

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов  
всех направлений подготовки

Лабораторная работа №10  
**«Определение скорости пули баллистическим маятником»**

Казань  
2015

УДК 535  
ББК 22.34  
С 35

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов всех специальностей. Лабораторная работа №10 «Определение скорости пули баллистическим маятником» / Сост.: В.И.Сундуков, Р.Г.Яхин Казань: КазГАСУ, 2015 г.- 14 с.

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех специальностей.

В работе изложены некоторые вопросы механики, связанные с ударными взаимодействиями тел, рассматривается баллистический метод измерения скорости пули. Приведено описание лабораторной установки и изложена методика проведения эксперимента.

Стр.13, рис. 3.

Рецензент  
доцент кафедры теплоэнергетики **В.Н. Енюшин**

УДК 535  
ББК 22.34

© Казанский государственный  
архитектурно-строительный  
университет, 2015 г.

© Сундуков В.И., 2015  
© Яхин Р.Г., 2015

**Цель работы:** ознакомление с баллистическим методом измерения, определение скорости полета пули с помощью баллистического маятника.

**Предупреждение.** В данной работе используется пневматический пистолет и поэтому следует строго соблюдать технику безопасности, изложенную в практической части методички.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Поступательным движением называется такое движение тела, при котором оно сохраняет свою ориентацию в пространстве. При таком движении точки тела описывают в пространстве одинаковые траектории, поэтому в этом случае тело заменяют материальной точкой. Пренебрегая размерами, за материальной точкой оставляют массу, которая характеризует инертные и гравитационные свойства тела. Инертность — это свойство сохранения состояния движения или покоя телом в отсутствии взаимодействия с другими телами. Гравитационное взаимодействие — это универсальное для всех тел свойство притягиваться друг к другу. В условиях Земли гравитационное взаимодействие приводит к появлению силы тяжести, действующей на все тела и равной  $F_T = mg$ , где  $m$  — масса тела и  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения.

Динамика материальной точки для инерциальной системы отсчёта основана на трёх законах Ньютона, которые могут быть сформулированы следующим образом.

- 1). Если тело в отсутствие действия со стороны других тел сохраняет состояние своего движения (или покоя) неизменным, то систему отсчёта, в которой рассматривается тело, считают инерциальной.
- 2). Равнодействующая сила, приложенная к телу, пропорциональна его массе и ускорению  $\vec{F} = m\vec{a}$ . Сила является количественной мерой взаимодействия, а равнодействующая сила равна векторной сумме всех приложенных сил.
- 3) Два тела взаимодействуют между собой силами, равными по величине и направленными в противоположные стороны по прямой, соединяющей эти тела.

В законах Ньютона тела считаются материальными точками. Второй закон справедлив только в инерциальной системе отсчёта, а первый закон позволяет её определить. Например, для большинства наших задач мы считаем Землю инерциальной системой отсчёта, пренебрегая её вращением вокруг своей оси и Солнца. Применяя законы Ньютона можно решить большинство прямых и обратных задач механики. Прямая задача — это

определение или описание движения через действующие на него силы. Обратная — нахождение сил, действующих на тело, по его кинематическим характеристикам (траектория, зависимость от времени скорости). Однако, в ряде случаев существуют сложности с определением сил и тогда легче решать задачи механики через законы сохранения импульса и энергии.

### **Импульс. Закон сохранения импульса.**

Для характеристики механического состояния при движении тела (материальной точки) вводится физическая величина – импульс. **Импульс – векторная величина, численно равная произведению массы тела на его скорость**

$$\vec{p} = m\vec{V} . \quad (1)$$

Второй закон Ньютона можно выразить через импульс следующим образом:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} . \quad (2)$$

Таким образом, изменение импульса тела может происходить только под действием сил. При рассмотрении системы тел **импульс системы** определяется как векторная сумма импульсов тел, включенных в эту систему. Силы взаимодействия между телами системы называются внутренними. Силы, действующие на тела системы со стороны тел, не включенных в систему, называются внешними. Если внешних сил нет или их действие скомпенсировано, то система называется замкнутой.

**В замкнутой системе тел её импульс остаётся неизменным – в этом заключается закон сохранения импульса**

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \vec{V}_i . \quad (3)$$

В механике Ньютона это выражение может быть получено формально, рассматривая систему взаимодействующих тел, но этот закон справедлив и за пределами классической механики. Закон сохранения импульса принадлежит к числу основных фундаментальных законов, так как связан с однородностью пространства. Это означает, что физические свойства системы и законы её движения не зависят от выбора начала координат инерциальной системы отсчёта.

**Энергия.** Энергия – скалярная физическая величина, являющаяся общей мерой различных форм движения материи, рассматриваемых в физике. В соответствии с этим вводят различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную и т.д. Механическая

энергия включает в себя кинетическую и потенциальную. Кинетическая энергия тела обусловлена его движением и определяется формулой

$$E = \frac{mV^2}{2} . \quad (4)$$

Потенциальная энергия обусловлена взаимодействием тел системы между собой и зависит от взаимного расположения тел. При чём силы взаимодействия должны быть консервативными (или потенциальными). К таким силам относятся, например, силы тяготения и силы упругости. Работа консервативных сил не зависит от траектории движения тел. Единой формулы для потенциальной энергии нет, так как она зависит от вида сил. Полной механической энергией называется величина равная сумме кинетической и потенциальной энергии

$$E = E_{кин} + E_{пот} . \quad (5)$$

Механическая энергия характеризует способность тела или системы совершать работу и измеряется величиной этой работы. При решении конкретных задач в первую очередь интересуются не самим значением энергии, а изменением энергии.

**Полная механическая энергия замкнутой системы остаётся неизменной (сохраняется) если между телами системы действуют только консервативные силы.** В этом заключается закон сохранения механической энергии. Энергия будет изменяться в тех случаях, когда система не будет замкнутой или между телами системы будут действовать неконсервативные силы. Ещё такие силы называют диссипативными. Для незамкнутой системы её механическая энергия может или уменьшаться или увеличиваться, в зависимости от работы внешних сил. Изменение энергии будет численно равно работе внешних сил. В случае замкнутой системы наличие сил трения или сопротивления, которые являются не консервативными, а диссипативными силами, всегда приводит к уменьшению полной механической энергии системы. Механическая энергия теряется, поскольку превращается в процессе работы сил трения во внутреннюю энергию тела. Тела при этом нагреваются. Потери механической энергии будут равны количеству теплоты, приобретенной телом. Закон сохранения энергии связан с однородностью времени. Это свойство времени означает, что законы движения не зависят от выбора начала отсчета времени.

Закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса позволяют находить решения механических задач в тех случаях, когда неизвестны действующие силы. Примером такого рода задач является ударное взаимодействие тел.

**Ударом** (или **столкновением**) принято называть кратковременное взаимодействие тел, в результате которого их скорости испытывают значи-

тельные изменения. С ударным взаимодействием тел нередко приходится иметь дело в обыденной жизни, в технике и в физике. Во время столкновения тел между ними действуют кратковременные ударные силы, величины которых, как правило, неизвестны. Поэтому нельзя рассматривать ударное взаимодействие непосредственно с помощью законов Ньютона. Применение законов сохранения энергии и импульса, во многих случаях, позволяет исключить из рассмотрения сам процесс столкновения и получить связь между скоростями тел до и после столкновения, минуя все промежуточные значения этих величин.

В механике часто используются две модели ударного взаимодействия – абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары. **Абсолютно неупругим ударом** называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и движутся дальше как одно тело. При абсолютно неупругом ударе механическая энергия не сохраняется. Она частично или полностью переходит во внутреннюю энергию тел, которые при этом нагреваются.

Абсолютно неупругий удар можно продемонстрировать с помощью шаров из пластилина, которые движутся навстречу друг другу. Пусть до столкновения шары движутся по линии, которая проходит через их центры. Такой **удар называется центральным**, поскольку силы взаимодействия тоже будут проходить через центры шаров. Как до удара, так и после, шары двигались и будут двигаться поступательно. При **нецентральном ударе** сталкивающиеся тела приобретут кроме поступательного движения также и дополнительное вращение.

Если массы шаров  $m_1$  и  $m_2$ , их скорости до удара  $V_1$  и  $V_2$ , то, используя закон сохранения импульса можно записать

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}, \quad (6)$$

где  $V$  - скорость движения шаров после удара. Поскольку движения происходит вдоль прямой, то векторы скорости можно заменить их проекциями. Проекции векторов будут равны их величинам с учётом знака. Отрицательное значение скорости будет означать, что другой шар движется в противоположную сторону. Скорость слипшихся шаров после удара найдётся из выражения

$$V = \frac{m_1V_1 + m_2V_2}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

В случае движения шаров навстречу друг другу, после удара они будут продолжать движение вместе в ту сторону, в которую двигался шар с большим импульсом. Определим, как изменяется кинетическая энергия шаров при абсолютно неупругом ударе. Так как в процессе соударения шаров между ними действуют силы, зависящие от их скоростей, а не от самих деформаций, то мы имеем дело с диссипативными силами,

подобным силам трения, поэтому закон сохранения механической энергии в этом случае не должен соблюдаться. Вследствие деформации происходит уменьшение кинетической энергии, которая переходит во внутреннюю (тепловую) энергию. Это уменьшение можно определить по разности кинетической энергии тел до и после удара:

$$\Delta E = \left( \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) V^2}{2}. \quad (8)$$

Используя (7) после несложных преобразований, получаем

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (V_1 - V_2)^2. \quad (9)$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ( $V_2=0$ ), то

$$\Delta E = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \frac{m_1 V_1^2}{2}. \quad (10)$$

### **Баллистический метод измерения**

Измерение ряда физических величин может быть сведено к измерению пропорционального им импульса силы. Если на находящийся в равновесии маятник воздействовать силой так, что маятник за время ее действия не успевает существенно отклониться от положения равновесия, то первое максимальное отклонение маятника от полученного толчка

(баллистический отброс) пропорционально импульсу силы  $\int_0^{\tau} F dt = Mu$ .

Скорость маятника  $u$  сразу после удара будет практически равна максимальной скорости  $u_{max}$ , с которой маятник должен проходить положение равновесия при гармонических колебаниях. В положении равновесия маятник обладает максимальной кинетической энергией, в крайнем положении он обладает максимальной потенциальной энергией, равной максимальной кинетической энергии. Таким образом, максимальное отклонение маятника пропорционально импульсу ударной силы. Измерение физической величины можно свести к измерению баллистического отброса. В этом и состоит баллистический метод измерения, используемый в таких приборах, как баллистический гальванометр, баллистические весы и динамометр, баллистический маятник.

Скорость полёта пули обычно достигает значительной величины: у пневматического ружья она составляет 50–200 м/с, а у боевой винтовки – 800–1000 м/с и выше. Прямое измерение скорости пули, т. е. определение

времени, за которое она проходит известное расстояние, весьма сложно. Гораздо проще измерять скорость пули косвенными методами, среди которых широко распространены методы, использующие неупругие соударения, в результате которых столкнувшиеся тела соединяются вместе и продолжают движение как целое. К числу методов, основанных на этой идее, относятся методы баллистического и крутильного маятников. В данной работе использован метод баллистического маятника, позволяющий свести измерение скорости пули к измерению отклонения сравнительно медленно движущегося маятника после абсолютно неупругого удара с пулей.

Баллистический маятник – прибор, применяемый для измерения начальных скоростей пули или снаряда. Он представляет собой тяжёлый металлический цилиндр массой  $M$ , заполненный вязким веществом и подвешенный на четырёх нерастяжимых нитях. Пуля массой  $m$ , летящая со скоростью  $V$ , попадает в покоящийся маятник массой  $M$  и застревает в нем. В результате чего маятник с пулей приобретает некоторую начальную скорость  $u$  и затем отклоняется на расстояние  $x$  (рис. 1). По отклонению маятника можно определить скорость пули.

Как известно, закон сохранения импульса справедлив только для замкнутой системы тел, для которой сумма внешних сил равна нулю. Для системы маятник–пуля внешними силами являются сила тяжести, сила натяжения нитей, а также мгновенная ударная сила, возникающая, в общем случае, в точке подвеса маятника во время удара. Силой сопротивления воздуха пренебрегаем. Во время удара и после него эта система является незамкнутой, так как внешние силы, действующие на маятник с пулей, не скомпенсированы и сумма их не равна нулю.

Систему маятник–пуля можно считать замкнутой в горизонтальном направлении (в котором внешние силы не действуют) при выполнении следующих условий:

1) вектор скорости пули  $V$  в момент удара должен быть направлен по прямой, проходящей через центр тяжести маятника (точнее, через центр качания маятника, который для математического маятника совпадает с центром тяжести). При невыполнении этого условия часть импульса ударной силы будет передаваться точке подвеса маятника;

2) вектор скорости пули  $V$  должен быть направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат ось качания и точка центра тяжести покоящегося маятника, т. е. в направлении оси  $x$ . В противном случае маятнику будет сообщаться вращательное движение относительно других осей помимо оси качания, перпендикулярной вектору  $V$ ;

3) время  $\tau$  соударения пули с маятником должно быть значительно меньше периода  $T$  собственных колебаний маятника, чтобы он за время



соударения не успевал заметно отклониться от положения равновесия. Практически третье условие обеспечивается выбором достаточно длинной нити подвеса маятника и высокой вязкостью вещества в маятнике.

При выполнении перечисленных условий закон сохранения импульса для системы маятник–пуля может быть записан в проекции на горизонтальное направление (ось  $x$ ), в котором на систему не действуют внешние силы:

$$mV = (M + m)u, \quad (11)$$

откуда скорость пули находится следующим образом:

$$V = \frac{(M + m)u}{m}, \quad (12)$$

где  $u$  – скорость маятника с пулей сразу после удара.

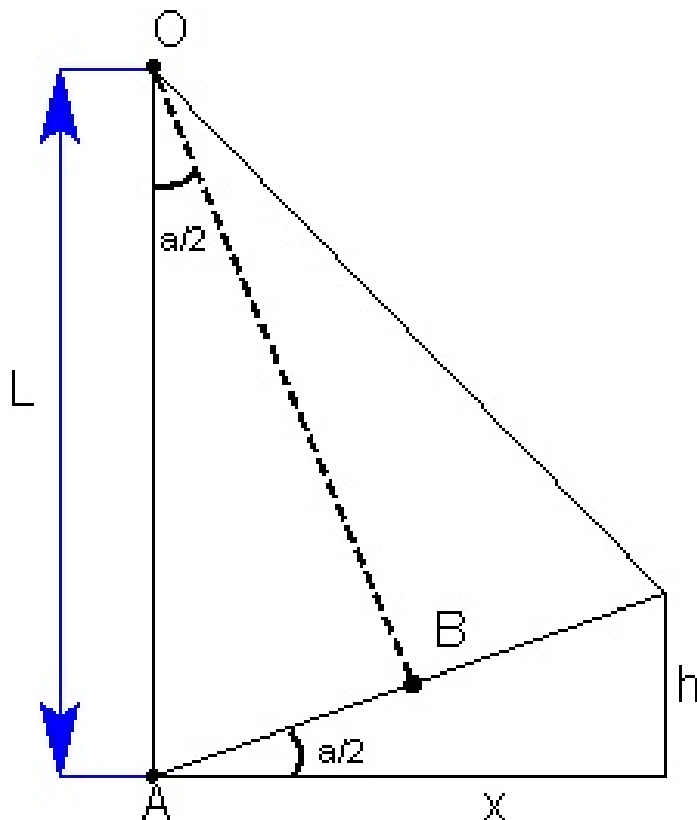


Рис.1.Расчёт максимальной высоты поднятия  $h$  баллистического маятника по его горизонтальному максимальному отбросу (смещению)  $x$ .

После удара маятник повернется вокруг горизонтальной оси  $O$  и его центр тяжести поднимется на высоту  $h$ , соответствующую максимальному отклонению  $x$  маятника от положения равновесия. При этом кинетическая энергия маятника с пулей полностью перейдет в потенциальную энергию. Закон сохранения механической энергии после удара запишется в виде

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh, \quad (13)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – максимальная высота подъема центра тяжести маятника с пулей. Отсюда

$$u = \sqrt{2gh}. \quad (14)$$

Таким образом, мы выразили скорость пули через высоту поднятия баллистического маятника:

$$V = \frac{(M + m)}{m} \sqrt{2gh}. \quad (15)$$

Теперь выразим высоту  $h$  через соответствующее горизонтальное смещение маятника  $x$ , которое удобнее измерять. Предположим, что угол отклонения маятника от положения равновесия  $\alpha$  мал. Из рис. 1 видно, что прямоугольные треугольники с углом  $\frac{\alpha}{2}$  подобны. В силу подобия

треугольников  $tg \frac{\alpha}{2} = \frac{h}{x} = \frac{AB}{BO}$ . Если угол  $\alpha$  мал, то можно считать, что

$AB \approx \frac{x}{2}$  и  $OB \approx L$ . Тогда

$$h = \frac{x^2}{2L}. \quad (16)$$

С учётом формул (15) и (16), скорость пули будет определяться формулой:

$$V = \frac{M + m}{m} x \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (17)$$

Здесь  $M$  – масса баллистического маятника,  $m$  – масса пули,  $x$  – отклонение маятника после выстрела по горизонтали,  $g$  – ускорение свободного падения,  $L$  – длина подвеса маятника.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Работа выполняется в двух вариантах: компьютерная модель и реальная лабораторная установка с подвешенным к потолку баллистическим маятником и пневматическим пистолетом.

### I. Компьютерная модель.

После запуска в работу программы «Баллистический маятник» на экране монитора возникнет следующая картина (рис.2). В модели имеется возможность менять длину и массу баллистического маятника. На экран выводится информация об угле отклонения маятника и его смещении по вертикали и горизонтали.

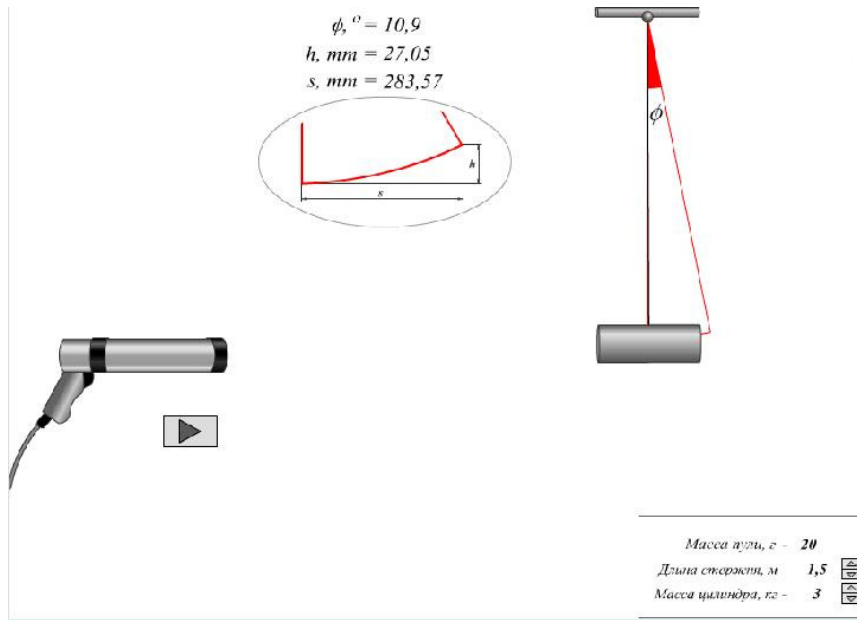


Рис.2.  
Фотография  
экрана  
компьютера  
после запуска  
программы.

Вашей целью является измерение скорости пули при различных массах баллистического маятника и определение потерь механической энергии пули и её зависимости от массы маятника.

### Порядок выполнения измерений и обработки результатов

- 1) Запустите программу «Баллистический маятник».
- 2) Произведите выстрел и запишите результаты максимальной высоты отброса и максимального смещения по горизонтали.
- 3) Произведите расчёт скорости по формуле (15)
- 4) Повторите пункты 2 и 3 при большей массе маятник, увеличивая её на 0.5 кг, до максимальной величины.
- 5) Для каждого опыта рассчитать кинетическую энергию пули (4) и потери механической энергии по формуле (10), считая, что  $m_2$  масса маятника и  $m_1$  масса пули,  $V_1$  её скорость.
- 6) Построить график зависимости потери механической энергии  $\Delta E$  от массы маятника  $m_2$

## II. Лабораторная установка

Баллистический маятник представляет собой систему из тяжелого полого цилиндра, подвешенного на четырех длинных нитях, закрепленных

на кронштейне под потолком. Полость цилиндра до половины заполнена ветошью, в которой и застревает пуля после выстрела. Горизонтальное смещение маятника измеряется с помощью визира, перемещаемого по шкале при движении маятника.

***В работе используется детский пневматический пистолет, но во избежание травм, при работе с ним необходимо выполнять следующие правила. Обращаться с оружием так, как будто оно заряжено и готово к выстрелу. Оружие передается стволом вниз. Запрещается направлять пистолет на человека, даже если оно не заряжено. Никогда не оставляйте оружие без присмотра. Не кладите палец на спусковой крючок, пока не будете готовы сделать выстрел. Выстрел в полость маятника следует производить только после установки пистолета в направляющее устройство.***



Рис. 3. Пневматический пистолет, скорость пули которого нужно определить. 1-затвор, 2 – кнопка, освобождающая обойму

- 1) Изучите установку, приготовьтесь к измерению отклонения маятника. Настройте подставку со шкалой так, чтобы при отклонении маятника он легко перемещал указатель по шкале.
- 2) Получите у преподавателя пневматический пистолет и пульки к нему. Нажав на кнопку 2 (рис.3) выньте обойму и зарядите пульки. Вставьте обойму на место.
- 3) Взведите затвор 1 (рис.3) оттянув его на себя в направлении рукоятки. Держать затвор следует указательным и большим пальцами левой руки. При зарядании не держите палец на спусковом крючке.
- 4) Установите пистолет в направляющую так, чтобы ось ствола пистолета совпадала с осью цилиндра маятника, а расстояние было максимально близким к отверстию маятника.

- 5) Произведите выстрел в полость маятника. Измерьте максимальное отклонение маятника по горизонтали после выстрела. Запишите результат.
- 6) Повторите пункт 3 и 4 три раза, после этого верните пистолет преподавателю.
- 7) Найдите среднее значение отклонения по трём выстрелам и рассчитайте скорость пули по формуле (17). Масса маятника 35 г, масса пули 0,12 г, длина маятника 2,15 м. Определите кинетическую энергию пули и потерю механической энергии при неупругом ударе по соответствующей формуле (см. теоретическую часть методички)
- 8) Оформите результаты. Отчет должен содержать цель работы, рабочую формулу, результаты измерений и вычислений, полученные результаты.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Сформулируйте законы Ньютона.
2. Дайте формулировку закона сохранения импульса.
3. Дайте определение кинетической энергии.
4. Дайте определение потенциальной энергии.
5. Что такое полная механическая энергия? Сформулируйте закон сохранения энергии.
6. Что такое удар (столкновение, соударение)?
7. Какое столкновение называют абсолютно неупругим, (абсолютно упругим)?
8. При каком столкновении выполняется закон сохранения импульса (сохранения механической энергии)?
9. Выведите формулу для потери механической энергии при неупругом ударе.
10. Что представляет собой баллистический маятник и что лежит в основе метода измерения?
11. Выведите рабочую формулу для определения скорости пули (15)
12. Как связаны между собой высота подъёма баллистического маятника и его горизонтальное отклонение?
13. Запишите формулу, определяющую потерю механической энергии при неупругом столкновении (попадание пули в баллистический маятник).
14. В чём заключаются правила техники безопасности обращения с пистолетом, используемым в данной работе?