

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Лабораторная работа № 37

**СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ОДНОГО НАПРАВЛЕНИЯ.
БИЕНИЯ**

Методические указания
к лабораторной работе по физике
для студентов всех направлений подготовки

Казань
2021

УДК 534.5
ББК 22.312
С89

С89 Лабораторная работа № 37. Сложение колебаний одного направления. Биения: Методические указания к лабораторной работе по физике для студентов всех направлений подготовки / Сост.: В.И. Сундуков, В.Л. Фурер. – Казань: Изд-во Казанского гос. архитектур.-строит. ун-та, 2021. – 12 с.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Казанского государственного архитектурно-строительного университета

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки.

В работе рассмотрены вопросы теории гармонических колебаний. Приведено описание установки, на которой проводятся измерения по сложению колебаний одинакового направления.

Рецензент

Доцент кафедры технологии строительных материалов, изделий
и конструкций КазГАСУ

Д.А. Аюпов

УДК 534.5
ББК 22.312

© Казанский государственный
архитектурно-строительный
университет, 2021

© Сундуков В.И., Фурер В.Л.,
2021

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Колебательные процессы. Колебательные процессы в природе и технике более широко распространены по сравнению с другими видами движений. Волны на воде, качание ветвей деревьев, переменный электрический ток, звук, радиоволны являются примерами колебаний различной физической природы. Разные виды колебаний подчиняются единым математическим уравнениям. Это позволяет выделить в качестве одного из разделов физики учение о колебаниях и волнах.

Колебаниями называются процессы, характеризуемые той или иной степенью повторяемости по времени. Если повторения происходят через равные промежутки времени, то колебания называются периодическими, а время полного колебания называется периодом T . Из всех периодических колебаний выделяются наиболее важные и простые в описании – гармонические. К ним относят такие колебания, которые происходят по закону синуса или косинуса:

$$S = A \cos(\omega t + \phi) = A \cos(2\pi\nu t + \phi), \quad (1)$$

здесь S – мгновенное значение колеблющейся величины, A – амплитуда колебания, т.е. наибольшее значение, которое может принимать колеблющаяся величина. Выражение в скобках $\omega t + \phi$ – это фаза колебания, ϕ – начальная фаза колебаний, $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота колебаний. Обычная частота колебаний ν равна числу колебаний за 1 секунду. Тогда $\nu = \frac{1}{T}$.

Колебательные системы могут одновременно участвовать в нескольких колебательных процессах. Под сложением колебаний понимают нахождение результирующего движения тела, участвующего одновременно в нескольких колебательных процессах. Любое движение можно представить как сумму двух или более движений, имеющих одинаковые или разные направления. Под направлением колебаний понимают направление, совпадающее с направлением положительного смещения колеблющейся величины из положения равновесия. При сложении колебаний наибольший интерес представляет сложение одинаково направленных либо перпендикулярных колебаний. Колебания считаются перпендикулярными, если они происходят в одной плоскости вдоль взаимно перпендикулярных прямых. Колебания считаются одинаково направленными, если они происходят в одной плоскости вдоль параллельных прямых.

Сложение колебаний одинаковых частоты и направления колебания

Рассмотрим сложение двух одинаково направленных колебаний, которые совершаются вдоль оси ОХ декартовой системы координат с одинаковой частотой ω , с амплитудами A_1 и A_2 , начальными фазами φ_1 и φ_2 , соответственно

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ и } x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (2)$$

Очевидно, что результирующее колебание будет происходить с той же частотой. Остается определить амплитуду и фазу результирующего колебания. Воспользуемся графическим представлением колебаний методом векторных диаграмм (рис. 1) и выполним сложение векторов амплитуд A_1 и A_2 . Векторные диаграммы предполагают, что колебания представлены векторами A , A_1 и A_2 , вращающимися против часовой стрелки с угловой скоростью ω . Рисунок соответствует моменту времени, равному нулю.

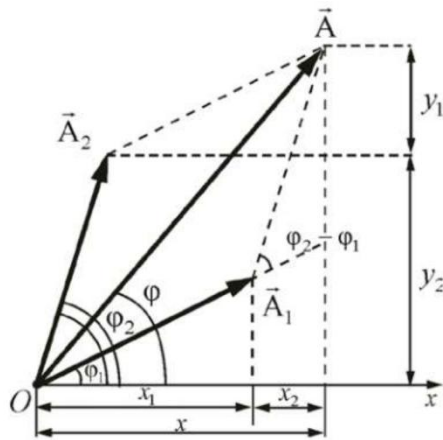


Рис. 1. Сложение колебаний с одинаковыми частотами

Амплитуду результирующего колебания можно определить тригонометрически из сложения соответствующих координат x и y , но проще это сделать по теореме косинусов.

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}. \quad (3)$$

Начальная фаза результирующего колебания, как видно из рисунка, определится формулой:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}. \quad (4)$$

Если подставить тригонометрическое выражение для координат, то получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (5)$$

В частных случаях в зависимости от разности фаз колебаний, участвующих в сложении, возможны следующие варианты, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Частные случаи сложения колебаний

1	$A=A_1+A_2$	$\varphi_2 - \varphi_1 = 0+2\pi n$
2	$A= A_1 - A_2 $	$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi+2\pi n$
3	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$	$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2+2\pi n$

Сложение колебаний близких частот. Биения

Пусть амплитуды складывающихся колебаний равны A , а частоты равны ω и $\omega+\Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$. Начало отсчета времени выберем таким образом, чтобы начальные фазы обоих колебаний были равны нулю:

$$x_1=A\cos \omega t \text{ и } x_2=A\cos(\omega + \Delta\omega)t. \quad (6)$$

Для сложения колебаний используем тригонометрическую формулу сложения косинусов:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}. \quad (7)$$

Учитывая, что $\frac{\omega+\omega+\Delta\omega}{2} \approx \omega$, ввиду малого отличия частот складываемых колебаний, получим:

$$x = 2A\cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cdot \cos \omega t. \quad (8)$$

Результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое с частотой ω , амплитуда A_6 которого меняется по закону:

$$A_6 = \left| 2A\cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|. \quad (9)$$

Частота изменения A_6 в два раза больше частоты изменения косинуса, так как амплитуда берется по модулю. Таким образом, частота биений равна разности частот складываемых колебаний. При выводе соотношений рассматривались циклические частоты. На практике часто используют обычные частоты:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}. \text{ Тогда } \nu_6 = \frac{1}{T_6} = \Delta\nu. \quad (10)$$

График функции (8) изображен на рис. 2а, а функции (9) – на рис. 2б.

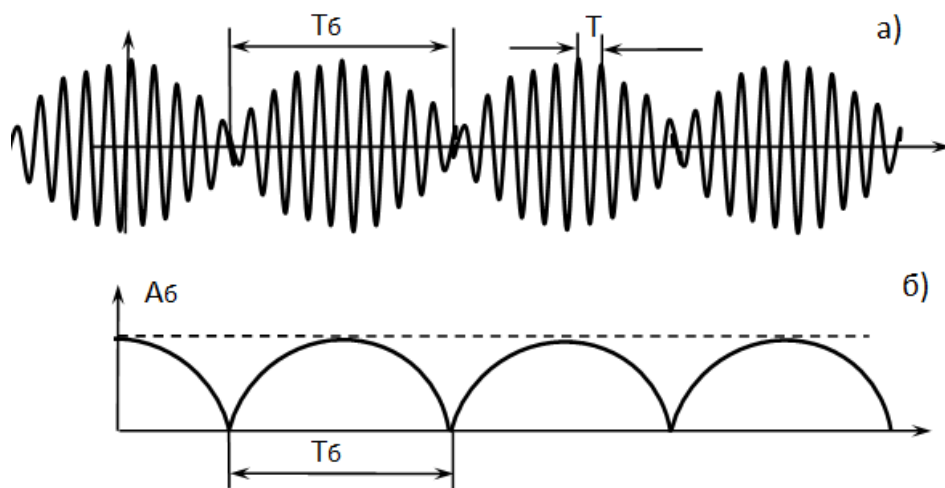


Рис. 2. Биения, полученные при сложении колебаний близких частот

Итак, в результате сложения двух гармонических колебаний одинакового направления с близкими частотами возникают гармонические колебания с пульсирующей амплитудой, которые называются биениями. В данной лабораторной работе биения рассмотрены на примере электрических колебаний. Однако они возникают при сложении любых гармонических колебаний с близкими частотами.

Если у складываемых колебаний частоты, изменяясь, сближаются, то частота биений стремится к нулю (нулевые биения), а период биений, напротив, возрастает, стремясь к бесконечности.

Случай биений – очень эффективный метод сравнения частот с высокой точностью. Бытовой пример – это настройка струнных инструментов. Совпадение частот звучания камертона и струны фиксируют по нулевым биениям, когда период биений стремится к бесконечности.

Можно привести пример с измерением скорости автомобиля полицейским радаром. В сторону движущегося автомобиля направляется высокочастотный радиочастотный импульс. Переносной радар «Барьер» работает на рабочей частоте 10,525 ГГц. Отраженный от автомобиля импульс меняется по частоте за счет эффекта Доплера на очень-очень малое значение, соизмеримое с отношением скорости автомобиля к скорости света. Только биения частот исходного и отраженного импульса позволяют измерить эту разницу сравнительно простым методом и определить скорость автомобиля.

Сложение колебаний кратных частот

Получение аналитических выражений для сложения таких колебаний представляет определенные сложности, поэтому в данной работе не будем производить никаких выкладок. На практике часто встречается, когда к

основному колебанию добавляются гармоники, то есть колебания с кратными частотами, но меньшими амплитудами. В этом случае получается периодическое колебание, которое уже не является гармоническим. В акустике при изучении звука отмечается, что одна и та же нота на различных музыкальных инструментах звучит по-разному. Сами ноты друг от друга отличаются основной частотой. Различная окраска звука (тембр) определяется соотношением амплитуд гармоник. В данной лабораторной работе результат сложения колебаний с кратными частотами будет изучаться качественно, с наблюдением получающейся картинки на экране осциллографа.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В лабораторной работе используется осциллограф для наблюдения периодического сигнала в координатах: по оси ординат – амплитуда сигнала, по оси абсцисс – время. В качестве осциллографа и генератора используется компьютерная программа Soundcard Oscilloscope, использующая звуковой чип компьютера. Данный цифровой осциллограф, используя два независимых канала позволяет изучать сигналы звукового диапазона (20–20000 Гц). Диапазон входного сигнала лежит в диапазоне от 1мкВ до 1 В. Осциллограф также позволяет наблюдать результат сложения взаимно перпендикулярных колебаний, то есть работу в режиме X-Y графика.

После запуска программы на экране появляется следующая заставка (рис. 3).

Основными органами управления осциллографа являются регулятор усиления по вертикали «Amplituda» и ручка растяжения развертки по горизонтали «Time». Поскольку осциллограф двухканальный, то и регуляторов усиления по вертикали тоже два. Второй канал подключается или отключается выставлением галочки в чекбоксе «Sync». Внешние входы осциллографа выведены на клемную коробочку. Кроме этого, имеется возможность подключать входы осциллографа к внутренним выходам двухканального генератора. Нижняя кнопка «Channel Mode» позволяет производить, помимо обычного подключения, некоторые манипуляции с входными сигналами (сложение, вычитание, умножение).

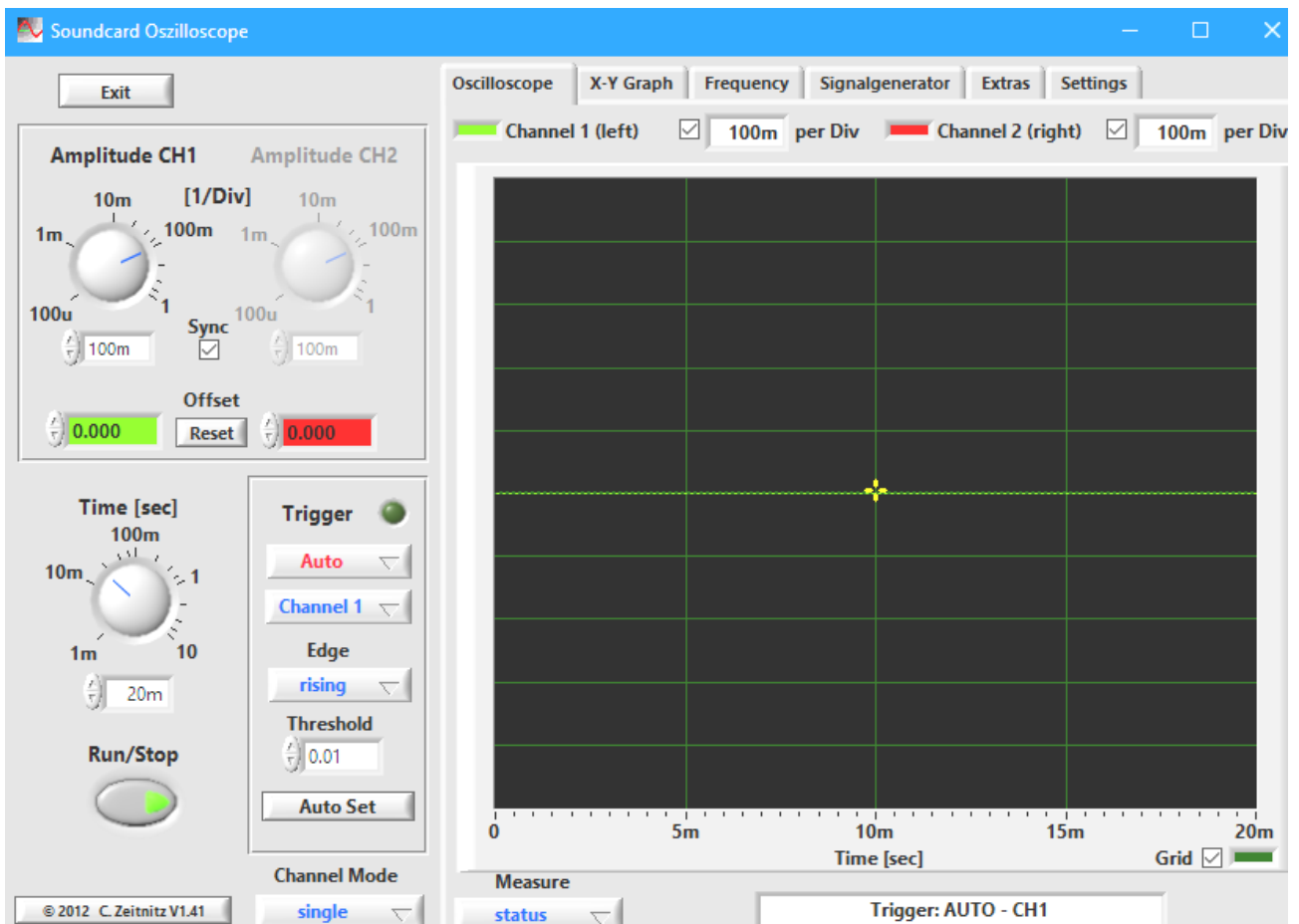


Рис. 3. Окно программы осциллографа

Для запуска генератора необходимо выбрать (нажать) в ряду закладок в верхнем ряду «Signalgenerator». В появившемся окне следует нажать во втором ряду сверху кнопку «Signalgenerator in separate windows». В этом случае программа генератора сможет работать в отдельном окне на экране компьютера (рис. 4). После этого следует отодвинуть вправо появившееся окно управления генератором. Для восстановления окна осциллографа в ряду закладок основной программы нужно выбрать закладку «Oscilloscope». После этого на экран вернется окно программы осциллографа.

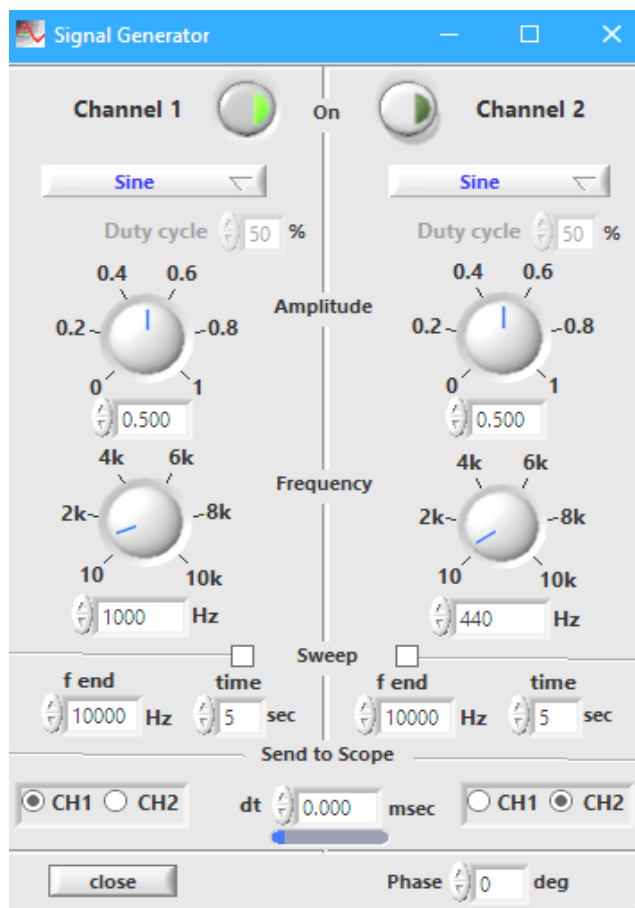


Рис. 4. Окно программы генератора

Генератор имеет два канала, что позволяет ему генерировать два независимых сигнала различного типа (синусоида, меандр, треугольная и пилообразная форма), частота которых лежит в звуковом диапазоне (20–20000 Гц). Амплитуда сигналов может плавно изменяться от 0 до 1 вольта. У каждого генератора по два регулятора, верхний из которых изменяет амплитуду выходного сигнала, нижний – частоту. В верхней части окна расположены кнопки включения первого и второго канала генератора. Чуть ниже размещены кнопки с выпадающим меню для выбора формы сигнала. В нижней части окна находятся чекбоксы CH1 и CH2 для внутреннего подключения к первому или второму каналам осциллографа. Выходы генератора также выведены на клеммную коробочку для подключения внешних устройств.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Упражнение 1. Сложение колебаний с одинаковыми частотами, различными амплитудами и различными начальными фазами

1. Запустите компьютерную программу Soundcard Oscilloscope через ярлык на рабочем столе. Изучите ее работу и откройте в 2 разных окнах осциллограф и 2-канальный генератор. Запустите генераторы в работу, нажав кнопки «on», расположенные сверху.

2. Установите в обоих каналах одинаковые частоты генераторов из диапазона (100–1000Гц), амплитуды колебаний установите разные из диапазона (0.2–0.8 В)
3. Выберите на панели генератора подачу сигнала на первый канал осциллографа. Опции внизу «Send to Scope» должны быть выбраны CH1 и CH1.
4. На панели осциллографа нижний переключатель «Channel Mode» нужно выбрать как «CH1+CH2», на экране должна появиться синусоида. Подберите масштаб изображения регулятором «Amplituda», чтобы синусоида занимала не менее половины экрана по высоте, а регулятором «Time» чтобы на экране было 15–20 колебаний.
5. Переключатель «Measure» переведите в положение «Hz and volt», после этого поставьте галочку в чекбоксе «Voltage». В верхней части экрана осциллографа появятся результаты измерения амплитуды. Принимайте во внимание число после V_{eff} , показывающее эффективное значение переменного напряжения, оно в 1.41 раз меньше амплитудного.
6. Проверяем частные случаи сложения колебаний из таблицы 1, устанавливая последовательно разность фаз складываемых колебаний «Phase», равные, 0° , 90° , 180° . Результирующая амплитуда измеряется при включенных обоих каналах генератора. Первая амплитуда измеряется при выключенном втором канале генератора, вторая – при выключенном первом.
7. Сложите измеренные амплитуды по формулам из таблицы и сравните с измеренной результирующей амплитудой, заполнив результатами таблицу 2.

Таблица 2

Результаты измерений сложения колебаний

$\Delta\varphi$	A_1	A_2	A (измерен.)	A (рассчит.)
0°				
180°				
90°				

Упражнение 2. Изучение биений

1. Выполнение второго упражнения начинается с теми настройками генератора и осциллографа, которые были после первого упражнения.
2. Установите на первом канале генератора одну из частот (800, 900, 1000 Гц). Частоту второго генератора установите больше на величину из диапазона (50, 60, 70 Гц). Выходные напряжения (амплитуды колебаний) установите равными из диапазона (0.2–0.8 В). На экране должна появиться картина биений подобно картинке в теории. При необходимости регуляторами «Amplituda CH1» и «Time» отмасштабируйте картинку колебаний на экране, чтобы изображение примерно соответствовало рис. 2. Колебания должны умещаться на экране по вертикали, а по горизонтали было 1–3 периода биений.
3. На панели осциллографа переключатель «Measure» переведите в положение «kursor», после этого поставьте галочку в чекбоксе «Time». На экране

должны появиться две вертикальные линии (курсоры), между которыми осциллограф измеряет и выводит на экран результат измерения времени.

4. Переместите первый курсор на первый минимум амплитуды, второй курсор – на соседний минимум. Полученное на экране число равно периоду биений.
5. Занесите результаты измерений в таблицу 3 и убедитесь, что полученные результаты соответствуют формуле 10.

Частота ν_1 , Гц	Частота ν_2 , Гц	Период биений T_6	Частота биений ν_6 , Гц

Упражнение 3. Сложение колебаний кратных частот

1. Выполнение третьего упражнения начинается с теми настройками генератора и осциллографа, которые были после первого предыдущего упражнения.
2. Установите на первом канале генератора одну из частот (50, 100 Гц). Частоту второго генератора установите больше в 2 раза. Отмасштабируйте картинку на экране по рекомендациям, изложенным в предыдущем упражнении, и зарисуйте картинку в тетради.
3. Установите частоту второго генератора больше первого в 10 раз. Зарисуйте полученную картинку в тетради.
4. Сделайте выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие процессы называются колебательными? Приведите примеры. Что такое период?
2. Какие колебания называются гармоническими? Запишите уравнение гармонических колебаний.
3. Что такое амплитуда, фаза, частота, циклическая частота?
4. Запишите выражение для нахождения амплитуды результирующего колебания при сложении колебаний одинаковых частот и разных амплитуд.
5. Запишите выражение для нахождения фазы результирующего колебания при сложении колебаний одинаковых частот и разных амплитуд.
6. Что такое биения? Когда они возникают?
7. Вывести уравнение биений.
8. Как можно использовать биения на практике?
9. Нарисуйте картину результирующего колебания для случая, когда частоты отличаются в 5–10 раз.
10. Расскажите, как точно измеряют амплитуду колебания цифровым осциллографом
11. Расскажите, как точно измеряют период биений цифровым осциллографом.

Лабораторная работа № 37

СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ОДНОГО НАПРАВЛЕНИЯ. БИЕНИЯ

Методические указания
к лабораторной работе по физике
для студентов всех направлений подготовки

Составители: Сундуков В.И., Фурер В.Л.