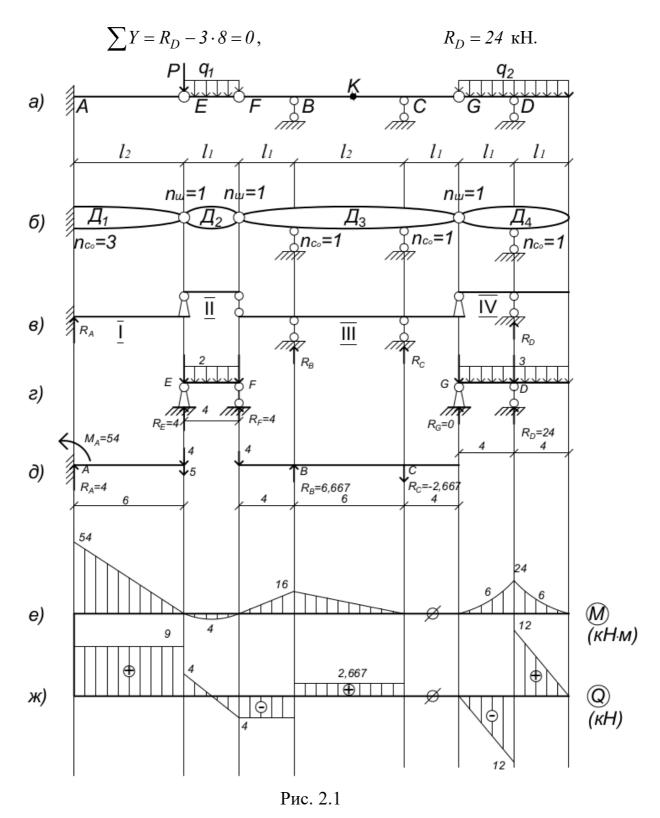
Расчет начнем с верхних этажей – балок II и IV (рис. 2.1 г).

Балка II:

$$\sum M_E = R_F \cdot 4 - 2 \cdot \frac{4^2}{2} = 0$$
, $R_F = 4$ kH;
 $\sum Y = R_E - 2 \cdot 4 + 4 = 0$, $R_E = 4$ kH.

Балка IV:

$$\sum M_D = -R_G \cdot 4 + 3 \cdot \frac{4^2}{2} - 3 \cdot \frac{4^2}{2} = 0, \qquad R_G = 0 \text{ kH};$$



Для расчета нижних балок к ним надо приложить дополнительные нагрузки от воздействия верхних этажей (в данном случае реакций R_E и R_F , направив их в обратною сторону), а $R_D=0$ — см. рис. 2.1 д. Тогда: для балки I:

$$\sum Y = R_A - 4 - 5 = 0$$
, $R_A = 9$ kH; $M_A = 9 \cdot 6 = 54$ kH·m.

для балки III:

После этого на каждой балке отметим приложенные силы и найденные усилия и построим эпюры M и Q, пользуясь правилом знаков, описанным во введении. Затем эти эпюры объединим в общие эпюры M и Q (рис. 2.1 е, ж). Эпюру N не строим, т.к. горизонтальных сил нет, все горизонтальные реакции равны нулю, и поэтому она нулевая.

3. Построение линий влияния.

Вначале построим линии влияния опорных реакций. Для этого воспользуемся готовыми решениями (см. *Приложения 1-3*, стр. 41-42).

Линия влияния R_A (2.2 в) для реакции, расположенной на консольной балке I (рис. 2.1 е) получается по схеме *е Прилож. 3* (стр. 42) в виде прямоугольника с ординатой, равной 1. Затем эту линию продолжаем в область балки II с учетом работы балки по этажной схеме.

Линия влияния R_B (рис. 2.2. г) вначале строится только в пределах балки III, используя схему б *Прилож*. I (стр. 41). Затем она продолжается в левую и правую сторону от балки III с учетом расположения соседних балок I и IV в этажной схеме.

Линии влияния R_C и R_D строятся аналогично (рис. 2.2 д, e).

Теперь построим линии влияния момента M_K (рис. 2.2 з) и линию влияния поперечной силы Q_K (рис. 2.2 и) в заданном сечении K (расположенной в середине пролета BC). Для этого рассмотрим два возможных случая воздействия силы P=I на балку III (рис. 2.2 ж):

1) Сила P=I слева от сечения K.

Рассмотрим равновесие правой части балки:

$$\sum M_K^{np} = -M_K + R_C \cdot 3 = 0 , \qquad \qquad \text{ЛВ} \, M_K = 3 \, \text{ЛВ} \, R_C ;$$

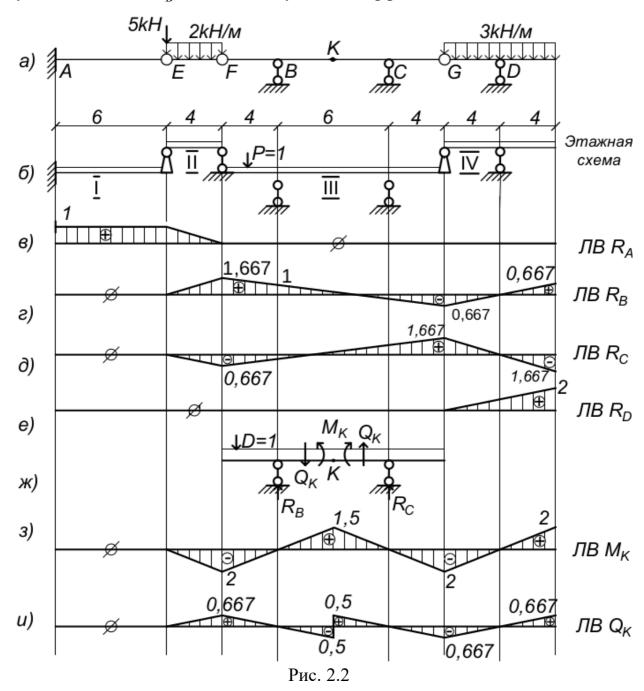
$$\sum y^{np} = Q_K + R_C = 0 , \qquad \qquad \text{ЛВ} \, Q_K = -\text{ЛВ} \, R_C .$$

Эти формулы определяют левые прямые ΠBM_K и ΠBQ_K . Их строим умножением ΠBR_C на коэффициенты, вошедшие в формулы.

2) Сила P=1 справа от сечения K.

Рассмотрим равновесие левой части балки:

Эти формулы определяют правые прямые ЛВ M_K и ЛВ Q_K . Их получаем умножением ЛВ R_R на соответствующие коэффициенты.



Окончательный вид ЛВ M_K и ЛВ Q_K получаем совместив их левые и правые прямые в отдельные линии влияния (рис. 2.2 з, и).

 $\mathrm{JB}M_K$ и $\mathrm{JB}Q_K$ можно построить и по-другому. Для этого вначале рассмотрим балку III и используем для нее готовые линии влияния M и Q по схемам ∂ и ε Приложения I (стр. 41). Затем эти линии влияния продолжаем влево и вправо от балки III с учетом работы всей балки по этажной схеме. В итоге получим те же линии влияния (рис. 2.2 з, и).

4. Определение усилий по линиям влияния.

Любые внутренние усилия при воздействии сосредоточенных сил и распределенных нагрузок определяются по общей формуле

$$S = \sum_{i} P_i y_i + \sum_{j} q_j \omega_j ,$$

где $P_i,\ q_j$ — сосредоточенные силы и распределенные нагрузки, y_i — соответствующие ординаты в точках приложения сосредоточенных сил, ω_j — площади линий влияния в пределах участка с действующими распределенными нагрузками. Тогда

$$\begin{split} R_A &= 5 \cdot l + 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot l = 9 \text{ кH}; \\ R_B &= 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot l,667 + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot (-0,667) + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot 0,667 = 6,667 \text{ кH}; \\ R_C &= 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot (-0,667) + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot l,667 + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot (-1,667) = -2,667 \text{ кH}; \\ R_D &= 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 24 \text{ кH}; \\ M_K &= 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot 2 \cdot (-2) + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot (-2) + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot 2 = -8 \text{ kH}; \\ Q_K &= 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot 0,667 + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot (-0,667) + 3 \cdot \frac{l}{2} \cdot 4 \cdot 0,667 = 2,667 \text{ kH}. \end{split}$$

Эти значения совпадают с найденными аналитически (рис. 2.1 д, е, ж).

Контрольная работа №2

РАСЧЕТ ФЕРМ НА ПОСТОЯННУЮ И ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКИ

<u>Задача.</u> Провести расчет фермы (рис. 2.3 а) на постоянную и подвижную нагрузку при следующих данных: l=4 м, $P_1=3$ кH, $P_2=7$ кH.

Решение.

1. Кинематический анализ.

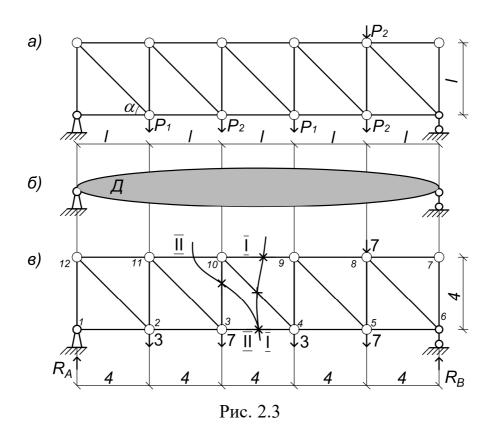
а) Количественный анализ:

$$W = 2n_{y} - n_{C} - n_{C_0} = 2 \cdot 12 - 21 - 3 = 0,$$

где N_{V} — число узлов, N_{C} — число стержней, $n_{C_{0}}$ — число опорных связей.

Если связи фермы расставлены верно, то при W=0 она должна быть геометрически неизменяемой и статически определимой. Проверим это с

помощью качественного анализа.



б) Качественный анализ.

Данная система — ферма с треугольной решеткой, поэтому ее внутренняя часть геометрически неизменяема и является диском (рис. 2.3 б). Этот диск соединен к земле способом триады — тремя опорными связями. Поэтому ферма является и внешне геометрически неизменяемой системой.

2. Определение усилий способом вырезания узлов.

Вначале определим опорные реакции.

По рис. 2.3 в получаем:

$$\begin{split} &\sum X = H_A = 0\,; \\ &\sum M_A = R_B \cdot 20 - 3 \cdot 4 - 7 \cdot 8 - 3 \cdot 12 - 7 \cdot 16 \cdot 2 = 0\,, \\ &\sum Y = R_A - 3 - 7 - 3 - 7 - 7 + 16\,, 4 = 0\,, \end{split} \qquad R_B = 16\,, 4 \text{ kH}; \\ &\sum Y = R_A - 3 - 7 - 3 - 7 - 7 + 16\,, 4 = 0\,, \end{split} \qquad R_A = 10\,, 6 \text{ kH}.$$

Пользуясь способом вырезания узлов, определим усилия в стержнях левой половины фермы.

Имеем (рис. 2.3 a): $\alpha = 45^{\circ}$, $\sin \alpha = \cos \alpha = 0.707$.

$$\sum_{10,6} N_{1-12} \qquad \sum_{10,6} X = N_{I-2} = 0$$

$$\sum_{10,6} Y = N_{I-12} + 10,6 = 0, \qquad N_{I-12} = -10,6 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} Y = -N_{2-12} \cdot 0,707 + 10,6 = 0, \qquad N_{2-12} = 14,991 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} N_{2-12} \qquad \sum_{10,6} X = N_{II-I2} + N_{2-I2} \cdot 0,707 = 0, \qquad N_{II-I2} = -10,6 \text{ kH}.$$

Так как усилие $N_{I-12} = -10.6$ отрицательно, далее прикладывается к следующему узлу 2 как сжимающая сила:

$$\sum_{10,6} X = N_{2-3} + 10,6 - 14,991 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{2-3} = 10,6 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} X = N_{2-3} + 10,6 - 14,991 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{2-11} = -7,6 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{2-11} - 3 + 14,991 \cdot 0,707 + 7,6 = 0, \quad N_{3-11} = 10,748 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} X = N_{10-11} + 10,748 \cdot 0,707 + 10,6 = 0, \quad N_{10-11} = -18,2 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{3-10} - 7 + 10,748 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{3-4} = 18,2 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} X = N_{3-10} - 7 + 10,748 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{3-10} = -0,6 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{3-10} - 7 + 10,748 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{3-10} = -0,6 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{3-10} - 7 + 10,748 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{3-10} = -0,6 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{3-10} - 10,707 + 10,6 = 0, \quad N_{4-10} = 0,849 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,707 + 10,6 = 0, \quad N_{4-10} = 0,849 \text{ kH};$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,707 + 10,6 = 0, \quad N_{4-10} = -18,8 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,849 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{4-10} = -18,8 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,849 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{4-10} = -18,8 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,849 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{4-10} = -18,8 \text{ kH}.$$

$$\sum_{10,6} X = N_{4-10} - 10,849 \cdot 0,707 = 0, \quad N_{4-10} = -18,8 \text{ kH}.$$

Результаты расчета занесем в таблицу усилий:

Стержень	1-2	2-3	3-4	11-12	10-11	9-10	1-12
Усилие	0	10,6	18,2	-10,6	-18,2	-18,8	-10,6

Стержень	2-11	3-10	2-12	3-11	4-10	4-9
Усилие	-7,6	-0,6	14,991	10,748	0,849	2,4

3. Определение усилий способом сквозных сечений.

Способом сквозных сечений проверим правильность определенных выше усилий (в стержнях средней панели).

Проведем сечение I – I (рис. 2.3 в) и получим:

$$\begin{split} M_4^{np} &= N_{9-10} \cdot 4 - 7 \cdot 4 - 7 \cdot 4 + 16, 4 \cdot 8 = 0 \;, & N_{9-10} &= -18, 8 \; \text{ kH}; \\ M_{10}^{np} &= -N_{3-4} \cdot 4 - 3 \cdot 4 - 7 \cdot 8 - 7 \cdot 8 + 16, 4 \cdot 12 = 0 \;, & N_{3-4} &= 18, 2 \; \text{ kH}; \\ Y^{\text{ne6}} &= -N_{4-10} \cdot 0,707 + 10, 6 - 3 - 7 = 0 \;, & N_{4-10} &= 0,849 \; \text{ kH}. \end{split}$$

Проведем сечение II – II и получим

$$Y^{\text{neg}} = N_{3-10} + 10,6 - 3 - 7 = 0,$$
 $N_{3-10} = 0,6$ kH.

Полученные значения совпадают с найденными способом вырезания узлов (см. таблицу усилий, полученную выше).

4. Построение линий влияния.

Построим линии влияния усилий в стержнях средней панели фермы.

Линии влияния опорных реакций R_A и R_B (рис. 2.4 б, в) строим, пользуясь *Приложением I* (рис. 2.20 б,в на стр. 41).

Для построения линий влияния остальных усилий воспользуемся сечением I-I (рис. 2.4 a).

1) Сила P=1 слева от сечения.

В этом случае рассмотрим равновесие правой отсеченной части фермы и получим уравнения левых прямых:

$$\begin{split} M_4^{np} &= N_{9-10} \cdot 4 + R_B \cdot 8 = 0 \;, & \text{JIB } N_{9-10} &= -2 \cdot \text{JIB } R_B \;; \\ M_{10}^{np} &= -N_{3-4} \cdot 4 + R_B \cdot 12 = 0 \;, & \text{JIB } N_{3-4} &= 3 \cdot \text{JIB } R_B \;; \\ Y^{np} &= N_{4-10} \cdot 0{,}707 + R_B &= 0 \;, & \text{JIB } N_{4-10} &= -1{,}41 \cdot \text{JIB } R_B \;. \end{split}$$

2) Сила P=1 справа от сечения.

В этом случае из условий равновесия левой части получим уравнения правых прямых:

$$\begin{split} M_4^{\textit{nee}} &= -N_{9-10} \cdot 4 - R_A \cdot 12 = 0 \;, \\ M_{10}^{\textit{nee}} &= N_{3-4} \cdot 4 - R_A \cdot 8 = 0 \;, \\ Y^{\textit{nee}} &= -N_{4-10} \cdot 0,707 + R_A = 0 \;, \end{split} \qquad \begin{array}{l} \text{JIB } N_{9-10} = -3 \cdot \text{JIB } R_A \;; \\ \text{JIB } N_{3-4} &= 2 \cdot \text{JIB } R_A \;; \\ \text{JIB } N_{4-10} &= 1,41 \cdot \text{JIB } R_A \;. \end{array}$$

По полученным формулам строим левые и правые прямые, затем переходные прямые линий влияния N_{9-10} , N_{3-4} и N_{4-10} (рис. 2.4 г, д, е).

Теперь проведем сечение II – II.

1) Сила P=I левее сечения:

$$\sum Y^{np} = -N_{3-10} + R_B = 0$$
, $\int B N_{3-10} = \int B R_B$.

2) Сила P=1 правее сечения:

$$\sum Y^{nee} = N_{3-10} + R_A = 0$$
, $\text{JIB } N_{3-10} = -\text{JIB } R_A$.

По этим формулам строим линию влияния N_{3-10} (рис. 2.4 ж).

Проведем сечение III – III.

1) Сила *P*=*I* левее сечения:

$$\sum Y^{np} = -N_{4-9} + R_B = 0 \,, \qquad \qquad \text{JIB } N_{4-9} = \text{JIB } R_B \,.$$

2) Сила P=I правее сечения:

По этим формулам строим линию влияния N_{4-9} (рис. 2.4 з).

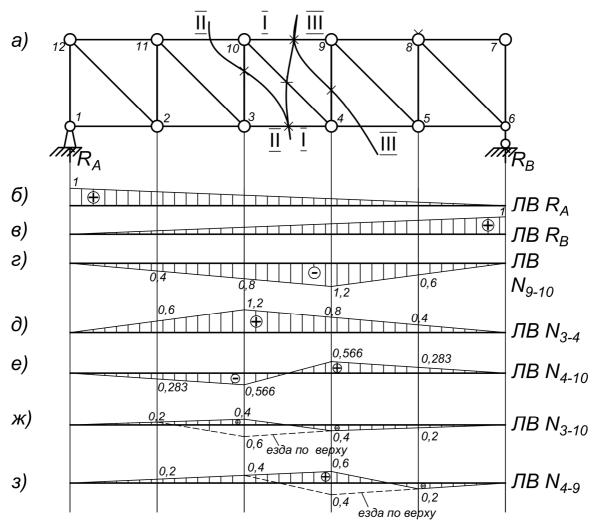


Рис. 2.4

5. Определение усилий по линиям влияния.

Пользуясь линиями влияния, определим усилия в стержнях средней панели по формуле

$$S = \sum_{i} P_{i} y_{i}:$$

$$N_{9-10} = -0.4 \cdot 3 - 0.8 \cdot 7 - 1.2 \cdot 3 - 0.6 \cdot 7 - 0.6 \cdot 7 = -18.8 \text{ kH};$$

$$N_{3-4} = 0.6 \cdot 3 + 1.2 \cdot 7 + 0.8 \cdot 3 + 0.4 \cdot 7 + 0.4 \cdot 7 = 18.2 \text{ kH};$$

$$N_{4-10} = -0.283 \cdot 3 - 0.566 \cdot 7 + 0.566 \cdot 3 + 0.283 \cdot 7 + 0.283 \cdot 7 = 0.849 \text{ kH};$$

$$N_{3-10} = 0.2 \cdot 3 + 0.4 \cdot 7 - 0.4 \cdot 3 - 0.2 \cdot 7 - 0.2 \cdot 7 = -0.6 \text{ kH};$$

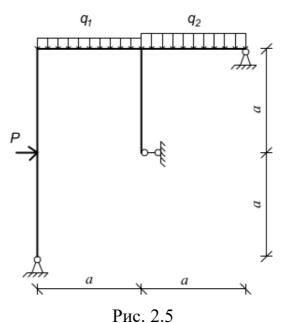
$$N_{4-9} = 0.2 \cdot 3 + 0.4 \cdot 7 + 0.6 \cdot 3 - 0.2 \cdot 7 - 0.2 \cdot 7 = 2.4 \text{ kH}.$$

Полученные значения совпадают с найденными аналитическим путем.

Контрольная работа №3

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

<u>Задача.</u> Провести расчет статически неопределимой рамы (рис. 2.5) при следующих данных: $a=3\,$ м, $q_1=2\,$ кH/м, $q_2=4\,$ кH/м, $P=3\,$ кH, EI=const.



Решение.

1. Определение числа неизвестных.

$$n = -W = 2n_{III} + n_C + n_{C_0} - 3n_{II} = 2 \cdot 0 + 0 + 5 - 3 \cdot 1 = 2$$

– рама дважды статически неопределима.

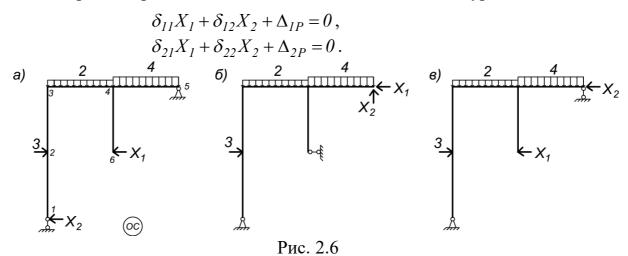
2. Выбор основной системы.

В данной расчетной схеме рамы оказались две «лишние» связи. Рассмотрим несколько вариантов их удаления (рис. 2.6), из которых для

дальнейшего расчета выберем вариант a) как наиболее простой.

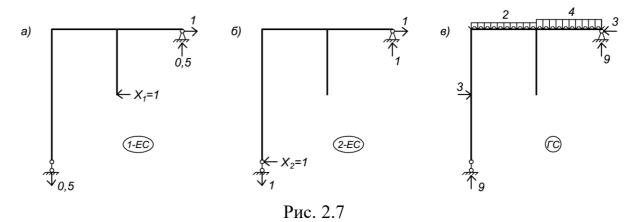
3. Запись канонических уравнений.

Для расчета рамы необходима система канонических уравнений:



4. Рассмотрение единичных и грузового состояний.

Рассмотрим два единичных и одно грузовое состояния основной системы и определим их опорные реакции (рис. 2.7 *а-в*):



5. Построение эпюр моментов в состояниях.

В рассмотренных выше трех состояниях построим эпюры изгибающих моментов (рис. 2.8):

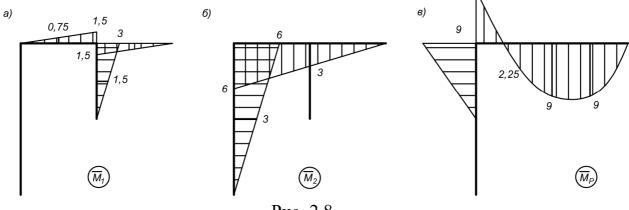


Рис. 2.8

Для последующих расчетов понадобится суммарная единичная эпюра (рис. 2.9), получаемая суммой двух единичных эпюр по формуле $\overline{M}_s = \overline{M}_1 + \overline{M}_2$:

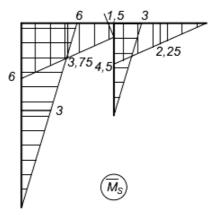


Рис. 2.9

6. Определение коэффициентов системы канонических уравнений Они вычисляются по формулам:

$$\delta_{ij} = \sum \int \frac{\overline{M}_i \cdot \overline{M}_j}{EI} dx, \quad \Delta_{iP} = \sum \int \frac{\overline{M}_i \cdot M_P}{EI} dx.$$

При этом интегрирование произведений эпюр в отдельных участках проводим по формуле Симпсона (см. Приложение 4, стр. 43):

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (4 \cdot 0.75^2 + 1.5^2) \cdot 2 + \frac{3}{6} (3^2 + 4 \cdot 1.5^2) \right] = \frac{13.5}{EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (-4 \cdot 0.75 \cdot 4.5 - 1.5 \cdot 3) + \frac{3}{6} (1.5 \cdot 3 + 4 \cdot 0.75 \cdot 1.5) \right] = -\frac{4.5}{EI};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\overline{M}_2 \cdot \overline{M}_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{6}{6} (4 \cdot 3^2 + 6^2) + \frac{6}{6} (6^2 + 4 \cdot 3^2) \right] = \frac{144}{EI};$$

$$\Delta_{IP} = \sum \int \frac{\overline{M}_{I} \cdot M_{P}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (-4 \cdot 0.75 \cdot 2.25 - 1.5 \cdot 9) + \frac{3}{6} (1.5 \cdot 9 + 4 \cdot 0.75 \cdot 9) \right] = \frac{10.125}{EI};$$

$$\Delta_{2P} = \sum \int \frac{\overline{M}_{2} \cdot M_{P}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (-4 \cdot 4.5^{2} - 6 \cdot 9) + \frac{3}{6} (3 \cdot 9 + 4 \cdot 1.5 \cdot 9) \right] = -\frac{20.25}{EI}.$$

Проверим правильность подсчета коэффициентов:

а) универсальная проверка

$$\delta_{ss} = \sum \int \frac{\overline{M}_{s} \cdot \overline{M}_{s}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{6}{6} (4 \cdot 3^{2} + 6^{2}) + \frac{3}{6} (6^{2} + 4 \cdot 4, 5^{2} + 1, 5^{2}) + \frac{3}{6} (4, 5^{2} + 4 \cdot 2, 25^{2}) + \frac{3}{6} (3^{2} + 4 \cdot 1, 5^{2}) \right] = \frac{148, 5}{EI};$$

$$\sum \delta_{ij} = \delta_{II} + 2\delta_{I2} + \delta_{22} = \frac{13, 5}{EI} + 2 \cdot (-\frac{4, 5}{EI}) + \frac{144}{EI} = \frac{148, 5}{EI}.$$

Два результата равны, значит коэффициенты δ_{ij} вычислены верно.

б) постолбцовая проверка

$$\Delta_{sP} = \sum \int \frac{\overline{M}_{s} \cdot M_{P}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (-4 \cdot 4, 5^{2} - 6 \cdot 9) + \frac{3}{6} (-6 \cdot 9 + 4 \cdot 4, 5 \cdot 2, 25 + 1, 5 \cdot 9) + \frac{3}{6} (4, 5 \cdot 9 + 4 \cdot 2, 25 \cdot 9) \right] = -\frac{10, 125}{EI};$$

$$\sum \Delta_{iP} = \Delta_{IP} + \Delta_{2P} = \frac{10, 125}{EI} - \frac{20, 25}{EI} = -\frac{10, 125}{EI}.$$

Два результата равны, значит коэффициенты Δ_{iP} вычислены верно.

7. Определение неизвестных.

Подставим вычисленные коэффициенты в систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} 13,5X_1 - 4,5X_2 + 10,125 = 0, \\ -4,5X_1 + 144X_2 - 20,25 = 0 \end{cases}$$

и решим ее. Получаем

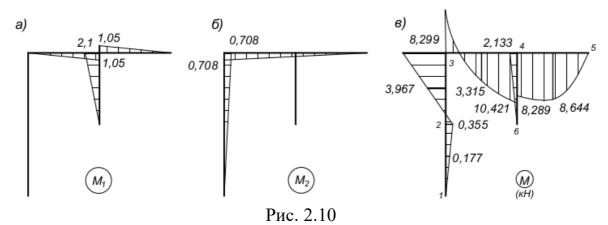
$$X_1 = -0.701$$
 (кH), $X_2 = 0.118$ (кH).

8. Построение эпюр M, Q, N.

Эпюру строим по формуле

$$M = \overline{M}_1 X_1 + \overline{M}_2 X_2 + M_P.$$

Для этого вначале умножим единичные эпюры \overline{M}_1 и \overline{M}_2 на найденные числа X_1 и X_2 и построим исправленные эпюры M_1 и M_2 (рис. 2.10 a, δ). Затем сложим три эпюры M_1 , M_2 и M_P . Тогда получаем окончательную эпюру изгибающих моментов M (рис. 2.10 ϵ).



Проверим правильность полученной эпюры M двумя способами:

а) Статическая проверка.

Для этого вырежем характерные узлы рамы:

$$\sum_{8,289} M_3 = 8,289 - \bigvee_{40,421} \bigvee_{8,289} \sum_{8,289} M_4 = 8,289 + \bigvee_{40,421} \bigvee_{2,132} + 2,132 - 10,421 = 0$$

б) Кинематическая проверка:

$$\sum \int \frac{M \cdot \overline{M}_s}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (4 \cdot 0, 177 \cdot 1, 5 + 0, 355 \cdot 3) + \frac{3}{6} (0, 355 \cdot 3 - 4 \cdot 3, 967 \cdot 4, 5 - 8, 289 \cdot 6) + \frac{3}{6} (-8, 289 \cdot 6 + 4 \cdot 3, 316 \cdot 4, 5 + 10, 421 \cdot 1, 5) + \frac{3}{6} (8, 289 \cdot 4, 5 + 4 \cdot 8, 645 \cdot 2, 25) + \frac{3}{6} (-2, 132 \cdot 3 - 4 \cdot 1, 066 \cdot 1, 5) \right] = \frac{79, 226 - 79, 224}{EI} = \frac{0,002}{EI}.$$

Относительная погрешность расчета:

$$\varepsilon = \frac{0,002}{79,226} \cdot 100 = 0,003\%.$$

По эпюре M, способом, поясненным во Введении (см. стр. 6), получим значения поперечных сил в отдельных участках или точках:

$$Q_{l-2} = \frac{0.355 - 0}{3} = 0.119 \text{ kH};$$

$$Q_{2-3} = -\frac{8,289 + 0,355}{3} = -2,881 \text{ кH};$$

$$Q_{3-4}^{nee} = \frac{10,421 + 8,289}{3} + \frac{2 \cdot 3}{2} = 9,237 \text{ кH};$$

$$Q_{3-4}^{np} = \frac{10,421 + 8,289}{3} - \frac{2 \cdot 3}{2} = 3,237 \text{ кH};$$

$$Q_{4-5}^{nee} = \frac{0 - 8,289}{3} + \frac{4 \cdot 3}{2} = 3,237 \text{ кH};$$

$$Q_{4-5}^{np} = \frac{0 - 8,289}{3} - \frac{4 \cdot 3}{2} = -8,763 \text{ кH};$$

$$Q_{4-6} = -\frac{2,132}{3} = -0,711 \text{ кH}.$$

По этим результатам строим эпюру поперечных сил Q (рис. 2.11 a).

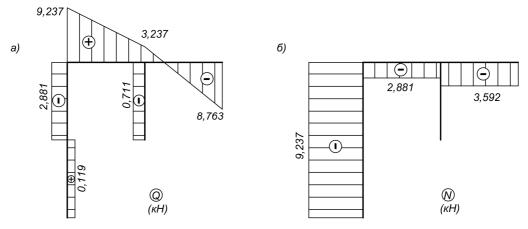


Рис. 2.11

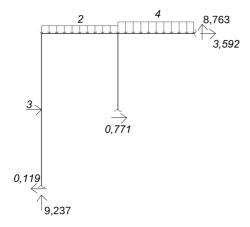
Затем, вырезая узлы рамы, по эпюре Q определим продольные силы:

$$\sum_{9,237} N_{3-4}$$
 $\sum_{9,237} N_{3-4}$ $\sum_{9,237} x = N_{3-4} + 2,881 = 0,$ $\Rightarrow N_{3-4} = -2,881$ кH; $\sum_{N_{1-2}} y = -N_{1-2} - 9,237 = 0,$ $\Rightarrow N_{1-2} = -9,237$ кH. $\sum_{N_{4-5}} x = N_{4-5} + 2,881 + 0,711 = 0,$ $\Rightarrow N_{4-5} = -3,592$ кH; $\sum_{N_{4-6}} y = -N_{4-6} = 0,$ $\Rightarrow N_{4-6} = 0$ кH.

По этим результатам строим эпюру продольных сил N (рис. 2.11 δ).

9. Проверка правильности расчета.

Для этого раму отсечем от опор и рассмотрим ее равновесие (рис. 2.12):



$$\sum x = -0.119 + 3 + 0.711 - 3.592 = 0;$$

$$\sum y = 9.237 - 2 \cdot 3 - 4 \cdot 3 + 8.763 = 0;$$

$$\sum M_4 = -0.119 \cdot 6 - 9.237 \cdot 3 + 3 \cdot 3 +$$

$$+2 \cdot \frac{3^2}{2} - 4 \cdot \frac{3^2}{2} + 8.763 \cdot 3 + 0.711 \cdot 3 =$$

$$= 46.422 - 46.425 = -0.003.$$

Рис. 2.12

Относительная погрешность расчета:

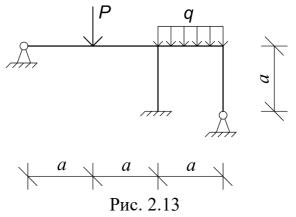
$$\frac{\left|46,422-46,425\right|}{46,422} \cdot 100 = 0,006\% < 1\%.$$

Итак, задача решена правильно.

Контрольная работа №4

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

<u>Задача.</u> Провести расчет статически неопределимой рамы (рис. 2.13) методом перемещений при следующих данных: $a=4\,$ м, $q=3\,$ кH/м, $P=4\,$ кH, EI=const.



Решение.

1. Определение числа неизвестных.

Число неизвестных метода перемещений равна сумме линейных и угловых перемещений и определяется по формуле $n = n_v + n_\pi$.

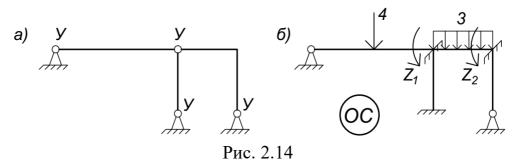
Так как в раме два упругих узла, $n_y = 2$. Для определения $n_{_{\! /\! 1}}$ во все узлы рамы введем шарниры (рис. 2.14 a). Тогда

$$n_{_{\Lambda}} = W = 2n_{_{V}} - n_{_{C}} - n_{_{C_0}} = 2 \cdot 5 - 4 - 6 = 0.$$

Значит, $n = n_v + n_{\pi} = 2 + 0 = 2$ – рама дважды кинематически неопределима.

2. Выбор основной системы.

Основную систему (ОС) получаем введением двух заделок в упругие узлы (рис. 2.14 δ), где Z_1 и Z_2 – угловые перемещения узлов.



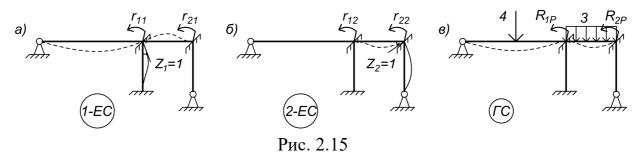
3. Запись канонических уравнений.

Для расчета рамы запишем систему двух уравнений

$$r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1P} = 0$$
;
 $r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2P} = 0$.

4. Рассмотрение единичных и грузового состояний.

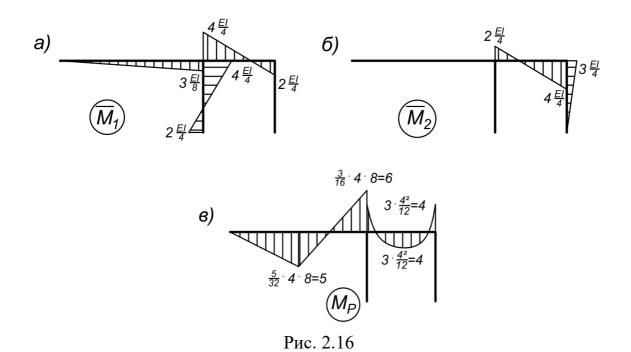
Задавая узлам основной системы метода перемещений единичные перемещения и прикладывая внешнюю нагрузку, рассмотрим два единичных (рис. 2.15~a, δ) и грузовое (рис. 2.15~a) состояния:



В этих состояниях пунктирными линиями определяем примерную картину изгибных деформаций отдельных стержней и устанавливаем физический смысл коэффициентов канонических уравнений (где коэффициент r_{ij} — реактивное усилие в i-ом направлении j-ого единичного состояния, R_{iP} — реактивное усилие в i-ом направлении грузового состояния).

5. Построение эпюр моментов в состояниях.

Используя таблицу метода перемещений (см. *Приложение* 5, стр. 44), во всех трех состояниях строим эпюры изгибающих моментов. Единичные эпюры представлены на рис. $2.16 \ a$, δ , грузовая эпюра — на рис. $2.16 \ a$.



6. Определение коэффициентов канонических уравнений.

Коэффициенты системы канонических уравнений определяем статическим методом, составляя уравнения равновесия вырезанных узлов рамы:

$$\sum_{0,375EI} M = r_{II} - EI - EI - 0,375EI = 0, \Rightarrow r_{II} = 2,375EI;$$

$$\sum_{0,5EI} M = r_{I2} - 0,5EI = 0, \Rightarrow r_{I2} = r_{21} = 0,5EI;$$

$$\sum_{0,5EI} M = R_{IP} + 6 - 4 = 0, \Rightarrow R_{IP} = -2;$$

$$\sum_{0,75EI} M = r_{22} - EI - 0,75EI = 0, \Rightarrow r_{22} = 1,75EI;$$

$$4 \int \frac{R_{2P}}{R_{2P}} = -4.$$

7. Определение неизвестных.

Найденные коэффициенты подставляем в систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} 2,375EI\ Z_1+0,5EI\ Z_2-2=0,\\ 0,5EI\ Z_1+1,75EI\ Z_2-4=0. \end{cases}$$

После ее решения получаем

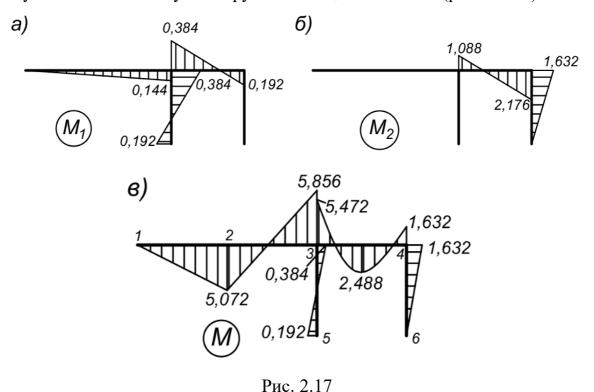
$$Z_1 = \frac{0.384}{EI}, \qquad Z_2 = \frac{2.176}{EI}.$$

8. Построение эпюр усилий M, Q, N.

Для построения эпюры изгибающих моментов используем формулу

$$M = \overline{M}_{1}Z_{1} + \overline{M}_{2}Z_{2} + M_{P} = M_{1} + M_{2} + M_{P}.$$

Для этого умножим единичные эпюры на числа Z_1 и Z_2 и получим исправленные эпюры (рис. 2.17 a, δ). Сложив их с грузовой эпюрой M_P , получаем окончательную эпюру изгибающих моментов (рис. 2.17 ϵ).



Вырезая узлы рамы, проведем статическую проверку эпюры M:

$$\sum_{5,856} M_3 = 5,856 - 5,472 - 0,384 = 0.$$

$$\sum_{0,384} M_4 = 1,632 - 1,632 = 0.$$
Here the previous an approximation of the previous of the control of the previous of the control of the

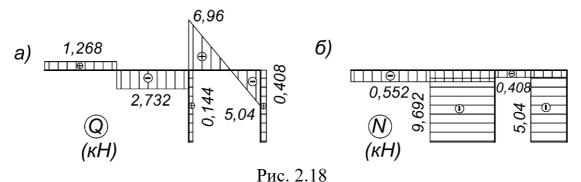
По формулам, приведенным во Введении (стр. 6), по эпюре Mопределим поперечные силы в элементах:

$$Q_{1-2} = \frac{5,072}{4} = 1,268 \text{ кH}; \qquad Q_{2-3} = -\frac{5,856 + 5,072}{4} = -2,732 \text{ кH};$$

$$Q_{3-5} = \frac{0,384 + 0,192}{4} = 0,144 \text{ кH}; \qquad Q_{4-6} = \frac{1,632 - 0}{4} = 0,408 \text{ кH};$$

$$Q_{3-4} = \frac{5,472 - 1,632}{4} \pm \frac{3 \cdot 4}{2} = 0,96 \pm 6 \text{ , } \Rightarrow Q_3 = 6,96 \text{ кH}, \quad Q_4 = -5,04 \text{ кH}.$$

По этим значениям строим эпюру поперечных сил Q (рис. 2.18 a).



Способом вырезания узлов по эпюре Q определим продольные силы:

Спосооом вырезания узлов по эпюре
$$Q$$
 определим продольные силы:
$$\sum_{0,408} X = -N_{3-4} - 0,408 = 0, \qquad \Rightarrow N_{3-4} = -0,408 \text{ кH};$$

$$\sum_{0,408} Y = N_{4-6} - 5,04 = 0, \qquad \Rightarrow N_{4-6} = -5,04 \text{ кH}.$$

$$\sum_{0,408} X = -N_{1-2} - 0,408 - 0,144 = 0, \Rightarrow N_{1-2} = -0,552 \text{ kH};$$

$$\sum_{0,144} Y = -N_{3-5} - 2,732 - 6,96 = 0, \Rightarrow N_{3-5} = -9,692 \text{ kH}.$$

По этим результатам строим эпюру продольных сил N (рис. 2.18 δ).

9. Проверка правильности расчета.

Для этого рассмотрим равновесие рамы, отсеченной от опор (рис. 2.19):

1,268
$$0,552$$

$$\sum x = 0,552 - 0,144 - 0,408 = 0;$$

$$\sum y = 1,268 - 4 + 9,692 + 5,04 - 3 \cdot 4 = 0;$$

$$\sum M_3 = -1,268 \cdot 8 + 4 \cdot 4 - 3\frac{4^2}{2} + 0,192 - 0,144 \cdot 4 - 0,408 \cdot 4 + 5,04 \cdot 4 = 0.$$

Рис. 2.19

Погрешность вычислений равна нулю. Расчет выполнен правильно.

вопросы для контроля знаний

Вопросы к КР № 1

- 1. Что такое кинематический анализ? Для чего он проводится?
- 2. В чем заключается количественный анализ геометрической неизменяемости? Приведите формулу для рамы и поясните смысл коэффициентов.
- 3. В чем заключается качественный анализ геометрической неизменяемости? Каковы признаки правильного соединения двух и трех дисков?
- 4. Каковы правила построения «этажной» схемы сооружения и порядок его расчета?
- 5. Какое правило знаков внутренних усилий используется в строительной механике?
- 6. Как выглядят линии влияния (ЛВ) внутренних усилий M, Q: а) в пролете балки; б) на консоли балки?
- 7. Что представляют собой ординаты ЛВ? Покажите на примере ЛВ опорных реакций балки.
- 8. Как по ЛВ получить расчетные значения усилий от неподвижной временной нагрузки?

Вопросы к КР № 2

1. В чем заключается количественный анализ геометрической неизменяемости фермы? Приведите формулу для фермы и поясните смысл коэффициентов.

- 2. В чем особенности применения и недостатки метода вырезания узлов?
- 3. В чем заключается способ проекций и моментной точки в методе сквозных сечений?
- 4. Каковы частные случаи определения усилий в стержнях фермы?
- 5. Как можно проверить правильность построения ЛВ усилий фермы?
- 6. Как отыскать расчетные значения усилий от подвижной нагрузки?
- 7. Что такое расчетное положение подвижной системы грузов?

Вопросы к КР № 3

- 1. Какая система называется статически неопределимой?
- 2. В чем состоит смысл метода сил (МС)?
- 3. Какие связи называются «лишними»?
- 4. Как выбрать основную систему (ОС) МС?
- 5. Как образовать «грузовое» и «единичные» состояния ОС?
- 6. Каков физический смысл каждого канонического уравнения МС?
- 7. Каков физический смысл коэффициентов канонических уравнений в МС и как они определяются?
- 8. В чем смысл проверки правильности построения окончательной эпюры моментов в МС?
- 9. Какие способы можно использовать для построения эпюр Q, N?
- 10. Каков алгоритм расчета по методу сил?

Вопросы к КР № 4

- 1. Какая система называется кинематически определимой?
- 2. В чем состоит смысл метода перемещений (МП)?
- 3. Как, в зависимости от предположений расчета, определить степень кинематической неопределимости системы?
- 4. Как выбрать основную систему (ОС) МП?
- 5. Как образовать «грузовое» и «единичные» состояния ОС?
- 6. Каков физический смысл каждого канонического уравнения МП?
- 7. Каков физический смысл неизвестных и коэффициентов канонических уравнений МП?
- 8. Как определяются коэффициенты канонических уравнений в МП?
- 9. Как проверить правильность построения окончательной эпюры моментов в МП?
- 10. Как провести кинематическую проверку окончательной эпюры моментов в методе перемещений?
- 11. Каков алгоритм расчета по методу перемещений?

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

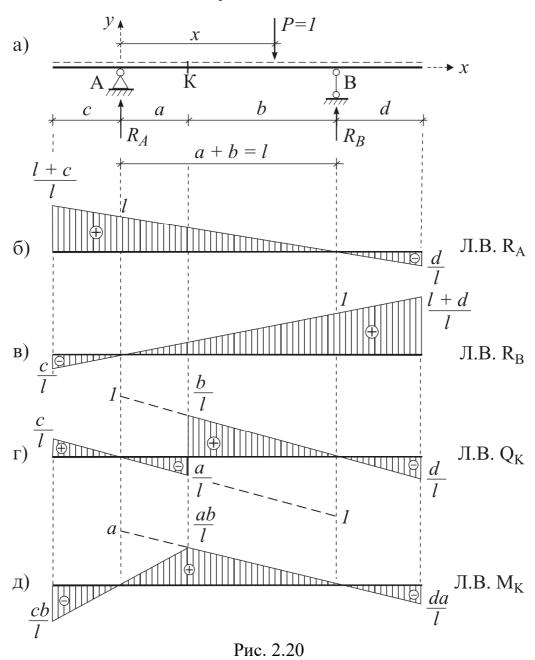
- 1. Классификация сооружений. Кинематический анализ сооружений. Соединение двух и трех дисков.
- 2. Расчет статически определимых многопролетных балок. Этажная схема. Главная и подвесная балки.
- 3. Классификация ферм. Расчет простых ферм. Метод вырезания узлов. Метод сквозных сечений.
- 4. Линии влияния усилий простых и разрезных балок. Линии влияния при узловой передаче нагрузки.
- 5. Линии влияния усилий фермы. Определение усилий по линиям влияния.
- 6. Свойства статически определимых систем. Расчет трехшарнирных рам и арочных ферм.
- 7. Определение перемещений упругих систем. Интеграл Мора. Формула Симпсона.
- 8. Определение перемещений балок, рам, арок и ферм.
- 9. Свойства статически неопределимых систем и методы их расчета. Идея метода сил. Алгоритм расчета.
- 10. Метод сил. Степень статической неопределимости. Выбор основной системы.
- 11. Метод сил: физический смысл канонических уравнений; теорема Максвелла.
- 12. Метод сил: способы построения эпюр M, Q, N и их проверка; кинематическая проверка; алгоритм метода сил.
- 13. Расчет внешне и внутренне статически неопределимых ферм.
- 14. Расчет неразрезных балок. Метод трех моментов.
- 15. Расчет симметричных рам. Группировка неизвестных.
- 16. Метод перемещений: степень кинематической неопределимости; выбор основной системы.
- 17. Метод перемещений: физический смысл канонических уравнений; теорема Релея.
- 18. Метод перемещений: определение коэффициентов канонических уравнений и их проверка; построение эпюр M, Q и N; алгоритм метода перемещений.
- 19. Пространственные системы и их кинематический анализ.
- 20. Расчет пространственных систем: метод сечений; разложение на плоские системы.
- 21. Пространственные системы: определение перемещений; расчет методом сил.
- 22. Метод конечных элементов (МКЭ). Вариационный принцип Лагранжа. Типы конечных элементов.
- 23. Метод конечных элементов. Функция формы. Глобальная матрица

- жесткости. Вектор нагрузки. Граничные условия.
- 24. Разрешающее уравнение МКЭ. Порядок расчета по МКЭ.
- 25. Классификация динамических нагрузок. Виды и характеристики колебаний. Основные задачи динамики. Число динамических степеней свободы сооружения.
- 26. Колебания систем с одной степенью свободы.
- 27. Колебания систем с несколькими степенями свободы. Вековое уравнение. Спектр частот.
- 28. Вынужденные колебания систем с несколькими степенями свободы. Явление резонанса. Задачи динамической прочности и динамической жесткости.
- 29. Виды потери устойчивости сооружений. Методы расчета на устойчивость.
- 30. Расчет на устойчивость методом перемещений.

ПРИЛОЖЕНИЯ

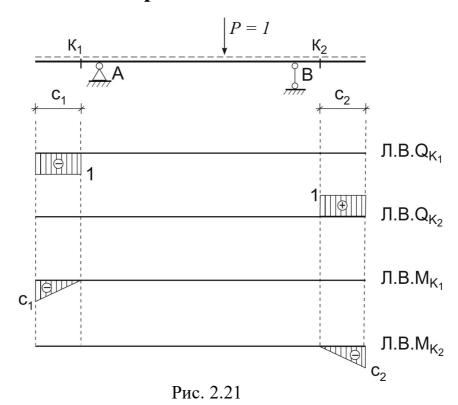
Приложение 1

Линии влияния усилий консольной балки



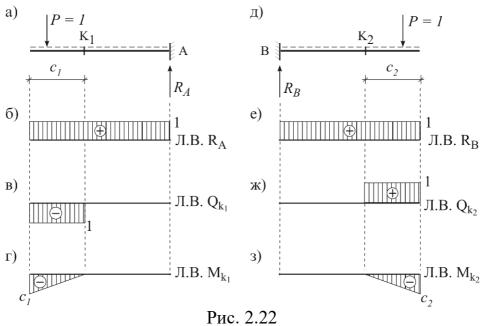
Приложение 2

Линии влияния усилий M_K и Q_K консольной балки, когда сечения расположены на консолях



Приложение 3

Линии влияния усилий консоли



Приложение 4

Вычисление интеграла Мора по формуле Симпсона

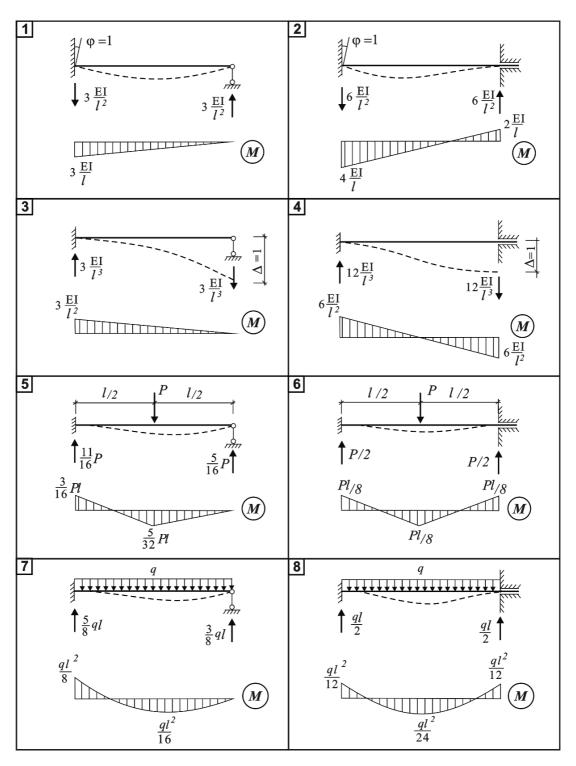
Интеграл от произведения двух функций (например, грузовой эпюры M_P и единичной эпюры \overline{M}) на участке длиной l определяется так:

$$M_{P}\overline{M}dx = \frac{l}{6}(\pm n_{l}n_{2} \pm 4c_{l}c_{2} \pm \kappa_{l}\kappa_{2}),$$
 где n_{l} , n_{2} — начальные значения эпюр моментов; n_{1} , n_{2} — средние значения эпюр моментов; n_{1} , n_{2} — конечные значения эпюр моментов.

Знак («+» или «-») каждого произведения в скобках определяется так: если оба значения сомножителей расположены по одну сторону от оси эпюры (напр., оба значения наверху), то учитывается знак «+», если же значения сомножителей расположены по разные стороны, (напр., одно значение наверху, а другое – внизу), учитывается знак «-».

Окончательное значение интеграла Мора определяется делением результата интегрирования на изгибную жесткость участка EI.

<u>Приложение 5</u> Таблица метода перемещений



l - длина стержня, $\it EI$ - изгибная жесткость Рис. 2.24

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р. Курс лекций по строительной механике: Учебное пособие. Казань: КГАСУ, 2014. 143 с.
- 2. Шакирзянов Р.А. Краткий курс лекций по строительной механике. Казань: КГАСУ, 2010. 115 с.
- 3. Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р. Учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ по курсу строительная механика. Казань: Изд-во Казанск. гос. архит.-строит. ун-та, 2016. 51 с.
- 4. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика: Учебник, 9-е изд., испр. СПб.: Издательство «Лань», 2004. 656 с.
- 5. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. І. Статически определимые системы: Учебное пос. М.: ACB, 1999. 335 с.
- 6. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. II. Статически неопределимые системы: Учебное пос. М.: АСВ, 2000. 464 с.
- 7. Саргсян А.Е. Строительная механика. М.: Высшая школа, 2004. 461 с.
- 8. Немов В.Г., Сучков В.Н. Руководство по решению задач строительной механики: Учебное пособие. Казань: КГАСУ, 2007. 118 с.

Шакирзянов Р.А., Шакирзянов Ф.Р.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ ПО КУРСУ «СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА»

Для студентов заочной формы обучения по направлению 08.03.01 «Строительство»

Редактор

Издательство Казанского государственного архитектурно-строительного университета

Подписано в печать Формат 60x84/16 Заказ Печать ризографическая Усл.-печ. л. 2,9 Тираж 30 экз. Бумага офсетная № 1 Уч.-изд. л. 2,9

Отпечатано в полиграфическом секторе Издательства КГАСУ. 420043, Казань, Зеленая, 1