

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Лабораторная работа №1  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ И  
ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ НА МАШИНЕ АТВУДА**

Методические указания  
к лабораторным работам по физике  
для студентов всех направлений подготовки

Казань  
2017

УДК 530.1  
ББК 22.34  
Х 1

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов всех специальностей. Лабораторная работа №1 «Определение ускорения свободного падения и гравитационной постоянной на машине Атвуда» / Сост.: А.М.Хакимов, Э.М.Ягунд Казань: КазГАСУ, 2017 г.- 10 с.

Под редакцией В.Л.Фурера

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех специальностей.

В работе изложены некоторые вопросы механики, связанные с кинематикой, движением тела под действием силы тяжести и законом всемирного тяготения. Приведено описание лабораторной установки и изложена методика проведения эксперимента.

Стр.10, рис. 3, табл.1.

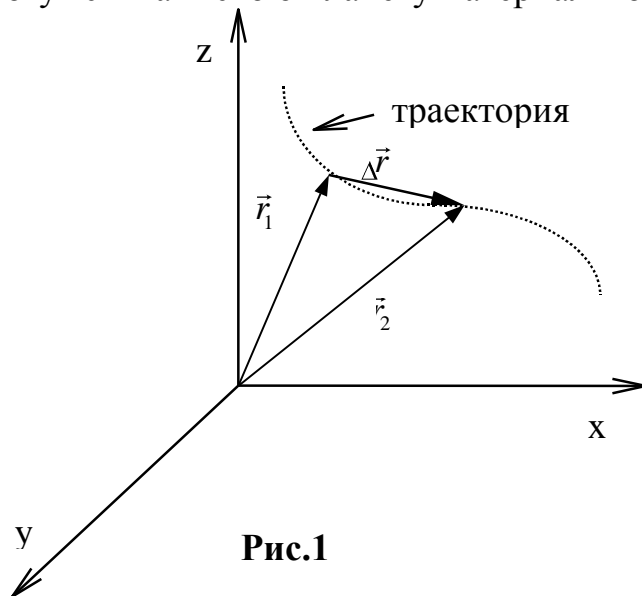
Рецензент  
Заведующий кафедрой «Механика»  
к.ф.-м.н, доцент **Низамеев В.Г.**

УДК 530.1  
ББК 22.31

© Казанский государственный  
архитектурно-строительный  
университет, 2017 г.  
© Хакимов А.М., Ягунд Э.М. 2017

Цель данной работы - изучение равноускоренного движения тел под действием силы тяжести, определение ускорения свободного падения и гравитационной постоянной.

В механике для того чтобы избежать излишнего усложнения задач используется понятие материальной точки. **Тело размерами которого в данных условиях движения можно пренебречь называется материальной точкой.** Например, при изучении движения планет вокруг Солнца размерами этих небесных тел можно пренебречь, так как их диаметр много меньше расстояния между ними. Наоборот, люди на Земле не могут считать свою планету материальной точкой.



При описании движения тел в механике используются понятия траектории, перемещения и пути. **Линия которую описывает материальная точка при движении, называется траекторией.**

**Перемещением называется вектор, проведенный из начального положения точки в конечном. Путем или длиной пути называют длину участка траектории**

**между начальным и конечным положениями материальной точки.** Эти определения иллюстрирует рис.1. Здесь начальное и конечное положения материальной точки задаются с помощью радиус-векторов  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ , а вектор перемещения  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ . Путь представляет собой длину участка траектории (показана на рис.1 пунктиром) между концами (остриями) векторов  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ .

Для того чтобы характеризовать процесс движения тела вводятся понятия скорости и ускорения. Если за очень малый элементарный промежуток времени  $dt$  материальная точка совершила перемещение  $d\vec{r}$ , то скоростью  $\vec{v}$  называется отношение

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (1)$$

т.е. **скорость - это перемещение за единицу времени.** С точки зрения математики **скорость является производной радиус-вектора по времени.** В системе единиц СИ единицей скорости является м/с.

Скорость тела может изменяться со временем. Быстроту ее изменения характеризуют ускорением. Если за очень малый промежуток времени  $dt$  происходит изменение вектора скорости на  $d\vec{v}$ , то ускорением  $\vec{a}$  называется отношение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (2)$$

Следовательно **ускорение равно изменению скорости за единицу времени**. С точки зрения математики ускорение - производная скорости по времени. В системе единиц СИ единицей ускорения является  $1\text{м/с}^2$ . В частном случае равноускоренного прямолинейного движения скорость и координаты материальной точки описываются уравнениями:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ x &= x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $v$  и  $v_0$  соответственно модуль скорости и начальная скорость тела,  $x_0$  - начальная координата,  $a$  - модуль ускорения.

В инерциальных системах отсчета любое изменение скорости тела, а также его деформация происходит под действием других тел. Для количественного выражения взаимодействия тел вводится понятие силы. В физике **сила, действующая на тело, является мерой его взаимодействия с окружающими телами. Сила – векторная величина характеризуется модулем, направлением и точкой приложения.**

Тела обладают способностью противодействовать приобретению ускорения. Это свойство тел было названо инертностью. **Мерой инертности тел при их поступательном движении является масса.**

Все силы, встречающиеся в природе, несмотря на их разнообразие могут быть сведены к четырем видам взаимодействий: **гравитационным, электромагнитным, слабым и ядерным**. Гравитационные силы возникают между любыми телами обладающими массой. Поэтому масса характеризует и гравитационные свойства тел. Чем она больше, тем больше сила гравитационного притяжения. Следовательно **масса является мерой гравитационного взаимодействия тел**. В системе единиц СИ масса измеряется в килограммах (кг).

Электромагнитные силы действуют на заряженные тела, как покоящиеся так и движущиеся. Электромагнитную природу имеют такие широко распространенные силы, как силы упругости и трения. Ядерные и слабые силы проявляют себя на расстояниях сопоставимых с размерами атомного ядра. Поэтому эти силы играют важную роль лишь в микромире. В системе единиц СИ единица силы ньютон -  $1\text{н}=1\text{кг}\cdot 1\text{м/с}^2$ .

Все тела обладающие массой притягиваются друг к другу силами получившими название гравитационных. Установленный Ньютоном закон всемирного тяготения гласит: **силы с которыми притягиваются две материальные точки, пропорциональны произведению их масс, обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними и направлены вдоль прямой их соединяющей.** Математически закон записывается, как:

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}, \quad (4)$$

где  $F$  - сила,  $M$  и  $m$  - массы тел,  $r$  - расстояние между телами,  $\gamma$  - гравитационная постоянная равная  $6,672 \cdot 10^{-11} \text{ н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ . Следует особо отметить, что для однородных шарообразных тел закон всемирного тяготения оказывается справедливым если за расстояние  $r$  между телами принимается расстояние между центрами шаров.

Сила гравитационного притяжения, действующая со стороны Земли на все тела, называется силой тяжести. Ускорение приобретаемое телами под действием одной лишь силы тяжести называется ускорением свободного падения, обозначается буквой  $g$  и только у поверхности нашей планеты имеет величину  $g_0 \approx 9,8 \text{ м} / \text{с}^2$ . По второму закону Ньютона сила тяжести  $F = m g$ . Тогда

$$m g = \gamma \frac{Mm}{r^2}, \quad (5)$$

сокращая на  $m$  получаем

$$g = \gamma \frac{M}{r^2}, \quad (6)$$

где  $M = M_3$  - масса Земли,  $r = R_3$  - радиус Земли если второе тело находится у ее поверхности. Поэтому формулу можно записать как:

$$g_0 = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}. \quad (7)$$

Ускорение свободного падения  $g$  можно найти очень просто: дать телу упасть с нулевой начальной скоростью с известной высоты  $h$  и измерить время падения  $t$ , а затем, пользуясь формулой  $h = gt^2/2$  вычислить величину  $g$ . Трудности опыта связаны с большим значением ускорения свободного падения: тело быстро набирает скорость и время падения с небольших высот (ограниченных высотой учебной аудитории) оказывается малым и его трудно точно измерить. Более точно определить  $g$  можно с помощью устройства называемого машиной Атвуда (рис.2).

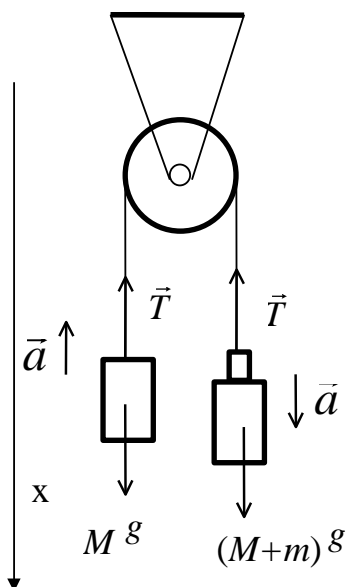


Рис. 2

Через блок перекинута нить, на которой закреплены два груза одинаковой массы  $M$ . Система остается в равновесии до тех пор пока на один из грузов не будет положен перегрузок - колечко массой  $m$  (с прорезью для нити). Под действием силы тяжести  $F = mg$  система грузов, полная масса которой  $2M+m$  начинает двигаться с ускорением  $a$ . Ускорение грузов легко найти если сделать два предположения:

- 1) массы блока и нити пренебрежимо малы,
- 2) силами трения в системе можно пренебречь.

Поскольку все силы и ускорения направлены вдоль оси  $x$  (рис.1) уравнения с использованием векторных величин будут практически идентичны уравнениям с модулями этих векторов, если считать направление оси  $x$  положительным, а векторам с противоположным направлением присвоить знак “-”. Тогда уравнения движения грузов имеют вид:

$$M\vec{g} + \vec{T} = -M\vec{a}, \quad (8)$$

$$(M + m)\vec{g} + \vec{T} = (M + m)\vec{a},$$

где  $\vec{T}$  - сила натяжения нитей,  $\vec{a}$  - ускорение системы грузов. Выражая  $\vec{T}$  из верхнего уравнения ( 8 ) и подставляя в нижнее получаем:

$$(M + m)\vec{g} - M\vec{g} - M\vec{a} = (M + m)\vec{a}.$$

(9) Из уравнения (9) после сокращений и преобразований ускорение системы грузов находится как:

$$a = \frac{mg}{2M + m}. \quad (10)$$

С другой стороны для равноускоренного движения при нулевой начальной скорости справедлива формула:

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad (11)$$

где  $t$  и  $h$  время и высота падения соответственно. Следовательно, ускорение можно выразить, как:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10) получаем:

$$\frac{2h}{t^2} = \frac{mg}{2M+m}. \quad (13)$$

Преобразуя выражение (13) найдем ускорение свободного падения:

$$g = \frac{2h}{t^2} \frac{(2M+m)}{m}. \quad (14)$$

Измерив ускорение свободного падения с помощью машины Атвуда, можно определить и гравитационную постоянную  $\gamma$ . Преобразуя формулу (6) получим:

$$\gamma = g \frac{R_3^2}{M_3}, \quad (15)$$

где  $M_3 = 5,98 \cdot 10^{24}$  кг - масса Земли, а  $R_3 = 6,37 \cdot 10^6$  м – радиус Земли.

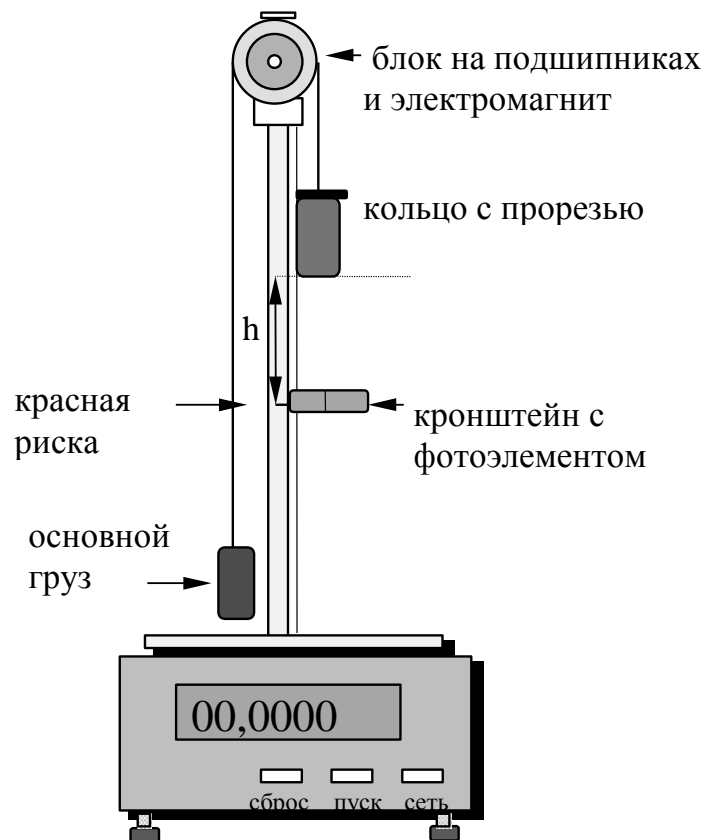
### ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАЗЦОВ

Масса основных грузов  $M = 88,6$  гр.,

масса кольца с одной риской на ободке  $m_1 = 1,45$  гр.

масса кольца с двумя рисками на ободке  $m_2 = 2,78$  гр.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ



## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у преподавателя дополнительные грузы в виде колец с прорезями. Перекинуть нить с грузами через блок. При этом нить должна лечь в отведенную ей канавку на ролике.

2. Включить сетевой кабель в розетку и нажать клавишу “**сеть**” на передней панели прибора. Проверить, высвечиваются ли цифры на экране индикатора и горит ли лампочка фотоэлемента, расположенная на кронштейне, прикрепленном к нижней части стойки.

3. Надеть на правый груз кольцо, пропустив нить внутрь через прорезь. Убедиться, что система грузов при этом вышла из равновесия и правый груз плавно движется вниз, не цепляясь за кронштейн фотоэлемента.

4. Опустить левый груз на поверхность прибора и одновременно нажать клавишу “**сброс**”. При этом на панели индикатора должны высвечиваться одни нули и должен включиться электромагнит, удерживающий систему грузов в неподвижном состоянии. (Если грузы не удерживаются, нажмите на шток электромагнита с тыльной стороны, чтобы пропал зазор между фрикционными дисками блока и внутренней стороны электромагнита. Этот зазор хорошо виден сбоку!) Определить высоту падения  $h$  системы грузов. Для этого измерить расстояние от низа правого груза до красной риски кронштейна фотоэлемента.

5. Нажать и удерживать нажатой клавишу “**пуск**” после чего электромагнит должен выключиться, электронный секундомер начнет отсчет времени, а система грузов придет в движение. В момент, когда правый груз пересечет луч фотоэлемента, отсчет времени прекратится. Необходимо отпустить клавишу “**пуск**” и записать результат измерения  $t$ .

6. Измерения повторить 5 раз в соответствии с пунктами 5 и 6 еще для двух различных дополнительных грузов-колец.

7. Определить средние значения времени движения  $t_{cp}$ , абсолютную погрешность  $\Delta t$  по формулам:

$$t_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \Delta t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2}{n(n-1)}},$$

(где  $n = 5$  - число измерений) для всех грузов- колец по отдельности. Результаты занесите в таблицу 1.

8. При помощи формулы (14) определить ускорение свободного падения  $g$ , используя характеристики образцов и средние значения времени  $t_{cp}$ .



9. Определить величину гравитационной постоянной по формуле (15), воспользовавшись расчетными значениями  $g$ .

10. Вычислить относительную и абсолютную погрешности измерений  $g$  и  $\gamma$ , по формулам:

$$\varepsilon = \Delta g/g = \Delta \gamma/\gamma = \frac{\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t_{cp}} + \frac{2\Delta M}{2M+m} + \frac{\Delta m}{2M+m} + \frac{\Delta m}{m},$$

$$\Delta g = \varepsilon g, \Delta \gamma = \varepsilon \gamma,$$

считая погрешности  $\Delta h=1\text{ мм}$ ,  $\Delta M=\Delta m=0,1\text{ гр}$ .

Таблица 1

m	2M+m	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>cp</sub>	Δt

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение траектории, перемещения и пути.
2. Что такое скорость и ускорение?
3. Какие формулы справедливы для скорости и координат тела при равноускоренном прямолинейном движении.
4. Что называется силой?
5. Какие основные виды сил действуют в природе?
6. Какое движение называется свободным падением?
7. Сформулируйте закон всемирного тяготения?
8. От каких величин зависит ускорение свободного падения?
9. Выведите расчетную формулу.
10. Почему измеренное ускорение свободного падения меньше, а не больше табличного?

**Лабораторная работа № 1**  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ И**  
**ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ НА МАШИНЕ АТВУДА**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО ФИЗИКЕ  
для студентов всех специальностей

Составители: А.М.Хакимов, Э.М.Ягунд

Редактор

Редакционно-издательский отдел  
Казанского государственного архитектурно-строительного университета

---

Подписано в печать			Формат 60x84/16
Тираж	экз.	Бумага офсетная №1	Усл.печ.л. 0,62
Заказ №		Печать ризографическая	Уч.-изд.л. 0,62

---

Печатно-множительный отдел КГАСУ  
420043, Казань, Зеленая 1