МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Лабораторная работа №14

«ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА»

Методические указания
к лабораторным работам по физике
для студентов всех направлений подготовки

Казань
2023

УДК 535
ББК 22.34
С 35

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов всех специальностей. Лабораторная работа №14 «Определение модуля сдвига» / Сост.: Э.М.Ягунд, Казань: КазГАСУ, 2023 г.- 12 с.

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех специальностей.
В работе изложены некоторые вопросы механики, связанные с деформацией тел, рассматривается метод измерения модуля сдвига с помощью пружинного маятника. Приведено описание лабораторной установки и изложена методика проведения эксперимента.

Стр.12, рис. 6, табл.1.

Рецензент: к.т.н., доцент кафедры технологии строительных материалов, изделий и конструкций Казанского государственного архитектурно-строительного университета Аюпов Д.А.

УДК 535
ББК 22.34

© Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2023 г.

© Ягунд Э.М, 2023 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При строительстве и конструировании различных сооружений, в том числе и строительных, необходимо знать механические свойства используемых материалов: бетона, железобетона, стали, пластмасс и т.д. Сведения о механических свойствах различных материалов получают экспериментально, изучая деформацию твердых тел.

Деформацией называется *изменение формы и размеров тела под действием приложенных сил*. Различают два вида деформации — упругую и пластическую. ***Упругой*** называется *деформация, исчезающая после прекращения действия приложенных сил*. *Деформация, не исчезающая после снятия сил*, называется ***пластической***. Вид деформации зависит от материала тела и от величины приложенного усилия. ***Усилием*** называется *внешняя сила, отнесённая к единице площади*, т.е.

$$P = \frac{dF}{dS}, \qquad (1)$$

где dF — сила, действующая на бесконечно малую площадку dS**.** При деформации в теле возникают силы, противодействующие внешним силам. Их называют упругими силами. *Упругая сила, отнесенная к единице площади*, называется ***напряжением***:

$$\sigma = \frac{dF_{\text{упр}}}{dS} \qquad (2)$$

где $dF_{\text{упр}}$ — упругая сила, действующая на бесконечно малую площадку dS. В общем случае напряжение составляет некоторый угол с площадкой. Поэтому его можно разложить на две составляющие: σ_n, перпендикулярную к площадке, и σ_τ касательную к ней (рис. 1). Их соответственно называют нормальным и касательным напряжением.

Деформацию тел оценивают абсолютной и относительной деформацией. ***Абсолютной деформацией*** Δx называют *разность конечного x и начального x_0 размера тела*, т.е.

$$\Delta x = x - x_0 \qquad (3)$$

Абсолютная деформация при растяжении положительная, а при сжатии — отрицательная. ***Относительной деформацией*** ε называется отношение абсолютной деформации к первоначальному размеру тела, т.е.

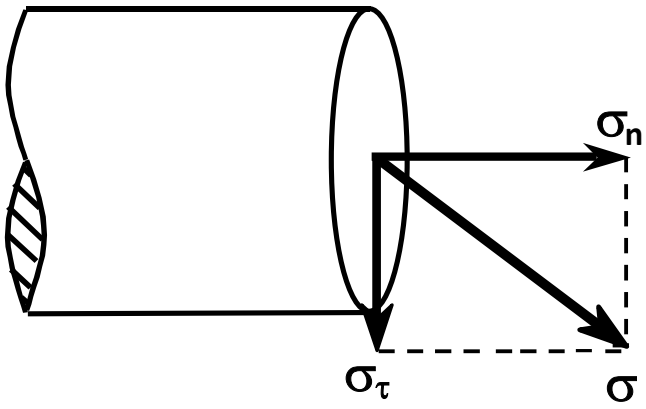

Рис. 1

$$\varepsilon = \Delta x / x_0. \qquad (4)$$

Относительная деформация показывает, на какую часть изменились первоначальные размеры тела. Существуют различные виды деформации: продольное растяжение (или сжатие), сдвиг, кручение, изгиб. Рассмотрим некоторые из них.

Простейшим видом деформации твёрдого тела является продольное растяжение (сжатие). Оно возникает в тонком стержне, один конец которого закреплён, а к другому вдоль его оси приложена сила F, равномерно распределённая по сечению. В результате этого длина стержня изменяется от l_0 до l. Тогда абсолютная и относительная деформация стержня, согласно (3) и (4), равны:

$$\Delta l = l - l_0, \quad \varepsilon = \Delta l / l_0. \qquad (5)$$

Предположим, что площадь поперечного сечения стержня одинакова по всей длине и равна S. Тогда, согласно (1), усилие, действующее на стержень, будет равно

$$P = \frac{F}{S}. \qquad (6)$$

так как сила равномерно распределена по сечению. Эти усилия одинаковы в любом поперечном сечении стержня. Они вызывают появление внутри стержня напряжений, которые будут также одинаковы вдоль всей длины стержня. При упругой деформации напряжение равно усилию, но направлено в противоположную сторону, т.е.

$$\sigma = P = \frac{F}{S}. \qquad (6\ а)$$

Опытным путем английский физик Р. Гук установил закон, названный его именем: ***в пределах упругости относительная деформация пропорциональна усилию, приложенному к телу***, т.е.

$$\varepsilon = \frac{P}{E}. \qquad (7)$$

или ***напряжение упруго деформированного тела пропорционально его относительной деформации***:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \qquad (7\ а)$$

где E — модуль Юнга, зависящий от свойств материала, из которого изготовлено тело.

Выясним физический смысл модули Юнга. Из формулы (7) следует, что если $\varepsilon = 1$, т.е. когда $\Delta l = l_0$ (см. (5)), то $E = P$, т.е. ***модуль Юнга равен усилию, которое надо приложить к телу, чтобы изменить его длину вдвое при сохранении упругой деформации.*** В действительности же подавляющее число материалов разрушается значительно раньше, чем это произойдёт.

Наряду с продольной деформацией стержня наблюдается и изменение его поперечных размеров. Причём при растяжении поперечные размеры стержня уменьшаются, а при сжатии — увеличиваются. Пусть b_0 — толщина стержня до деформации, b — после деформации. За толщину для круглого стержня принимают его диаметр, для прямоугольного стержня — одну из сторон его прямоугольного основания и т.д. Тогда относительная поперечная деформация ε_n будет равна $\varepsilon_n = \Delta b / b_0$, где $\Delta b = b - b_0$.

Как следует из опытов, относительное изменение поперечных размеров стержня пропорционально тому же усилию, приложенному стержню. Поэтому оно пропорционально и величине относительного изменения длины стержня. Отношение относительной поперечной деформации к соответствующей относительной продольной деформации называется ***коэффициентом Пуассона***

$$\mu = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon} = \frac{\Delta b / b_0}{\Delta l / l_0}.$$

Коэффициент Пуассона зависит только от материала. Его значение находится в интервале от 0 до 0,5. Для пористых материалов (например, пенопластов) $\mu = 0$, так как при деформации тел из таких материалов их поперечные размеры не изменяются, для резины и других высокоэластичных материалов он близок к 0,5.

Таким образом, упругие свойства изотропного твёрдого тела характеризуются модулем Юнга и коэффициентом Пуассона. Все другие упругие постоянные, применяемые для описания других видов деформации, могут быть выражены через них.

Рассмотрим продольное растяжение (или сжатие) стержня длиной l_0 и площадью поперечного сечения S под действием силы F, равномерно распределённой по сечению. Пусть длина стержня изменилась на некоторую

величину Δl. При этом расстояния между соседними частицами вдоль оси стержня изменяется на некоторую величину Δr. Очевидно, что относительная деформация стержня будет равна относительному изменению расстояния между атомами тела, т. е.

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\Delta r}{r_0}.$$

Отсюда $$\Delta r = \frac{r_0}{l_0}\Delta l. \qquad (8)$$

При смещении частиц из своих положений равновесия между ними возникают силы притяжения Δf при растяжении стержня или отталкивания при его сжатии, причем $|\Delta f|$ возрастает с увеличением Δr. Эти силы называются упругими. При малых деформациях, пока $\Delta r << \Delta r_0$ (а следовательно и $\Delta l << \Delta l_0$), криволинейную зависимость Δf от Δr можно практически заменить прямой линией (пунктир на рис. 3). Тогда Δf будет пропорциональна Δr

$$\Delta f = -k\,\Delta r \qquad (9)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от конкретного вида кривой взаимодействия для частиц данного твёрдого тела. Знак "–" отражает тот факт, что направление силы Δf противоположно направлению внешней силы F.

Рассматриваемый стержень можно считать состоящим из ряда параллельных цепочек частиц. Обозначим через n_0 число этих цепочек, приходящихся на единицу поперечного сечения стержня. Тогда во всем поперечном сечении будет действовать суммарная сила притяжения (или отталкивания):

$$\Sigma\,\Delta f = -N\cdot\Delta f = -k\,\Delta r\,n_0 S, \qquad (10)$$

где $N = n_0 S$ — число цепочек частиц на всем поперечном сечении S.
Величина Δr будет возрастать до тех пор, пока эта сила не уравновесит внешнюю силу F, т.е. $F = \Sigma\,\Delta f$. Отсюда, учитывая (8), получаем:

$$F = k\,\Delta r\,n_0 S = k\,n_0\,r_0\,S\,\Delta l\,/\,l_0. \qquad (11)$$

Обозначим $k\,n_0\,r_0 = E$. Тогда из (11) следует, что

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S}.$$

Но $\Delta l\,/l_0 = \varepsilon$ — относительная деформация и $F/S = P$ — усилие.

Итак, $$\varepsilon = \frac{P}{E}. \qquad (12)$$

т.е. получен закон Гука.

Наиболее удобным способом исследования механических свойств твёрдого

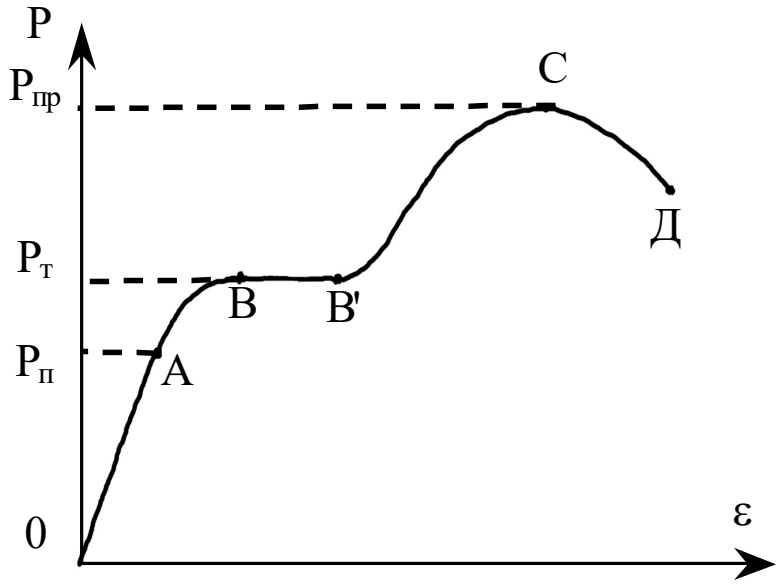

Рис.2 Диаграмма растяжения твердого тела

тела являются испытания тела на растяжение и построение диаграмм растяжения, т.е. зависимости между относительным удлинением $\varepsilon = \Delta l/l_0$ и усилием P. Типичная кривая такой зависимости приведена на рис.2. Пока относительное удлинение мало, имеется пропорциональность между ε и P, т.е. справедлив закон Гука. *Наибольшее усилие $P_п$, до которого еще выполняется закон Гука*, называется ***пределом упругости***. Дальнейшее увеличение усилия приводит к более быстрому возрастанию относительного удлинения. При усилии $P_т$, называемого ***пределом текучести***, относительная деформация продолжает возрастать без увеличения усилия (горизонтальная прямая BB′). Иногда этот участок отсутствует. Затем для продолжения деформации необходимо снова увеличивать усилие. Возрастание усилия происходит до тех пор, пока на образце не появится местное сужение (так называемая «шейка»). Это усилие $P_{пр}$ называется ***пределом прочности***. Далее образец удлиняется даже при уменьшающемся усилии и, наконец, разрывается (точка Д).

Другим видом простой деформации является деформация сдвига. ***Сдвигом*** называется деформация, при которой все плоские слои твердого тела, параллельные некоторой плоскости (плоскости сдвига), смещаются параллельно друг другу (рис.3). Сдвиг происходит под действием силы F, приложенной параллельно плоскости сдвига BC. Мерой деформации при этом

является угол сдвига θ (относительный сдвиг). По закону Гука относительный сдвиг пропорционален касательному напряжению:

$$\sigma_\tau = \frac{F}{S} G\theta$$

где S - площадь грани BC, G - ***модуль сдвига, численно равный касательному напряжению, вызывающему относительный сдвиг, равный единице.***

Рис. 3 - Деформация сдвига Рис.4 - Геометрия пружины

В данной работе определяется модуль сдвига материала, из которого изготовлена винтовая пружина (рисунок 4). Основными геометрическими параметрами пружины являются, диаметр проволоки d, диаметр витка пружины D и число витков N. Под действием растягивающей силы F длина пружины L увеличивается согласно закону Гука на величину

$$\Delta L = {}^{F}/_{k},$$

где k −жестокость пружины. Направление действия силы при этом перпендикулярно виткам, поэтому удлинение пружины определяется модулем сдвига и дается соотношением

$$\Delta L = \frac{8FD^3N}{Gd^4}$$

Под действием сил тяжести и упругости пружины выведенный из положения равновесия груз массой m совершает гармонические колебания с частотой $\omega = \sqrt{{}^{k}/_{m}}$, периодом $T = 2\pi\sqrt{{}^{m}/_{k}}$, откуда для жесткости пружины получаем:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Таким образом, измерив, период колебаний и воспользовавшись вышеприведенными формулами с $F = mg$, можно найти модуль сдвига:

$$G = \frac{32\pi^2 D^3 Nm}{T^2 d^4} \quad (13)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Целью работы является:

- изучения теоретических основ теории деформации тел,
- измерение модуля сдвига материала пружины методом колебаний.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

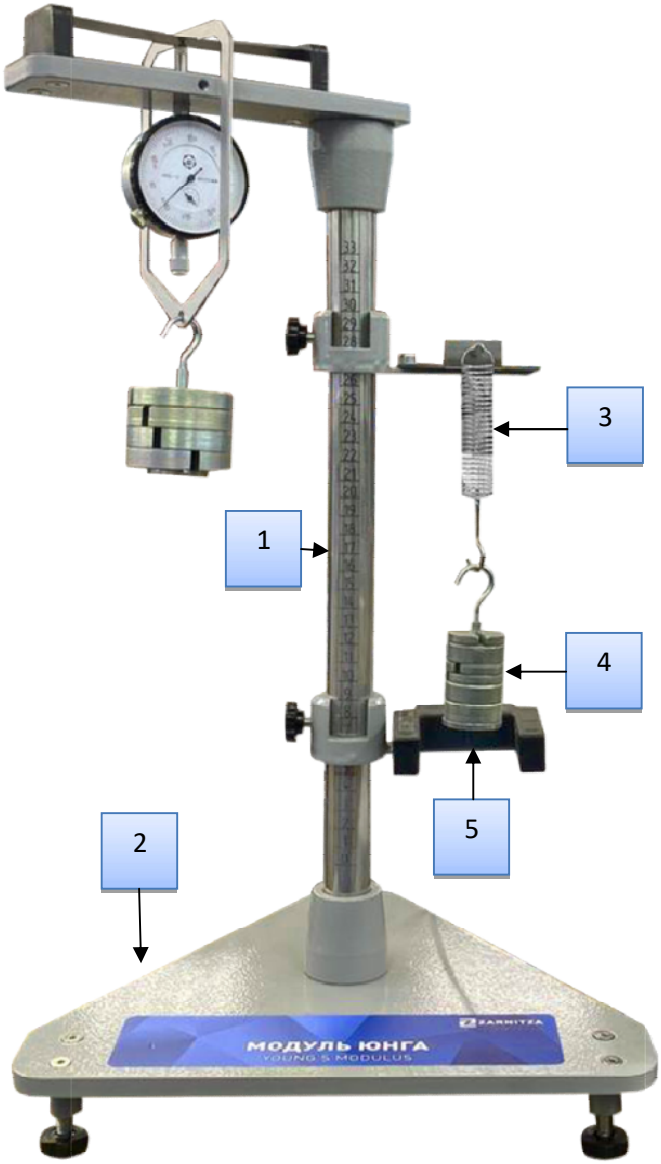

Рис.5 Лабораторная установка для измерения модуля сдвига

Установка состоит из стойки (1), установленной на основании (2). В средней части стойки крепится кронштейн для установки исследуемой пружины с крючком (3), на который подвешиваются грузы (4). Ниже установлен

кронштейн с фотодатчиком (5). Электропитание фотодатчика, а также отсчет и индикация количества колебаний пружины и времени производится с помощью электронного измерительного блока (Рис.7).

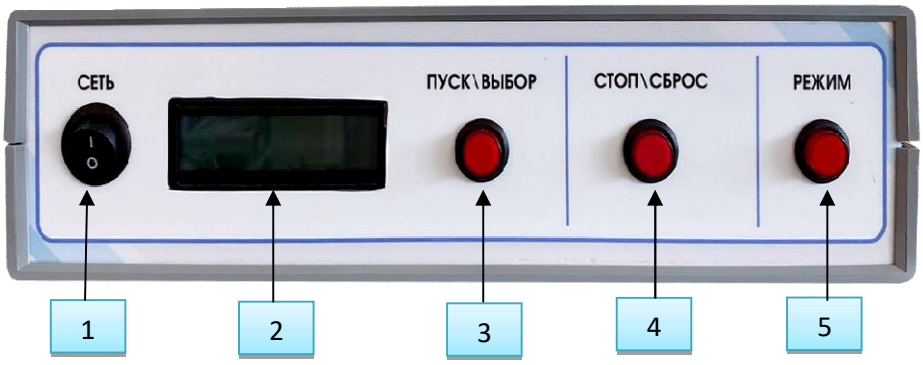

Рис.6 Модуль измерительный

1 – клавишный выключатель питания «Сеть»; 2 – цифровой индикатор показания времени / числа колебаний маятника; 3 – кнопка выбора режима и начала отсчета «Пуск/Выбор»; 4 – кнопка останова и сброса показаний «Стоп/Сброс»; 5 – кнопка выбора режима работы секундомера «Режим».

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Кронштейн с фотодатчиком закрепить на вертикальной стойке (3) таким образом, чтобы наборный груз (4), подвешенный к пружине, своей нижней плоскостью совпадал с оптической осью фотодатчика (5).
2. Включить установку клавишей «Сеть»; при этом загорится сама клавиша и индикатор фотоэлемента.
3. Пятикратным нажатием кнопки «Режим» перевести секундомер в «Режим 5» и нажать «Выбор/Пуск». При этом при выполнении эксперимента на индикаторе будет отображаться число 10 – число колебаний маятника и их общее время.
4. Навесить на пружину один груз массой 50 гр., оттянуть пружину вниз и отпустить. При этом груз начинает совершать колебательные движения на пружине. Записать по индикатору время t_1 для n=10 полных колебаний маятника. Запуск и остановка секундомера осуществляется автоматически фотоэлектрическим датчиком. Найти период одного колебания T по формуле
$T = t/n$.
5. Сбросить показания индикатора нажатием кнопки «Стоп/Сброс». При этом для сброса показаний кнопку необходимо удерживать в нажатом положении не менее 2-х секунд.
6. Повторить опыт еще два раза, записав показания времени t_2 и t_3.
7. Повторить пункты 4 – 5, увеличив массу груза на 25 гр. Для каждой массы опыт повторять 3 раза, записывая время t_1, t_2 и t_3.
8. Провести измерения для 3-х значений массы груза: 50, 75 и 100 гр.

9. Измерить штангенциркулем параметры пружины: диаметр пружины D, диаметр проволоки, из которой изготовлена пружина d, число витков пружины N.
10. Для каждого значения m вычислить модуль сдвига G по формуле (13). Найти усредненное значение $G_{ср}$.
11. Данные измерений и вычислений занести в Таблицу 1.

Таблица 1

№	m, кг	D, м	d, м	N	n	t_1, с	t_2, с	t_3, с	$t_{ср}$, с	T, с	G,кг/(м · $с^2$)	$G_{ср}$,кг/(м · $с^2$)
1	0,05				10							
2	0,075				10							
3	0,1				10							

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется деформацией? Какие виды деформации существуют?
2. Что такое упругие и неупругие деформации? Каковы особенности действия сил, возникающих внутри тел при упругих и пластических деформациях?
3. Какие основные виды деформации можно выделить, и что они собой представляют?
4. Что называется усилием и напряжением?
5. Что такое абсолютная и относительная деформация?
6. Что такое коэффициент Пуассона?
7. Что такое пределы упругости, текучести и прочности?
8. Опишите деформацию сдвига. Какими параметрами она характеризуется?
9. Запишите закон Гука для деформации сдвига.