РОССИЯ ФЕДЕРАЦИЯСЕНЕҢ МӘГАРИФ ҺӘМ ФӘН МИНИСТРЛЫГЫ

КАЗАН ДӘҮЛӘТ АРХИТЕКТУРА-ТӨЗЕЛЕШ УНИВЕРСИТЕТЫ

Механика кафедрасы

Кысылган баганана тотрыклыгы

270800 “Төзелеш” белгечләр әзерләү юнәлешенең
“Сәнәгый һәм иҗтимагый төзелеш” профиле студентлары өчен
хисаплау-сызым эше буенча методик кулланма

Казан
2015

УДК 539.3
ББК 22.251
Н26

Н26.Техник механика курсының «Кысылган багананың тотрыклылыгы» темасы буенча хисаплау-сызу эшенә методик кулланма / В.Г. Низамеев. Казан: КДАТУ, 2015 – 26 б.

Методик кулланмада «Кысылган багананың тотрыклыгы» темасы буенча хисаплау-сызу эшен башкару өчен теоретик төшенчәләр, үрнәк мисал, башлангыч биремнәр һәм белешмә мәгълүматлар бирелгән.

Рецензент:
КГАСУның физика, электротехника һәм автоматика кафедрасы мөдире
ф.-м.ф.д. **Р.Г. Яхин**

УДК 539.3
ББК 22.251

© Казан дәүләт архитектура-төзелеш университеты, 2015.
© Низамеев В.Г., 2015.

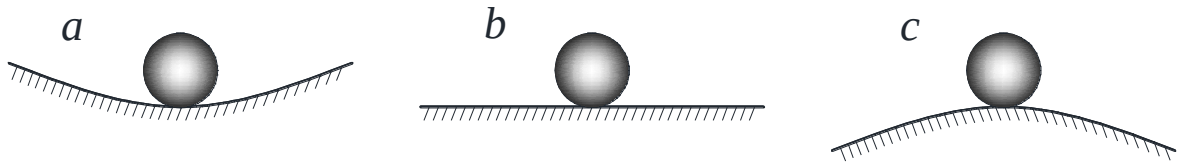
I. КЫСЫЛГАН БАГАНАНЫҢ ТОТРЫКЛЫГЫ

1. Тотрыклык һәм хәтәр көч турында төшенчә

Тотрыклык төшенчәсе күп төрле өлкәләрдәге системаларны өйрәнү өчен кулланыла. Бу механика, биология, химия, экономика, һәм башка өлкәләр булырга мөмкин.

Системаның тотрыклы торышын түбәндәгечә аңлатырга мөмкин. Тигезләнештә торган җисемгә кечкенә көч белән тәэсир иткәч, ул бераз тайпылып, кире кайтса, аның торышы тотрыклы дип атала. Әгәр җисемнең тигезләнеш торышы сыйфаты мондый булмаса, җисем торышын тотрыксыз диләр.

Теоретик механикадан билгеле булганча, абсолют каты җисемнең өч төрле тигезләнеш торышы булырга мөмкин (1 рәс. кара): ***a***) тотрыклы, ***b***) битараф, ***c***) торыксыз.



1 рәс. Шарның өч төрле торышы.

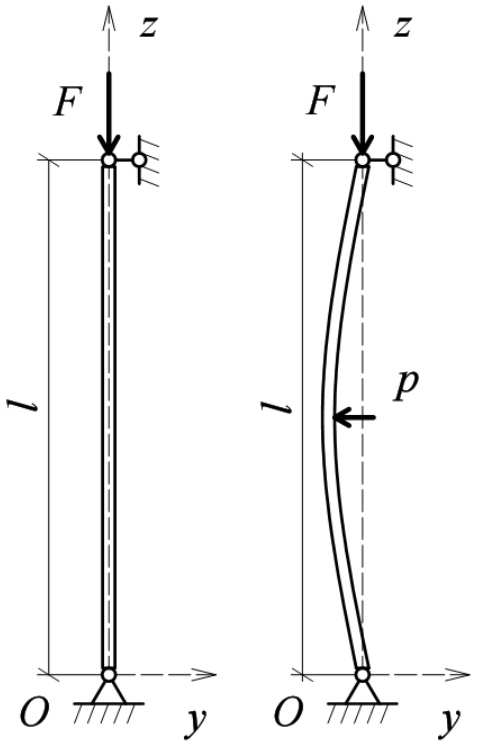
Кысылган озын сүрекнең тигезләнеше дә тотрыклы, битараф, торыксыз булырга мөмкин. Моны тәжрибәдә ачыклау өчен сүреккә кечкенә ***p*** көче куеп, аңа горизонталь тайпылдырыш бирергә кирәк (2 рәс). Моның нәтиҗәсендә сүрек кәкрәя. Әгәр, тайпылдыру көчен алгач, сүрек үзенең башлангыч туры тигезләнеш торышына кайтса, аның торышы **тотрыклы** дип атала. Тайпылдыру көчен алгач сүрек кәкре булып калса, аның торышы **тотрыксыз** була.

Сүрекнең тотрыклы туры тигезләнеш торышына туры килгән иң зур кысу көче $F_{кр}$ *хәтәр (критик) көч дип атала.*

$F < F_{кр}$ булган кысу көчләре тәэсир иткәндә сүрек үзенең бердәнбер туры тигезләнеш торышын саклый.

Әгәр дә $F \geq F_{кр}$ булса, сүрекнең туры тигезләнеш торышыннан тыш, кәкрәйгән тигезләнеш торышлары да барлыкка килә. $F > F_x$ көчләре өчен, сүрекнең туры тигезләнеш торышы инде тотрыксыз, ә кәкре торышы

тотрыклы була. $F = F_{кр}$ булганда, сүрекнең торышы битараф торышка туры килә, чөнки сүрекнең туры һәм кәкре формалары тотрыклык ягыннан бертөрле.



Рәс. 2.

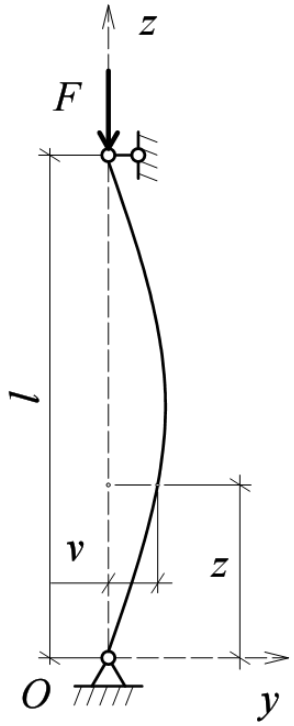
Шулай итеп, хәтәр көч сүрекне кәкрәйтә һәм бөгү деформациясен барлыкка китерә, көч белән деформация арасындагы сызыкча бәйләнеш югала. Бу очракта кысу көченең аз гына артуы да деформацияләрнең зур үсешенә китерә. Бу күренеш **буйга бөгелү** дип атала. Мондый торышка күчү, **тотырыклыкны югалту** дип атала, һәм, кагыйдә буларак, сүрекнең (конструкциянең) күтәрүчәнлеге югалуга китерә.

Конструкция, корылмаларның тотырыклы тигезләнеш торышын канәгатьләндерү өчен, йөкләмне хәтәр дәрәҗәгә җиткермәскә – азрак итеп, көчне $P=\alpha P_x$ итеп, $\alpha<1$ булган запас коэффициенты белән алырга кирәк.

2. Шарнирга беркетелгән сүрекнең хәтәр көче. Эйлер формуласы

Кысылган сүрекнең хәтәр көчен билгеләү мәсьәләсен беренче булып Л. Эйлер (1774 елда) чишкән. Эйлер буенча, башта төз булган сүрекне кәкре тигезләнеш торышта тота ала торган, сүрек үзәге буенча юнәлгән иң кечкенә кысу көче **критик (хәтәр) көч** дип атала.

Әйтик, төз сүрекккә $F = F_{кр}$ көче тәэсир иткәндә, туры тигезләнеш торышыннан тыш, аның $v(z)$ бөгелеш функциясе белән билгеләнә торган тигезләнеш торышы да барлыкка килә (*3 рәс.*). Сүрекнең аркылы кисемендә барлыкка килгән бөгү моменты $M_x = F\,v(z)$ була.



3 рәс. Башлары шарнирга беркетелгән багананың бөгелгән формасы

Кәкрәйгән сүрек күчәренең дифференциал тигезләмәсен кулланыйк:

$$EJ_x \frac{d^2v}{dz^2} = -M_x .$$

Бу тигезләмәгә $M_x = F \cdot v$ дип куеп, һәм ике ягын да EI_x ка бүлеп, икенче дәрәҗәдәге бериш дифференциаль тигезләмәгә киләбез:

$$\frac{d^2v}{dz^2} + k^2 v = 0, \text{ биредә } k^2 = \frac{P_{кр}}{EJ_x} . \qquad (1)$$

Дифференциаль тигезләмәнең чишешеше (гомуми интегралы) түбәндәгечә була:

$$v = A \cdot \sin kz + B \cdot \cos kz . \qquad (2)$$

Монда A и B – интеграллау даимиләре. Аларны билгеләү өчен кырый шартларын кулланыйк.

Беренче кырый шарты $z = 0$ булса, $v = 0$. Аны (2) тигезләмәсенә куеп, $B = 0$ дигән нәтиҗәгә киләбез. Шулай итеп, сүрекнең кәкрәйгән күчәре тигезләмәсе мондый рәвешкә килә:

$$v = A \cdot \sin kz \qquad (3)$$

Икенче кырый шарты $z = l$ булса, $v = 0$, ягъни $A \cdot \sin kl = 0$. Бу шарт ике очракта үтәлә: *1)* $A = 0$; *2)* $\sin kl = 0$.

Беренче очрак сүрекнең туры тигезләнеш халәтенә туры килгәнгә, ул безне кызыксындырмый.

Икенче очрак үтәлесен өчен, $kl = n\pi$ булырга тиеш. Биредә $n = 1, 2, 3, ..$ – теләсә нинди бөтен сан. Димәк, $k = \frac{n \cdot \pi}{l}$. Икенче яктан, $k = \sqrt{\frac{P_{кр}}{EJ}}$ булганлыктан,

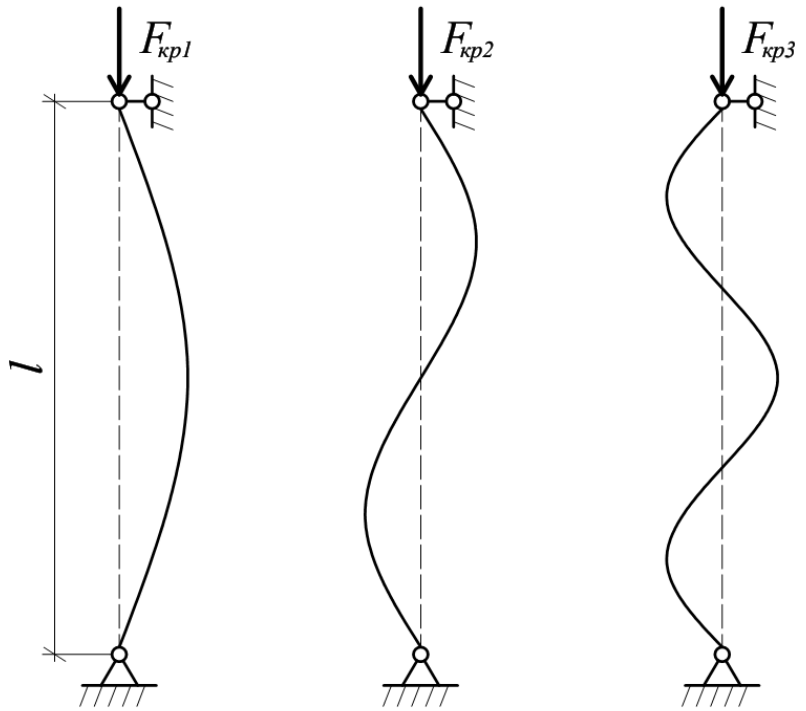
$$P_{кр} = \frac{(n\pi)^2 EJ_x}{l^2} \tag{4}$$

икәне килеп чыга.

Һәрбер n-га, үз хәтәр көче туры килә:

$$P_{кр1} = \frac{\pi^2 EJ_x}{l^2},\ P_{кр2} = \frac{(2\pi)^2 EJ_x}{l^2},\ P_{кр3} = \frac{(3\pi)^2 EJ_x}{l^2}, \ldots .$$

Шулай ук, һәр хәтәр көчкә үз тигезләнеш формасы була. Аларны билгеләү өчен $k = n\pi/l$-не бөгелеш функциясенә куябыз: $v = A \cdot \sin \frac{n\pi}{l} z$.



4 рәс. Кысылган сүрекнең торыклыгын югалту формалары

Шулай итеп, беренче хәтәр көч тәэсир иткәндә сүрек синусоиданың бер ярымдулкыны буенча бөгелә, ә калган хәтәр көчләр өчен $n\pi$ ярымдулкыны ясала (4 рәс. кара).

Әлбәттә, монда хәтәр көчләрнең беренчесенән калганнары тотрыксыз торышка туры килгәнен билгеләп китәргә кирәк.

Инженерча хисаплаулар өчен минималь, ягъни беренче хәтәр көч мөһим:

$$\boxed{P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_x}{l^2}}. \qquad (5)$$

Бу формула хәтәр көчне билгели торган Эйлер формуласы дип атала.

Эйлер формуласыннан күренгәнчә, хәтәр көч сүрек материалының ныклыгына бәйле түгел.

Шулай ук, формуланы чыгарганда, сүрек синусоида буенча бөгелгәне билгеләнде, ә бөгелешләр зурлыгы билгеләнмәде (А константасы билгесез булып калды). Моның сәбәбе – кулланылган дифференциаль тигезләмәнең төгәлсезлегенә (якынча булганлыгына) бәйле. Әгәр дә аның урынына $\frac{v''}{[1+(v')^2]^{3/2}} + k^2 v = 0$ төгәл тигезләмәсен кулланса к $F \geq F_x$ көчләренә туры килгән бөгелеш кыйммәтләрен дә билгеләп була.

3. Сүрек беркетелүнең хәтәр көчкә йогынтысы

Бер башы гына кыстырып беркетелгән сүрекне карыйк. Мондый очрак өчен хәтәр көчне шарнирга беркетелгән өрлек белән чагыштырып билгеләргә мөмкин. Чыннан да, сүрекнең деформацияләнү формасын синусоиданың ярымдулкынына кадәр җиткерсәк (5 рәс.), ул $2l$ озынлыгындагы ике очы да шарнирга беркетелгән сүреккә охшап кала. Шулай булгач, бу очракта хәтәр көчне Эйлер формуласына l урынына $2l$-ны куеп билгеләп була.

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_x}{(2l)^2}$$

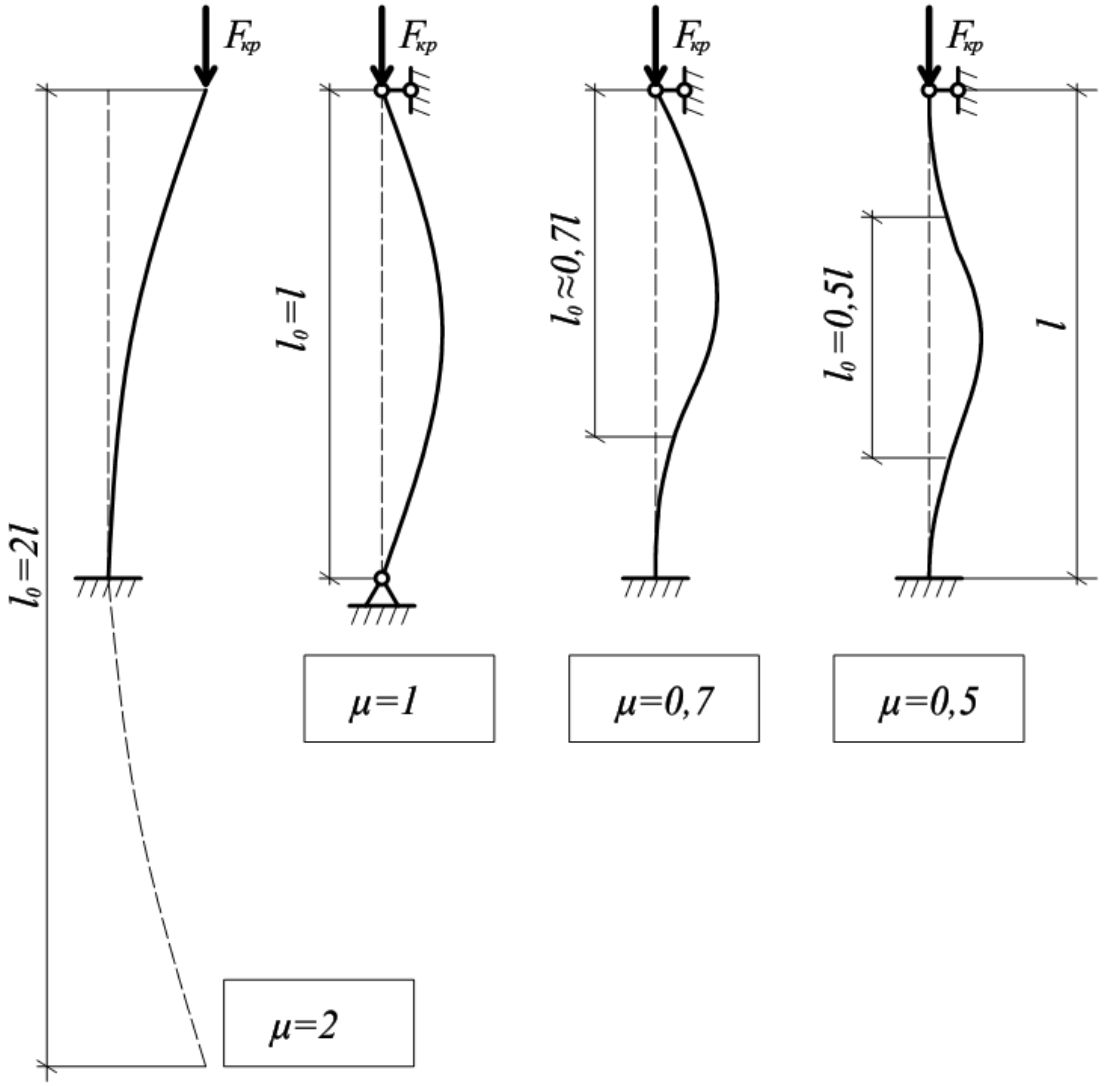
Шуңа охшатып, башкача беркетелгән сүрекләр тотрыклыгын да тикшереп була (5 рәс.). Хәтәр көчнең гомуми формуласын болай язарга мөмкин:

$$\boxed{P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}},$$

биредә $l_0=\mu l$ – сүрекнең китерелгән озынлыгы, μ – китерелгән озынлык

коэффициенты.

Китерелгән озынлык коэффициенты $\boldsymbol{\mu}$ – ярымдулкын төзү өчен ничә сүрек озынлыгы кирәклеген күрсәтә.



5 рәс. Китерелгән озынлык коэффициенты

Сүрек, әлбәттә, катылыгы минималь булган яссылыкта бөгелә, шуңа күрә Эйлер формуласына минималь инерция моменты куела. Әмма, $\boldsymbol{x}$ һәм $\boldsymbol{y}$ буенча инерция яссылыкларында терәкләр төрлечә беркетелгән булса, тотрыклык югалту ике төрле булырга мөмкинлеген исәпкә алырга кирәк. Бу очракта:

$$P_{\text{крх}} = \frac{\pi^2 EJ_x}{(\mu_x l)^2} \text{ һәм } P_{\text{кру}} = \frac{\pi^2 EJ_x}{(\mu_y l)^2}.$$

Киләчәктә хисаплау өчен табылган ике хәтәр көчнең кечерәген калдыралар.

4. Хәтәр көчәнеш. Бөгелүчәнлек. Эйлер формуласын куллану чиге Ясинский формуласы

Критик көчне сүрекнең аркылы кисем майданына бүлеп, критик көчәнешне билгеләп була

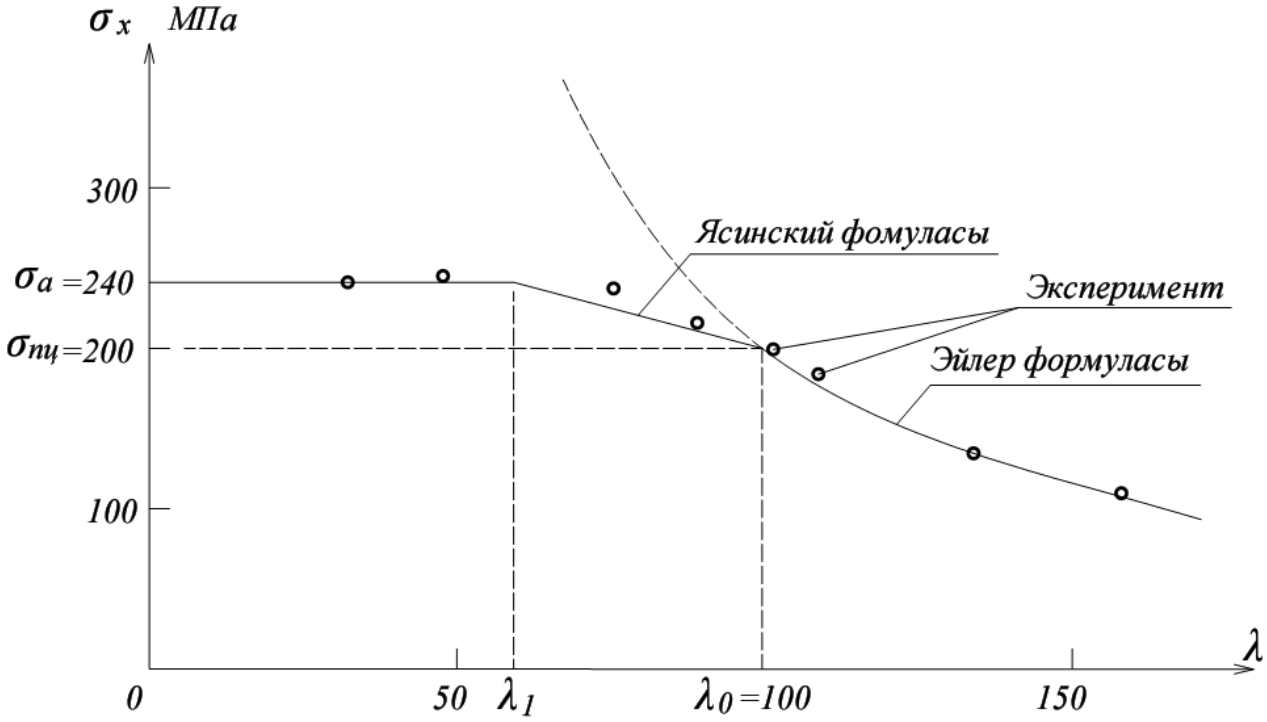
$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{A(\mu l)^2}.$$

$\frac{J_{\min}}{A} = i_{\min}^2$ икәнлеген исәпкә алсак,

$$\boxed{\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}}. \qquad (6)$$

Монда $\boxed{\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}}$ сүрекнең бөгелүчәнлеге дип атала.

6 рәс. $\sigma_{кр}$ белән λ арасындагы бәйләнешнең графигы бирелгән.



6 рәс. $\sigma_{кр}$ белән λ арасындагы бәйләнеш

Эйлер формуласын чыгарганда материал эластик һәм Гук законына буйсына дип саналды. Шулай булгач, Эйлер формуласын хәтәр көчәнеш

пропорцианальлек чигеннән кимрәк булганда гына кулланырга мөмкин.

Хәтәр көчәнешне пропорцианальле чигенә тигезләп, сүрекнең төрле материаллар өчен чик бөгелүчәнлеген билгеләп була.

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \sigma_{пр}, \text{ моннан } \lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пр}}}.$$

Юнг модуле $E \approx 2{,}0 \cdot 10^6$ кГ/см^2, пропорционаллык чиге $\sigma_{пр} \approx 2000$ кГ/см^2 булган **С235** класслы корычның чик бөгелүчәнлеген билгелик:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пр}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 2{,}0 \cdot 10^6}{2000}} \approx 100$$

Башка материаллар өчен дә Эйлер формуласының кулланылу чиген хисаплап була. Мәсәлән, нарат агачының $\lambda_0 \approx 110$.

Шулай итеп, бөгелүчәнлеге $\lambda \geq \lambda_0$ булган сүрекләрнең хәтәр көчен Эйлер формуласы буенча хисаплап була, ә $\lambda < \lambda_0$ булса – бу формула дөрес нәтиҗә бирми, шуңа күрә графикта ул штрих сызык белән күрсәтелгән.

Әгәр дә сүрек җитәрлек дәрәҗәдә кыска һәм $\lambda < \lambda_1$ булса, ул тотрыклыгын югалтмый, ә җимерелүе сәбәбе сүрекнең ныклыгынагына бәйле була. Сүректәге көчәнешләр ныклык чигенә (материал уалучан булса), яисә агучанлык чигенә (пластик материал булса) җитә.

Сүрекнең бөгелүчәнлеге $\lambda_1 < \lambda < \lambda_0$ булса, хәтәр көчне хисаплау өчен Ф.С. Ясинский тәкъдим иткән эмпирик фурмаланы кулланалар(рәсемдә – авыш туры сызык):

$$\boxed{\sigma_{кр} = a - b\lambda}$$ – Ясинский формуласы.

Биредә **a, b** экспериментта билгеләнә торган, сүрекнең материалына бәйле зурлыклар *[кН/см^2]*. Төрле материаллар өчен аларны белешмәлекләрдән табарга мөмкин.

Сүрекне үзәге буенча кысканда мөмкин булган иң зур кысу көчәнешләре 6 рәсемендә күрсәтелгән. Бу көчәнешләр нәтиҗәсендә сүрек ныклыгын югалтып, яки тотрыклыгын югалтып җимерелә. Җимерелү сәбәбе бөгелүчәнлек белән билгеләнә. Шуңа күрә сүрекләрне бөгелүчәнлек буенча шартлы рәвештә өч төргә бүләләр:

– бөгелүчән сүрекләр – $\lambda \geq \lambda_0$, $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$;

– аз бөгелүчән сүрекләр – $\lambda_1 < \lambda < \lambda_0$, $\sigma_{кр} = a - b\lambda$;

– бөгелмәүчән сүрекләр – $\lambda < \lambda_1$, $\sigma_{кр} = \sigma_a$.

5. Сүрекнең тотрыклыгын гамәли хисаплау

Сүрекнең тотрыклыгын ышанычлы итү өчен

$$\sigma_z \le \frac{\sigma_{кр}}{k}$$

тигезсезлеге үтәлергә тиеш. биредә k –тотрык запасы коэффициенты. Ул сүрекнең геометрик төгәлсезлекләрен, көчнең үзәктән читкәрәк куелу мөмкинлеген, төрлечә беркетелүен h. б.-ны исәпкә алырга тиеш.

Гамәли хисаплау өчен тотрыклык шартын материалның хисаплау каршылыгына (яисә рөхсәти көчәнешкә) бәйләп язалар:

$$\boxed{\sigma_z = \frac{P}{A_{бр}} \le \varphi R} \qquad (6)$$

Монда $A_{бр}$ – сүрекнең аркылы кисеменең тулаем (брутто) мәйданы, чөнки җирле кимчелекләр (заклепка, болт тишекләре, сырлар h. б.) хәтәр көчкә исәпкә алырлык дәрәҗәдә тәэсир итмиләр.

φ - буйга бөгелү коэффициенты. Ул сүрек буйга бөгелгән очракта, хисаплау каршылыгын күпмегә киметергә кирәклеген билгели, һәм, хәтәр көчкә бәйле буларак, сүрекнең материалына һәм бөгелүчәнлегенә бәйле.

Төрле материаллар өчен φ коэффициентының бөгелүчәнлеккә бәйлелеге белешмәлекләрдә аналитик яки таблица рәвешендә бирелә. Мәсәлән, СНиП-та корыч өчен таблица бирелә. Агач өчен түбәндәге формулаларны кулланырга мөмкин:

$\lambda \le 70$ булса, $\varphi = 1 - 0{,}8\left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$;

$\lambda > 70$ булса, $\varphi = \frac{3000}{\lambda^2}$.

(6) шартының шул ягы уңай – ул сүрекнең тотрыклыгын сузу һәм кысуда кулланыла торган хисаплау каршылыгы аша тикшерергә мөмкинлек бирә.

Мәсәлән, кысылган сүрекнең тотрыклыгын тикшерәсе яки аның күтәрүчәнлеген (максималь рөхсәти көчне) билгелисе булса, моны (6) шартын турыдан-туры кулланып башкарып була.

Әгәр дә инде тотрыклык шартыннан сүрекнең аркылы кисемен билгелисе булса (озынлыгы һәм материалы, ничек беркетелүе бирелгән), мәсьәлә бераз катлаулана. Тотрыклык шартында ике билгесез зурлык килеп чыга: аркылы кисем мәйданы A һәм φ коэффициенты (φ бөглүчәнлеккә бәйле һәм ул билгесез, чөнки аркылы кисем бирелмәгән). Бу очракта эзлекле якынаю методын кулланалар.

Моның өчен φ коэффициентына башлангыч кыймммәт бирәләр (мәсәлән, $\varphi_1=0,5$ дип) һәм (6) шартыннан сүрекнең аркылы кисем мәйданын хисаплылар. Табылган мәйдан буенча кисем сайлана, кисемнең инерция радиусы хисаплана, ә инерция радиусы һәм китерелгән озынлыгы буенча $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ бөгелүчәнлеге билгеләнә. Аннан чыгып бөгелүчәнлек коэффициентыны φ яңа кыймммәте φ_1' билгеләнә. Әлбәттә гомуми очракта φ_1' зурлыгы φ_1-гә тигез булмый. Шуннан соң $\varphi_2 = (\varphi_1-\varphi_1')/2$ дип икенче якынча кыммәт алына. Эзлекле якынаю процессы (6) шарты җитәрлек төгәллек белән үтәлгәнче дәвам ителә. Гамәлдә **2-3%** төгәллек җитә.

II. “ТОТРЫКЛЫК” ТЕМАСЫ БУЕНЧА ХИСАПЛАУ-СЫЗУ ЭШЕ
«Тезелмә кисемле колоннаның тотрыклыгын хисаплау»

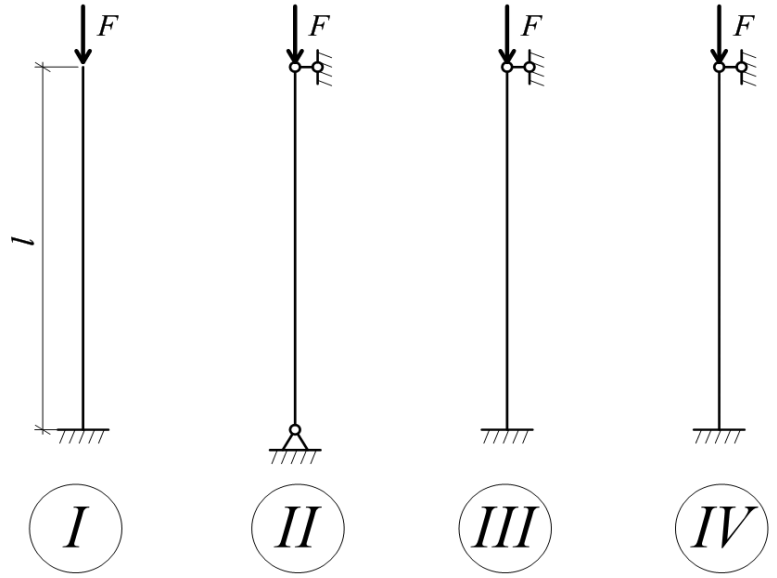
Башлангыч бирелеш шифр буенча түбәндәге рәсемнәрдән һәм таблицадан сайлап алына.

1. Шифр буенча алынган колонна өчен, буйга бөгелешен исәпкә алып (тотрыклык шартыннан), стандарт прокат профиль сайлап алырга. Хисаплауны эзлекле якынаю методы буенча, хисаплау каршылыгын (рөхсәти көчәнешне) киметкеч φ коэффициентын кулланып башкарырга.
2. Багананың бөгелүчәнлеге ике юнәлештә дә тигез дип алып, аның тармаклары арасын хисапларга.
3. Аерым тармак бөгелүчәнлеген багананыкына тигез дип алып, тоташтыргыч планка араларын хисапларга.

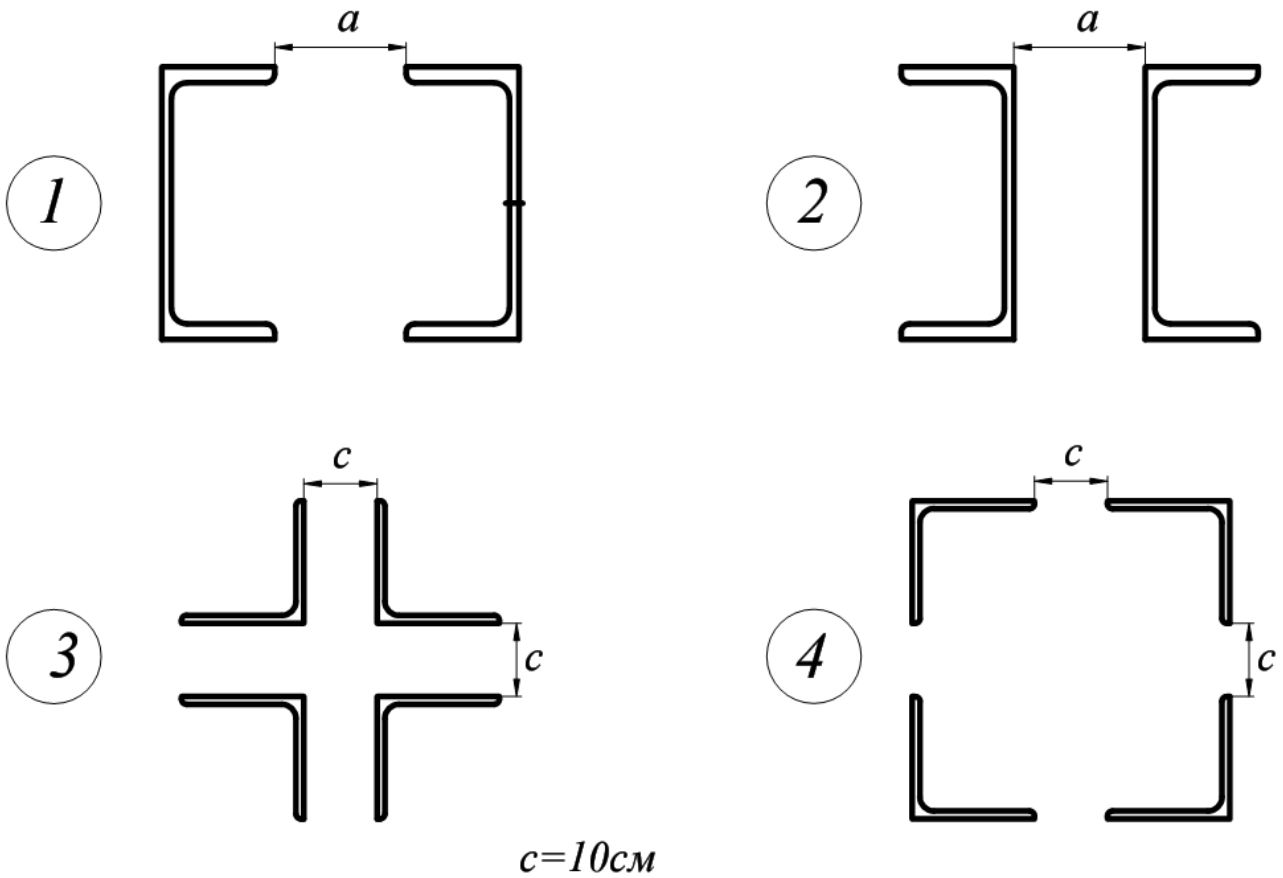
Таблица

№	*А*	*Б*	*В*	*Г*
	Схема	**Кисем**	**F [кН]**	**L[м]**
1	IV	1	600	6.0
2	III	2	500	5.0
3	II	3	700	5.5
4	I	4	550	6.5
5	IV	1	450	5.75
6	III	2	800	6.25
7	II	3	650	5.25
8	I	4	750	6.25
9	III	2	600	5.6
0	II	3	850	6.4

Колоннаны беркетү схемасы



Колоннаның аркылы кисеме

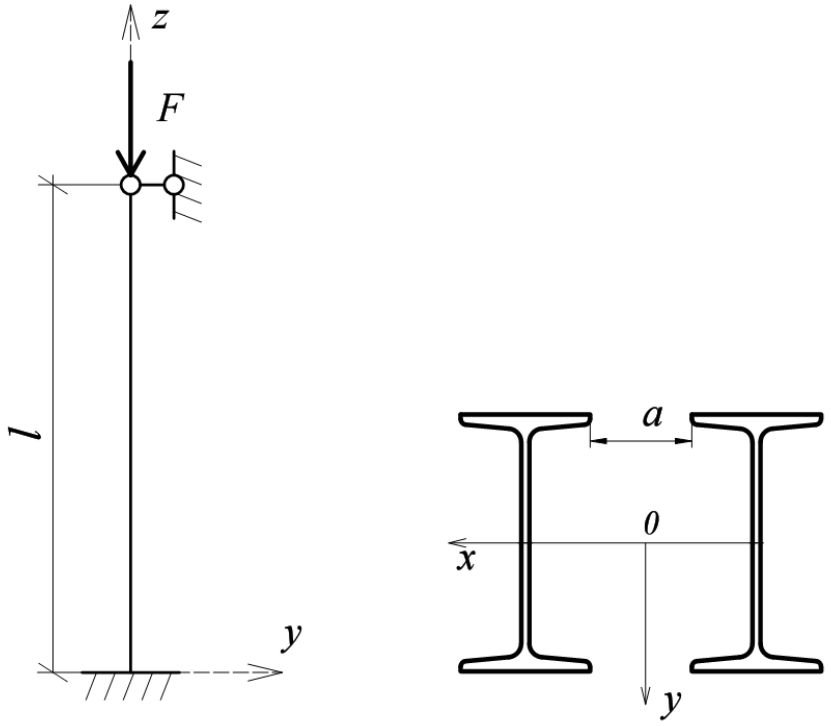


III. ХИСАПЛАУ МИСАЛЫ.

Бер башы шарнирга беркетелгән, икенче башы кыстырылган, *F=800 кН* көч белән кысылган, озынлыгы *L=6м* колонна бирелгән.

Колонна өчен: прокат икетаврларыннан кисемен сайларга; бөгелүчәнлеген ике юнәлештә дә тигез дип алып, аның тармаклары арасын хисапларга; аерым тармакның бөгелүчәнлеген колоннаныкына тигез итеп алып, тоташтыргыч планка араларын хисапларга.

Материал – корыч С235 (ГОСТ 27772), *R=230 МПа=23 кН/см*^{2} .



Чишү:

1. Тотрыклык шартыннан чыгып, багананың кисемен сайлыбыз. Хисаплауны эзлекле якынаю методы буенча, хисаплау каршылыгын (рөхсәти көчәнешне) киметкеч φ коэффициентын кулланып башкарабыз.

Тотрыклык шарты: $\sigma_z = \dfrac{F}{A} \le \varphi \cdot R$, моннан $A \ge \dfrac{F}{\varphi \cdot R}$.

Беренче якынаю.

$$\varphi_1 = 0{,}5 \qquad A = \frac{800}{0{,}5 \times 23} = 69{,}57 см^2 \quad .$$

Бер профиль кисеменең (икетаврның) мәйданы

$$A^I = \frac{A}{n} = \frac{69{,}57}{2} = 34{,}79 см^2 .$$

Прокат профильләр өчен сортамент таблицасыннан (*ГОСТ 8239-72*) икетавр *№24* туры килә ($A^I = 34.8$ см^2, $i_x^I = 9.97$см^2).

Колоннаның бөгелүчәнлеген хисаплыйбыз. Икетаврлар арасын үзгәртеп, y күчәренә карата бөгелүчәнлекне кирәк кадәр үзгәртеп булганга, иң аз бөгелүчәнлек x күчәренә карата була.

$$\lambda_x = \frac{\mu L}{i_x} = \frac{0,7 \times 800}{9.97} = 56,17,$$

монда $i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2I_x^I}{2A^I}} = i_x^I$.

Хисаплапланган λ_x буенча таблицадан (*3 табл., 9 бит*) сызыкча интерполяция ясап φ_1' кыймәтен табабыз:

$$\left.\begin{array}{ll} \lambda = 50 & \varphi = 0,852 \\ \lambda = 60 & \varphi = 0,805 \end{array}\right\}$$

$$\lambda_x = 56,17 \qquad \varphi_1' = 0,852 - \frac{0,852 - 0,805}{10} \cdot 6.17 = 0,823$$

<u>*Икенче якынаю.*</u>

$$\varphi_2 = \frac{0,5 + 0,823}{2} = 0,662 \qquad A = \frac{800}{0,662 \times 23} = 52,54\text{см}^2 \quad .$$

Бер икетаврның мәйданы

$$A^I = \frac{A}{n} = \frac{52,54}{2} = 26,27\text{см}^2$$

Прокат профильләр сортаменты таблицасы (*ГОСТ 8239-72*) буенча, бу мәйданга икетавр *№20* туры килә ($A^I = 26.8$ см^2, $i_x^I = 8.28$см^2).

Колоннаның бөгелүчәнлеген хисаплыйбыз:

$$\lambda_x = \frac{\mu L}{i_x} = \frac{0,7 \times 800}{8.28} = 67,63,$$

Хисаплапланган λ_x буенча φ_2' кыймәтен табабыз.

$$\left.\begin{array}{ll} \lambda = 60 & \varphi = 0,805 \\ \lambda = 70 & \varphi = 0,754 \end{array}\right\}$$

$$\lambda_x = 67,63 \qquad \varphi_2' = 0,805 - \frac{0,805 - 0,754}{10} \times 7.63 = 0,766$$

Өченче якынаю.

$$\varphi_3 = \frac{0,662 + 0,766}{2} = 0,714 \qquad A = \frac{800}{0,714 \times 23} = 48,72см^2 \qquad .$$

Бер икетаврның мәйданы

$$A^I = \frac{A}{n} = \frac{48,72}{2} = 24,36см^2$$

Прокат профильләр сортаменты таблицасыннан (*ГОСТ 8239-72*) моңа икетавр *№18а* туры килә ($A^I = 25.4\ см^2$, $i_x^I = 7.51см^2$).

Колоннаның бөгелүчәнлеген хисаплыйбыз.

$$\lambda_x = \frac{\mu L}{i_x} = \frac{0,7 \times 800}{7.51} = 74,57 .$$

Хисаплаган λ_x буенча φ_3' кыймәтен табабыз.

$$\left.\begin{array}{l} \lambda = 70 \quad \varphi = 0,754 \\ \lambda = 80 \quad \varphi = 0,686 \end{array}\right\}$$

$$\lambda_x = 74,57 \qquad \varphi_3' = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{10} \times 4.57 = 0,723$$

φ_3' алдагы φ_3-тән аз аерыла (аерма *2-3%* кимрәк). Щуңа күрә соңгы сайланган кисем өчен тотрыклыкны тикшерәбез:

$$\sigma_Z = \frac{F}{A} = \frac{800}{2 \times 25,4} = 15,75 \frac{кН}{см^2},$$

$$\varphi \cdot R = 0,723 \times 23 = 16,63 \frac{кН}{см^2} > 15,75.$$

Запас - $\delta = \frac{16,63 - 15,75}{16,63} \times 100\% = 5,3\%$ зур түгел, һәм *№18а* (*ГОСТ 8239-72*) икетаврын калдырабыз.

2. Колоннаның бөгелүчәнлеген ике юнәлештә дә тигез дип алып, аның тармаклары арасын хисаплыйбыз.

Колонна ике юнәлештә дә (кисеменең баш күчәрләре юнәлешендә) тигез тотрыклы булсын өчен $\lambda_x = \lambda_y$ булырга тиеш. Колонна ике юнәлештә дә бертөрле беркетелгән. Шулай булгач, соңгы шарт урынына $i_x = i_y$ яки $I_x = I_y$ дип алырга мөмкин:

$$I_x = 2 \times I_x^I;$$

$$I_y = 2 \times \left[I_y^I + \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 A^I \right].$$

№18а (*ГОСТ 8239-72*) икетавры өчен:

$A^I = 25{,}4$ *см*^{2}; $I_x^I = 1430$ *см*^{4}, $I_y^I = 114$*см*^{4}; $b = 10$*см.*

Алдагы ике формуланы тигезләп, кыйммәтләрен куябыз:

$$1430 = 114 + \left(\frac{a+10}{2} \right)^2 25{,}4 .$$

Моннан

$$a = \sqrt{\frac{1430 - 114}{25{,}4}} \times 2 - 10 = 4{,}4\text{см} .$$

Бер сантиметрга кадәр түгәрәкләп, $a = 5$*см* дип калдырабыз.

<u>3. Колоннаның аерым тармаклары бөгелүчәнлеген $\lambda_T \leq 60$ (аз бөгелүчән сүрек) дип алып, тоташтыргыч планка араларын хисаплыйбыз.</u>

$$\lambda_T = \frac{\mu b}{i_{min}} \leq 60 \text{, моннан } b \leq \frac{i_{min} \cdot 60}{\mu} .$$

№18а (*ГОСТ 8239-72*) икетавры өчен $i_y^I = 2{,}12$*см*. озынлыкны китерү коэффициентын шартлы рәвештә $\mu = 1$ дип алабыз.

$$b \leq 60 \cdot 2{,}12 = 127 \text{ см.}$$

Җавап: колонна ике *№18а* прокат икетаврыннан (*ГОСТ 8239-72*) эшләнә;

икетаврлар арасы $a = 5$*см*;

тоташтыргыч планка аралары $b \leq 127$*см*;

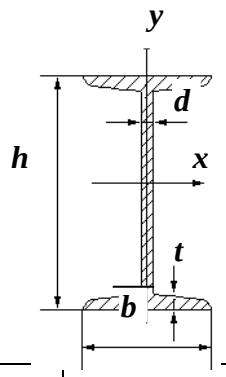
ӘДӘБИЯТ

1. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности – М.: Высшая школа, 1984. – 472 с.
2. Александров А.В. и др. Сопротивление материалов – М.: Высшая школа, 1995. – 560 с.
3. Вәлиуллин А.Х. Гамәли механика. –К.: Казан университеты нәшрияте, 1992.
4. Мартышев В.П. Сопротивление материалов. Курс лекций. – Казань, КГАСУ, 2010. – 200 с.
5. Каюмов Р.А. Сопротивление материалов. Конспект лекций. Офсет, КГАСУ, Казань, 2010. – 170 с.

Үзеңне тикшерү өчен сораулар:

1. Кысылган сүрекнең тотрыклыгын югалтуы нидән тора?
2. Хәтәр көч өчен Эйлер формуласы ничек языла?
3. Эйлер формуласына нинди инерция моменты керә?
4. Төрлечә беркетелгән сүрекләр өчен гомумиләштергән Эйлер формуласы ничек языла?
5. Төрлечә беркетелгән сүрекләрнең μ (китерелгән озынлык) коэффициенты нинди?
6. Хәтәр көчәнеш өчен Эйлер формуласы ничек языла?
7. Сүрекнең бөгелүчәнлеге нәрсә ул, һәм ул ничек билгеләнә?
8. Сүрек кайсы юнәлештә тотрыклыгын югалтырга мөмекин?
9. Эйлер формуласын кайчан кулланырга мөмкин?
10. Хәтәр көч өчен Ясинский формуласы ничек языла, аны кайчан кулланырга мөмкин?
11. Бөгелүчәнлек буенча сүрекләр нинди төрләргә бүленә?
12. Гамәли хисаплаулар өчен тотрыклык шаарты ничек языла?
13. Буйга бөгелү (рөхсәти көчәнешне киметкеч) φ коэффициентын ничек билгелиләр?
14. Кысылган колоннаның кисемен ничек сайлыйлар?

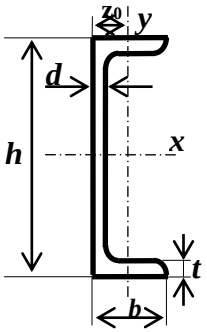
Сталь горячекатаная. Балки двутавровые (по ГОСТ 8239-72)



h – высота балки;
b – ширина полки;
d – толщина стенки;
t –средняя толщина полки;

J - момент инерции;
W - момент сопротивления;
i - радиус инерции;
S -статический момент полусечения;

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения А, см^2	J_x,см^4	W_x,см^3	i_x, см	S_x, см^3	J_y,см^4	W_y,см^3	i_y,см^3	Масса 1м/ кг
	h	***b***	***d***	***t***									
10	100	55	4,5	7.2	12	198	39.7	4.06	23	17.9	6.49	1.22	9.46
12	120	64	4,8	7.3	14.7	350	58.4	4.88	33.7	27.9	8.72	1.38	11.5
14	140	73	4,9	7.5	17.4	572	81.7	5.73	46.8	41.9	11.5	1.55	13.7
16	160	81	5	7.8	20.2	873	109	6.57	62.3	58.6	14.5	1.7	15.9
18	180	90	5.1	8.1	23.4	1290	143	7.42	81.4	82.6	18.4	1.88	18.4
18a	180	100	5.1	8.3	25.4	1430	159	7.51	89.8	114	22.8	2.12	19.9
20	200	100	5.2	8.4	26.8	1840	184	8.28	104	115	23.1	2.07	21
20a	200	110	5.2	8.6	28.9	2030	203	8.37	114	155	28.2	2.32	22.7
22	220	110	5.4	8.7	30.6	2550	232	9.13	131	157	28.6	2.27	24
22a	220	120	5.4	8.9	32.8	2790	254	9.22	143	206	34.3	2.5	25.8
24	240	115	5.6	9.5	34.8	3460	289	9.97	163	198	34.5	2.37	27.3
24a	240	125	5.6	9.8	37.5	3800	317	10.1	178	260	41.6	2.63	29.4
27	270	125	6	9.8	40.2	5010	371	11.2	210	260	41.5	2.54	31.5
27a	270	135	6	10.2	43.2	5500	407	11.3	229	337	50	2.8	33.9
30	300	135	6.5	10.2	46.5	7080	472	12.3	268	337	49.9	2.69	36.5
30a	300	145	6.5	10.7	49.9	7780	518	12.5	292	436	60.1	2.95	39.2
33	330	140	7	11.2	53.8	9840	597	13.5	339	419	59.9	2.79	42.2
36	360	145	7.5	12.3	61.9	13380	743	14.7	423	516	71.1	2.89	48.6
40	400	155	8.3	13	72.6	19062	953	16.2	545	667	86.1	3.03	57
45	450	160	9	14.2	84.7	27696	1231	18.1	708	808	101	3.09	66.5
50	500	170	10	15.2	100	39727	1589	19.9	919	1043	123	3.23	78.5
55	550	180	11	16.5	118	55962	2035	21.8	1181	1356	151	3.39	92.6
60	600	190	12	17.8	138	76806	2560	23.6	1491	1725	182	3.54	108

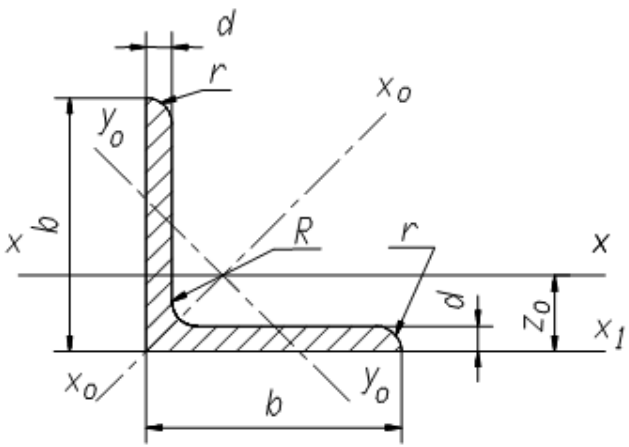


Сталь горячекатаная. Балки швеллер (по ГОСТ 8240-72)

h – высота балки;
b – ширина полки;
d – толщина стенки;
t –средняя толщина полки;
J - момент инерции;
W - момент сопротивления;
i - радиус инерции;
S -статический момент полусечения;
z_0-растояние от оси ***y*** до наружной грани стенки

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения А, см^2	J_x,см^4	W_x,см^3	i_x, см	S_x, см^3	J_y,см^4	W_y,см^3	i_y,см	z_0, см	Масса 1м, кг
	h	***b***	***d***	***t***										
5	50	32	4,4	7	6.16	22.8	9.1	1.92	5.59	5.61	2.75	0.954	1.16	4.84
6,5	65	36	4,4	7.2	7.51	48.6	15	2.54	9	8.7	3.68	1.08	1.24	5.9
8	80	40	4,5	7.4	8.98	89.4	22.4	3.16	13.3	12.8	4.75	1.19	1.31	7.05
10	100	46	4,5	7.6	10.9	174	34.8	3.99	20.4	20.4	6.46	1.37	1.44	8.59
12	120	52	4,8	7.8	13.3	304	50.6	4.78	29.6	31.2	8.52	1.53	1.54	10.4
14	140	58	4,9	8.1	15.6	491	70.2	5.6	40.8	45.4	11	1.7	1.67	12.3
14а	140	62	4,9	8.7	17	545	77.8	5.66	45.1	57.5	13.3	1.84	1.87	13.3
16	160	64	5	8.4	18.1	747	93.4	6.42	54.1	63.6	13.8	1.87	1.8	14.2
16а	160	68	5	9	19.5	823	103	6.49	59.4	78.8	16.4	2.01	2	15.3
18	180	70	5.1	8.7	20.7	1090	121	7.24	69.8	86	17	2.04	1.94	16.3
18а	180	74	5.1	9.3	22.2	1190	132	7.32	76.1	105	20	2.18	2.13	17.4
20	200	76	5.2	9	23.4	1520	152	8.07	87.8	113	20.5	2.2	2.07	18.4
20а	200	80	5.2	9.7	25.2	1670	167	8.15	95.9	139	24.2	2.35	2.28	19.8
22	220	82	5.4	9.5	26.7	2110	192	8.89	110	151	25.1	2.37	2.21	21
22а	220	87	5.4	10.2	28.8	2330	212	8.99	121	187	30	2.55	2.46	22.6
24	240	90	5.6	10	30.6	2900	242	9.73	139	208	31.6	2.6	2.42	24
24а	240	95	5.6	10.7	32.9	3180	265	9.84	151	254	37.2	2.78	2.67	25.8
27	270	95	6	10.5	35.2	4160	308	10.9	178	262	37.3	2.73	2.47	27.7
30	300	100	6.5	11	40.5	5810	387	12	224	327	43.6	2.84	2.52	31.8
33	330	105	7	11.7	46.5	7980	484	13.1	281	410	51.8	2.97	2.59	36.5
36	360	110	7.5	12.6	53.4	10820	601	14.2	350	513	61.7	3.1	2.68	41.9
40	400	115	8	13.5	61.5	15220	761	15.7	444	642	73.4	3.23	2.75	48.3

Кушымта В



Уголки равнобокие (по ГОСТ 8509 – 72)

Обозначения:

b – ширина полки;
d – толщина полки;
J – момент инерции;
i – радиус инерции;
z_o – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

Номер профиля	Размеры, мм		Площадь сечения A, см^2	J_x, см^4	i_x, см	J_{x_o} max см^4	i_{x_o} max, см	J_{y_o} min см^4	i_{y_o} min см	J_{x_1}, см^4	z_o, см	Масса 1 м, кг
	b	d										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	20	3	1,13	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60	0,89
		4	1,46	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64	1,15
2,5	25	3	1,43	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73	1,12
		4	1,86	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76	1,46
2,8	28	3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80	1,27
3,2	32	3	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89	1,46
		4	2,43	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94	1,91
3,6	36	3	2,10	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99	1,65
		4	2,75	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04	2,16

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	40	3	2,35	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09	1,85
		4	3,08	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13	2,42
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21	2,08
		4	3,48	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26	2,73
		5	4,29	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30	3,37
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	3,5	3,86	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50	3,03
		4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78	5,72
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
16	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4

Кушымта Г

КЫСЫЛГАН СҮРЕК ТОТРЫКЛЫГЫН ХИСАПАЛАУ ӨЧЕН КОЭФФИЦИЕНТЛАР ТАБЛИЦАСЫ

Бөгелүчәнлек	Төрле маркалы корыч сүрекләр өчен φ коэффициентының кыймәтләре, σ_a (Мпа) – агучанлык чиге					
λ	**200**	**240**	**280**	**320**	**360**	**400**
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	0,988	0,987	0,985	0,984	0,983	0,982
20	0,967	0,962	0,959	0,955	0,952	0,949
30	0,939	0,931	0,924	0,917	0,911	0,905
40	0,906	0,894	0,833	0,873	0,863	0,854
50	0,869	0,852	0,836	0,822	0,809	0,796
60	0,827	0,805	0,785	0,766	0,749	0,721
70	0,782	0,754	0,724	0,687	0,654	0,623
80	0,734	0,686	0,641	0,602	0,566	0,532
90	0,665	0,612	0,565	0,522	0,483	0,447
100	0,599	0,542	0,493	0,448	0,408	0,369
110	0,537	0,478	0,427	0,381	0,338	0,306
120	0,479	0,419	0,366	0,321	0,287	0,260
130	0,425	0,364	0,313	0,276	0,247	0,223
140	0,376	0,315	0,272	0,240	0,215	0,195
150	0,328	0,276	0,239	0,211	0,189	0,171
160	0,290	0,244	0,212	0,187	0,167	0,152
170	0,259	0,218	0,189	0,167	0,150	0,136
180	0,233	0,196	0,170	0,150	0,135	0,123
190	0,210	0,177	0,154	0,136	0,122	0,111
200	0,191	0,161	0,140	0,124	0,111	0,101
210	0,174	0,147	0,128	0,113	0,102	0,093
220	0,160	0,135	0,118	0,104	0,094	0,086

Низамеев Васил Габдулхаевич

«Устойчивость сжатой стойки»

(Кысылган баганана тотрыклыгы)

Редактор – Р.А. Шакирзянов

Подписано в печать		Формат 60х84/16,
Заказ	Печать ризографическая	1,7 усл.печ.л.
Тираж 50 экз.	Бумага офсетная №1	1,7 уч.-изд.л.

Издательства КГАСУ

420043, Казань, ул.Зеленая, д.1.