

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**О.В. Радайкин, И.Т. Мирсаяпов**

**ДИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

для магистрантов направления подготовки

08.04.01 «Строительство» по дисциплине

«**Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций**»

Казань  
2019

УДК 624.012.4

ББК 38.53

P15

**Радайкин О.В., Мирсаяпов И.Т.**

P15 Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций: Учебно-методическое пособие для магистрантов направления подготовки 08.04.01 «Строительство» по дисциплине «Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций» /О.В. Радайкин, И.Т. Мирсаяпов. – Казань: Изд-во Казанск. гос. архитектур.-строит. ун.-та, 2019. – 45 с.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Казанского государственного архитектурно-строительного университета

В пособии приводится теория диаграммных методов, методика и примеры расчета железобетонных конструкций с их использованием.

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент КГАСУ

**Р.Х. Мухаметрахимов**

Кандидат технических наук, доцент,  
заслуженный работник КГАСУ

**Ф.Х. Ахметзянов**

УДК 624.012.4

ББК 38.53

© Казанский государственный  
архитектурно-строительный  
университет, 2019

© Радайкин О.В., Мирсаяпов И.Т.,  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1. Основы диаграммного метода, история и перспективы развития.....	6
1.1. Кратко о сути метода. ....	6
1.2. История и перспективы развития. ....	11
ГЛАВА 2. Нелинейная деформационная модель нормального сечения.....	14
ГЛАВА 3. Нелинейная деформационная модель наклонного сечения.....	16
3.1. Расчетная схема усилий и напряжений в зоне совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил. ....	16
3.2. Основные расчетные выражения. ....	19
ГЛАВА 4. Нормирование диаграмм деформирования материалов, их аналитическое описание .....	20
4.1. Диаграммы деформирования материалов при одноосном растяжении и сжатии.....	20
4.2. Диаграммы деформирования бетона при сдвиге. ....	27
4.3. Диаграммы деформирования материалов при многократно повторяющихся нагрузках. ....	28
ГЛАВА 5. Обобщенный алгоритм расчета диаграммным методом.....	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	40
ЛИТЕРАТУРА .....	41

## ВВЕДЕНИЕ

Основой расчета любой железобетонной конструкции является получение ее напряженно-деформированного состояния (НДС). Это требует достоверного определения усилий и перемещений (напряжений и деформаций) во всех точках конструкции, в зависимости от нагрузки. При этом железобетон с определенного уровня нагружения начинает проявлять физическую нелинейность как вследствие пластичности бетона и арматуры, так и из-за трещинообразования (геометрическая и конструктивная нелинейности в данном пособии не рассматриваются). В связи с этим для описания НДС в какой-либо точке или сечении обычно используют соответствующие диаграммы деформирования материалов (бетона и стали), иначе, их диаграммы состояния. Эти диаграммы в совокупности с уравнениями равновесия, совместности деформаций и граничными условиями составляют суть диаграммных методов теории железобетона.

Однако в общем виде при такой постановке вопроса задача становится аналитически практически нерешаемой, а какие-либо полуэмпирические упрощения так называемых «ручных» методов дают недопустимую погрешность (обычно в запас прочности) и имеют ограниченную область применения либо содержат массу эмпирических коэффициентов с не вполне понятным физическим смыслом. В связи с этим на практике прибегают к различным численным методам, автоматизированным на ЭВМ. Наиболее универсальным из них на сегодняшний день является метод конечных элементов (МКЭ). Однако в ряде случаев его использование не всегда удобно по следующим причинам:

- необходимо осваивать специализированный программный комплекс, и в ряде случаев не один, а несколько – в зависимости от круга решаемых задач;
- зачастую пользователь не имеет возможности вносить свои изменения в расчетный аппарат компьютерной программы как в силу закрытости программного кода, так и из-за незнания специальных языков программирования;
- в большинстве случаев проектировщик на практике имеет дело с конструкциями, работа под нагрузкой которых определяется одним (максимум двумя) опасными сечениями (например, для шарнирно опертой балки – одним нормальным – в середине пролета и одним наклонным – в опорной зоне), поэтому в более детальной оценке НДС остальных сечений нет необходимости (а это бы сократило время и трудозатраты на моделирование и анализ результатов).

Этих недостатков лишен численный диаграммный метод на основе нелинейной деформационной модели нормального сечения, принятый в СП 63.13330.2012 (и ранее в СНиП 52-01-2003). Он является единым для расчета как по первой, так и по второй группе предельных состояний. В пособии предложена одна из разновидностей этого метода с подробным описанием алгоритмов его реализации. Эти алгоритмы позволяют инженеру-проектировщику или научному работнику самостоятельно разрабатывать свои расчетные программы при минимальном знании языков программирования и численных математических методов, например, в ПК *Microsoft Excel*, *MahtCad* и т.п.

В развитие этого в данном пособии более детально рассмотрена теория диаграммного метода для изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов без предварительного натяжения арматуры – начиная от получения опытных и рабочих диаграмм состояния материалов, заканчивая построением расчетных моделей нормального и наклонного к продольной оси элемента сечений. В расчетах охвачены полностью обе группы предельных состояний: прочность, трещиностойкость (трещинообразование и раскрытие трещин) и жесткость. Даны алгоритмы решения частных задач; приведены числовые примеры.

Принципиальной новизной предлагаемой в пособии теории является возможность применения диаграммного метода и нелинейной деформационной модели к расчету наклонных сечений. В остальном новизна касается тех или иных расчетных коэффициентов и модификаций ранее известных алгоритмов.

Следует отметить, что вышеназванный диаграммный подход будет работать лишь в условиях определенности соотношений совместности деформаций (например, для изгибаемых и внецентренно сжатых элементов они вытекают из гипотезы плоских сечений), а для сжатых элементов – при допущении их однородного напряженно-деформированного состояния.

Однако во многих случаях при проектировании узлов сопряжения железобетонных конструкций установить условия совместности деформаций многочисленных компонентов узла является весьма проблематичным. Поэтому для оценки НДС узла является возможным применение диаграмм, определяющих взаимосвязь внутренних усилий и перемещений всего узла как единого целого: диаграммы момент-кривизна, « $M-1/r$ », момент-угол поворота, « $M-\varphi$ », перерезывающая сила-сдвиговое перемещение, « $Q-\Delta$ » и т.п.

Целью данного пособия является содействие успешному освоению курса «Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций», а также более глубокому изучению нелинейной работы такого композиционного материала, как железобетон.

Пособие предназначено магистрантам, обучающимся по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство», и, кроме того, аспирантам и научным работникам, занимающимся исследованиями в сфере нелинейных методов расчета композитных материалов, инженерам-конструкторам проектных строительных организаций.

Пособие является основным официальным изданием, освещающим теоретическую часть курса «Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций». Оно дополняется отдельным сборником задач, предназначенным для закрепления полученных теоретических знаний.

Логика издания строится по принципу «от общего к частному»: так, в первой главе излагаются основы диаграммного метода, и дается исторический экскурс; в двух последующих главах приведена соответственно модель нормального и наклонного сечений железобетонного элемента; в четвертой – нормируются диаграммы деформирования материала, в том числе необходимых для оценки выносливости конструкций; в пятой – описывается обобщенный алгоритм расчета железобетонных элементов диаграммными методами, т.е. приводится практическая методика с доведением до конечного результата.

# ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ДИАГРАММНОГО МЕТОДА, ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

## 1.1. Кратко о сути метода

Объектом рассмотрения при использовании диаграммного метода являются стержневые железобетонные конструкции и их элементы: балки, колонны, решетчатые стропильные фермы и т.п., более узко – их расчетные сечения – как нормальные, так и наклонные к продольной оси.

В предметную область метода входят расчеты прочности, жесткости и трещиностойкости при различных условиях напряженно-деформированного состояния: изгибе, сжатии, растяжении, сдвиге и при их комбинации (предварительное натяжение арматуры в данном пособии не рассматривается). Для расчета плоских (плит, оболочек, балок-стенок) и массивных (фундаментов, плотин, подпорных стен и т.п.) конструкций, их элементов и узлов диаграммный метод на современном этапе развития теории пока недостаточно проработан, и этот аспект его применения в пособие не включен. Тем не менее, общность подхода к перечисленным объектам, очевидно, будет сохраняться.

Для описания НДС любой конструкции в какой-либо точке или сечении используют соответствующие диаграммы деформирования (иначе – диаграммы состояния), которые могут быть четырех типов:

1 – диаграммы, связывающие между собой напряжения и относительные деформации в произвольной точке конструкции; это – зависимости « $\sigma$ - $\varepsilon$ », « $\tau$ - $\gamma$ » и т.п. (рис. 1.1, 1.2);

2 – диаграммы, так же, как и для первого типа, определяющие зависимость между напряжениями и относительными деформациям, и строящиеся на основе экспериментов при многоосном простом нагружении;

3 – диаграммы, определяющие взаимосвязь внутренних усилий и перемещений: « $M$ - $1/r$ », « $M$ - $\varphi$ », « $Q$ - $\Delta$ » и т.п. (рис. 1.3);

4 – диаграммы «нагрузка-перемещение», например, « $P$ - $f$ » (рис. 1.4).

Более универсальным является использование диаграмм первого типа, поскольку они не зависят от статических и геометрических характеристик конструкции (пролета, размеров поперечного сечения, схем закрепления и приложения нагрузок, программы нагружения и т.п.), а определяются только свойствами самого материала (влияние масштабного фактора и градиента деформаций на форму диаграммы состояния бетона – это научная задача, требующая отдельного рассмотрения). О методиках получения рабочих (нормативных и расчетных) диаграмм первого типа и их нормировании будет изложено далее.

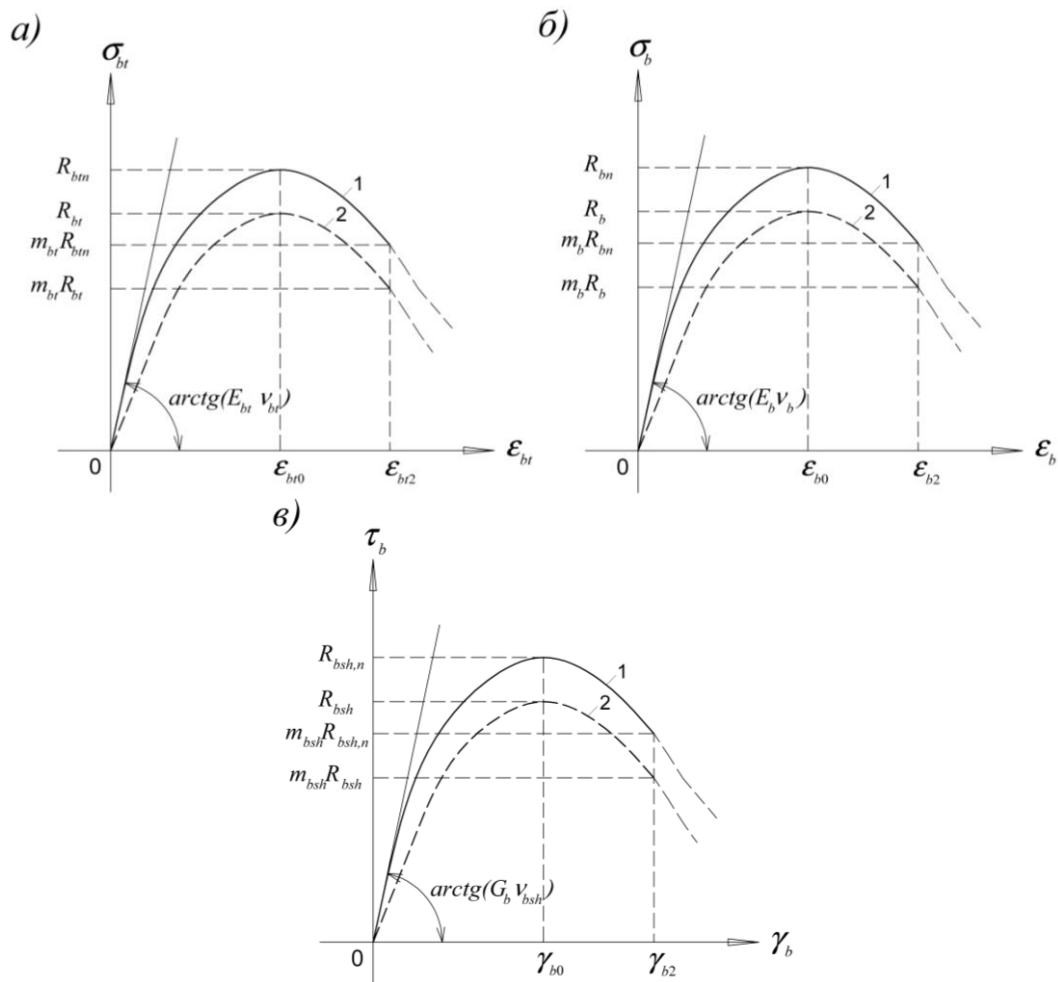


Рис. 1.1. Диаграммы деформирования бетона при растяжении (а), сжатии (б) и при сдвиге (в);  
1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

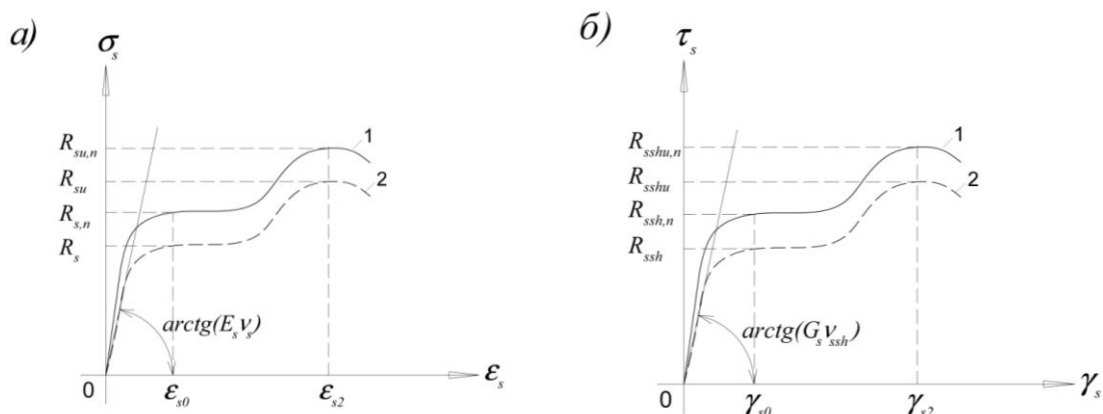


Рис. 1.2. Диаграммы деформирования стальной арматуры при растяжении (а, в) и при сдвиге (г, д): а, б – для низкопрочных (мягких) сталей; в, г – для высокопрочных сталей с условным пределом текучести;

1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

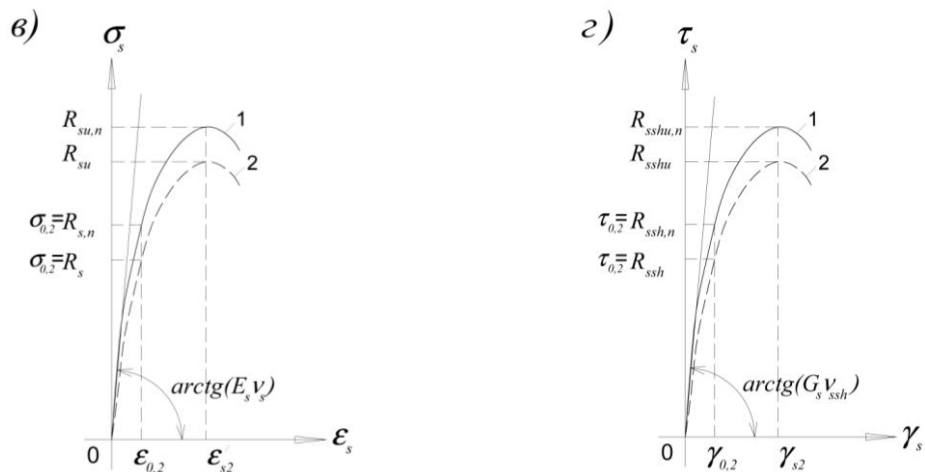


Рис. 1.2 (продолжение). Диаграммы деформирования стальной арматуры при растяжении (а, в) и при сдвиге (г, д): а, б – для низкопрочных (мягких) сталей; в, г – для высокопрочных сталей с условным пределом текучести; 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

На приведенных диаграммах (рис. 1.1, 1.2) параметры  $R_m$ ,  $R_{m,n}$ ,  $R_{m,sh}$ ,  $R_{m,shn}$ ,  $E_m$ ,  $\nu_m$  – это соответственно расчетный предел прочности при одноосном растяжении или сжатии, нормативный предел прочности при одноосном растяжении или сжатии, расчетный предел прочности при сдвиге, нормативный предел прочности при сдвиге, начальный модуль упругости, коэффициент секущего модуля деформаций.

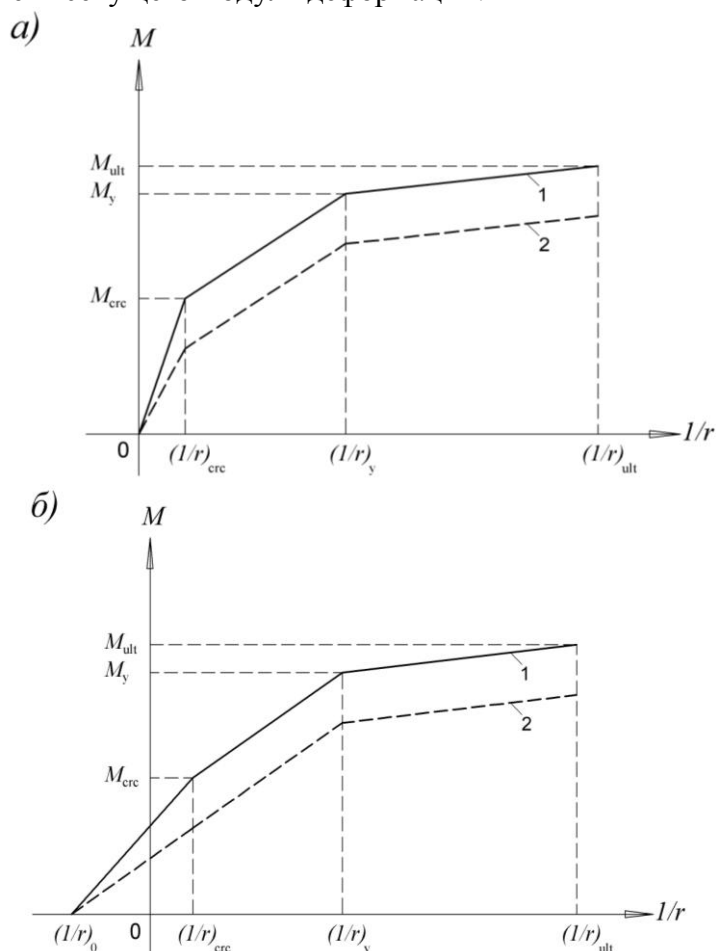


Рис. 1.3. Диаграммы деформирования расчетных сечений изгибаемых конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же с предварительно напряженной арматурой; в – в зоне действия перерезывающих сил  
1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы



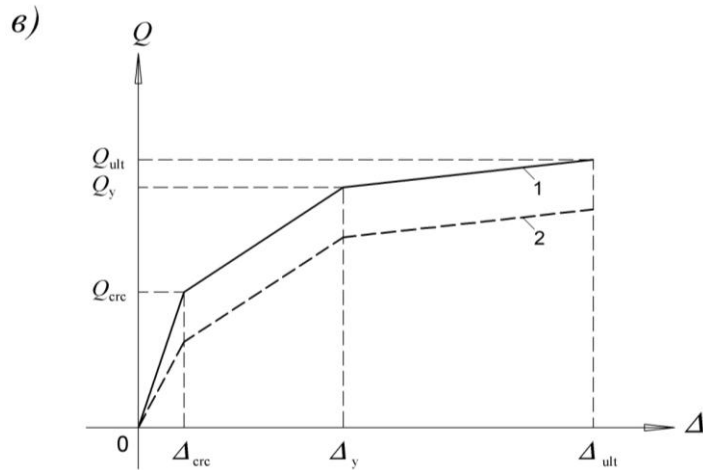


Рис. 1.3 (продолжение) Диаграммы деформирования расчетных сечений изгибаемых конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же, с предварительно напряженной арматурой; в – в зоне действия перерезывающих сил  
1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

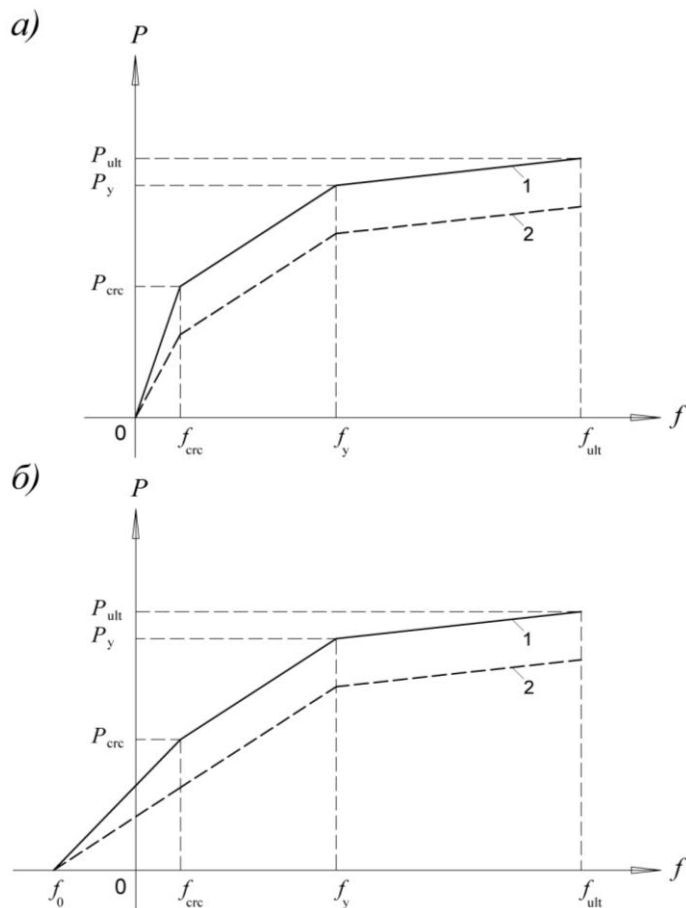


Рис. 1.4. Диаграммы деформирования конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же с предварительно напряженной арматурой;  
1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

На основе каждого из этих трех типов диаграмм может быть разработан свой соответствующий диаграммный метод расчета. Наиболее проработанным и универсальным в настоящее время является метод первого типа, поскольку диаграммы рис. 1.1, 1.2 не зависят от статических и геометрических характеристик конструкции (пролета, размеров поперечного сечения, схем закрепления и

приложения нагрузок и т.п.), а определяются только свойствами самого материала (влияние масштабного фактора на диаграммы состояния бетона – это научная задача, требующая отдельного рассмотрения).

При этом следует различать экспериментальные диаграммы деформирования, построенные по опытным точкам, от рабочих, которые некоторым образом описывают (аппроксимируют) экспериментальные. В свою очередь, рабочие диаграммы подразделяются на нормативные и расчетные (подробнее об этом во 2-й части пособия).

Также отметим, что второй метод позволяет непосредственно по диаграммам « $M - 1/r$ » и « $Q - \Delta$ » определять кривизну и сдвиговое смещение для конкретного сечения конструкции в зависимости от момента и перерезывающей силы, полученных из статического расчета, а также выполнять проверки прочности и трещиностойкости. Третий метод пригоден для расчета уже всей конструкции целиком, не затрагивая характер НДС ее отдельных сечений.

Область применения диаграммных методов второго и третьего типов сдерживается необходимостью в обширной базе экспериментальных данных, которую не всегда можно пополнить в связи с нехваткой материально-технических и финансовых средств. Фактически для каждой вновь проектируемой конструкции необходимо проведение эксперимента с целью определения ее прочности, жесткости и трещиностойкости. Это целесообразно лишь для уникальных нетиповых конструкций, методика расчета которых пока отсутствует из-за невозможности учета каких-либо значимых факторов и свойств. По мере развития теории железобетона более рациональным будет использование диаграммного метода первого типа, поэтому далее речь пойдет только о нем.

В методе расчета на основе диаграмм первого типа учитывается вклад в несущую способность, жесткость и трещиностойкость конструкции от каждой ее составляющей отдельно – от растянутого и сжатого бетона, бетона, находящегося в условиях среза, продольной и поперечной арматуры и т.д. В его основе лежит нелинейная деформационная модель нормального сечения, которая, как это будет показано далее, после некоторых преобразований и дополнений может быть применена и для расчетов по наклонному сечению. Обстоятельно о данной модели будет изложено чуть ниже. Здесь кратко поясним, что модель включает в себя уравнения равновесия внешних и внутренних сил, условие деформирования нормального расчетного сечения в виде гипотезы плоских сечений, а также диаграммы деформирования бетона и арматуры, которые устанавливают связь между напряжениями и деформациями (рис. 1.1, 1.2). Модель позволяет рассчитывать конструкцию на всем протяжении ее нагружения. При этом аналитически задача в такой постановке практически не решается, поэтому расчет обычно ведется численно, методом последовательных приближений. Для этого на первой итерации задаются армированием элемента, например, из расчета по I-й группе ПС «классического» алгоритма предельных усилий. Далее последовательными приближениями ищется НДС элемента, что включает в себя определение относительных деформаций и напряжений в бетоне и арматуре, вычисление секущих модулей деформаций согласно диаграммам состояния материалов, расчет жесткости сечения и кривизны. На каждом шаге итерационного процесса выполняются проверки по предельным деформациям бетона рас-

тянутой зоны, бетона сжатой зоны, растянутой и сжатой арматуры. Эти проверки играют роль граничных условий в ходе решения задачи. При этом первая из них является условием образования трещин; последующие служат для оценки прочности рассматриваемого сечения. По окончании итерационного расчета вычисляют момент трещинообразования  $M_{crc}$ , предельный несущий момент  $M_{ult}$ , ширину раскрытия трещин  $a_{crc}$  и прогиб  $f$ . Последние два параметра вычисляются уже по «классическим» формулам механики железобетона, но на основе результатов, полученных диаграммным методом.

## 1.2. История и перспективы развития

Благодаря быстрому развитию вычислительной техники и информационных технологий в последние годы стало возможным широкое внедрение в инженерную практику проектирования железобетонных конструкций нелинейных методов расчета. Среди них наибольшее распространение получили диаграммные методы, использующие диаграммы деформирования материалов в прямом виде. В 2003 г. диаграммный метод под названием «Нелинейная деформационная модель» вошел в российские нормы – СНиП 52-01-2003 и далее в СП 63.13330.2012. Таким образом, был сделан существенный шаг к гармонизации отечественных и европейских норм, где диаграммы деформирования бетона и стальной арматуры в качестве расчетной основы присутствуют с 1978 г. [22]. Тем не менее, в России в современном виде нелинейная деформационная модель и ее физические соотношения впервые были предложены в работе [12] в 80-х годах прошлого столетия, а в работе [23] эта модель развита применительно к расчету стержневых конструкций в приращениях. У истоков создания нелинейной деформационной модели стояли такие ученые, как В.И. Мурашов [3], [4], А.А. Гвоздев [5], [6] Я.М. Немировский [7] и другие исследователи. Значимый вклад в развитие теоретических и экспериментальных основ этой модели внесли отечественные ученые: Дыховичный А.А. (1978) [8], Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. (1982) [9], Ильин О.Ф., Гвоздев А.А. (1984) [10], Гуца Ю.П., Лемыш Л.Л. (1985) [11], Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А. (1987) [12], Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. (1987) [13], Лазовский Д.Н. (1998) [14] и др. Среди зарубежных исследователей этим вопросом занимались Леонгард Ф. (1980) [15], L.Saennz, ЕКБ, В.Sinha, P.Desayi, S.Krisnuan, K.Gerstle, L.Tulin, Kabeila и мн. др.

В развитие этих исследований на кафедре «Железобетонные и каменные конструкции» Казанского ГАСУ, начиная с 2011 года ведется продуктивная работа по совершенствованию существующих и разработке новых подходов и методик расчета, основанных на нелинейной деформационной модели. На первом этапе исследований был решен вопрос, каким диаграммам отдать предпочтение, так как от их вида зависят результаты расчета. В работах [18,19] за основу приняты диаграммы, предложенные академиком Н.И. Карпенко [16] и вошедшие в СП 63.13330.2012, как наиболее полно отвечающие экспериментам. Учитывая новые теоретико-экспериментальные данные, полученные за последние годы, проведено их совершенствование – в выражения, описывающие диаграммы, подобраны корректирующие коэффициенты, что позволило сблизить расчетные значения момента трещинообразования  $M_{crc}$  и разрушающего мо-

мента  $M_{ult}$  в изгибаемых железобетонных элементах, полученные по диаграммной методике и по формулам СНиП 2.03.01.84\*. Выбор этого СНиП в качестве «эталона» для сравнения обоснован тем, что данная методика прошла более чем 30-летнюю экспериментальную проверку, и на практике доказала свою надежность. После этого в работе [19] выполнено сравнение результатов расчета по деформациям изгибаемых железобетонных элементов с использованием деформационной модели и различных видов диаграмм деформирования бетона и стальной арматуры, включая предложенные авторами. Для сопоставления с «эталонами» – со СНиП 2.03.01.84\* – принято три расчетных подхода к построению диаграмм состояния материалов: СП 52-01-2003; Еврокод-2; собственные теоретические разработки. Установлено, что расхождение результатов при определении жесткости сечения, моментов  $M_{crc}$  и  $M_{ult}$  по сравниваемым методикам зависит от вида принятых диаграмм состояния материалов, класса бетона по прочности, процента армирования и уровня нагружения. Проанализированы причины расхождения, которые заключаются в различии аналитических предпосылок к построению диаграмм и в разнице подходов отечественных и зарубежных норм к определению прочности бетона на растяжение и сжатие. При изменении жесткости изгибаемых железобетонных элементов по мере увеличения нагрузки лучшую сходимость со СНиП 2.01.03-84\* показали результаты, полученные по предложенной методике, которая, как установлено в работе [24], имеет также удовлетворительную сходимость и с опытными данными К.А. Пирадова, С.С. Ватагина и Т.А. Мухамедиева.

С целью дифференцированного применения в расчетах железобетонных элементов по первой и второй группам предельных состояний в работе [25] диаграммы деформирования бетона представлены на основе единых математических выражений в виде нормативных и расчетных (рабочих). Переход между ними осуществлялся введением коэффициентов надежности по бетону:  $\gamma_{bt}=R_{bt,n}/R_{bt}=1,5$  и  $\gamma_b=R_{b,n}/R_b=1,3$ .

В работе [26] момент образования трещин в изгибаемых железобетонных элементах определен с использованием нелинейной деформационной модели при неоднородном распределении деформаций по высоте растянутой зоны элемента, что достигнуто введением в расчетные выражения коэффициента, учитывающего градиент деформаций. Это позволило получить значения искомого момента, близкие к методике СНиП 2.03.01-84\*.

Вторым этапом научных исследований стало рассмотрение внецентренно сжатых железобетонных элементов. В работе [27] выполнен анализ результатов расчета прочности, жесткости и трещиностойкости таких элементов по нелинейной деформационной модели с использованием различных диаграмм деформирования бетона. На основе единого подхода рассмотрены все стадии работы элементов – от начала нагружения вплоть до разрушения. Для оценки влияния продольной силы на напряженно-деформированное состояние внецентренно сжатых элементов рассчитывались также изгибаемые элементы, имеющие аналогичные физико-механические и геометрические характеристики. Установлено, что вид рассмотренных диаграмм практически не влияет на конечный результат при определении изгибающих моментов образования трещин и разрушения, но сказывается на величине расчетной жесткости сечения. Кроме

того, выявлено, что влияние продольной силы на жесткость особенно на начальных этапах нагружения, а также на разрушающий изгибающий момент, является существенным и зависит от процента армирования и эксцентриситета продольной силы. Сделан вывод, что диаграммы состояния бетона, полученные авторами ранее для изгибаемых элементов, могут быть использованы и для расчета внецентренно сжатых.

Третий этап исследований связан с рассмотрением работы железобетонных изгибаемых элементов в зоне совместного действия изгибающих моментов ( $M$ ) и перерезывающих сил ( $Q$ ). Надо отметить, что согласно российским нормам, прочность изгибаемых элементов в «пролете среза» на действие  $M$  и  $Q$  выполняют отдельно, несмотря на экспериментально установленное взаимное влияние этих силовых факторов на НДС конструкций. Кроме того, в большинстве известных по литературе расчетных методик для изгибаемых конструкций в качестве одной из предпосылок принимается гипотеза плоских сечений, которая, как показывают опыты, с появлением наклонных трещин в «пролете среза» не выполняется. Предварительно в работе [28] в ПК «Ansys» проведено компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния изгибаемых бетонных и железобетонных элементов в рассматриваемой зоне, с учетом трещин как нормальных, так и наклонных к продольной оси. Эти данные послужили основой для разработки методики расчета наклонных сечений с применением нелинейной деформационной модели [29, 30]. Для этого с использованием ПК математического анализа *MathCAD* разработан алгоритм расчета бетонных и железобетонных балок, учитывающий схему нагружения, нелинейные свойства бетона и арматуры, а также появление и развитие нормальных и наклонных трещин. Алгоритм позволяет использовать диаграммы состояния бетона, полученные авторами ранее.

Обобщая полученные данные, в работах [31, 32] сделана попытка разработать с применением нелинейной деформационной модели единую методику расчета железобетонных изгибаемых элементов по двум группам предельных состояний – как для нормальных, так и для наклонных сечений. При этом сравнение результатов численного расчета с экспериментом показало удовлетворительное совпадение данных – разница не более 10%.

Параллельно с исследованием деформирования конструкций под действием статической нагрузки в КГАСУ проводится изучение усталостных свойств стали и бетона [49].

На данный момент исследования продолжаются. Получены и опубликованы данные об определении ширины раскрытия нормальных трещин в изгибаемых железобетонных элементах с применением нелинейной деформационной модели [33]. В дальнейшем предполагается рассмотреть влияние различных схем нагружения конструкций, форм их поперечного сечения, процента продольного армирования, вида диаграмм деформирования материалов, совместного развития нормальных и наклонных трещин, наличия предварительно напряженной арматуры, перераспределение усилий в статически неопределимых конструкциях, расчет трубо-, стале-, фибро- железобетонных элементов, а также с использованием диаграммных методов изучить работу железобетонных элементов, усиленных композитной арматурой.

## Вопросы для самостоятельной проработки главы 1

1. Что является объектом рассмотрения при использовании диаграммного метода в железобетоне? Что входит в предметную область метода?
2. Что такое диаграммы деформирования (состояния), и каких типов они бывают?
3. Какова отличительная особенность диаграмм первого типа, и почему они получили наибольшую распространенность? Для чего нужны диаграммы остальных типов?
4. В чем отличие экспериментальных, рабочих, нормативных и расчетных диаграмм деформирования?
5. Благодаря чему диаграммные методы расчета строительных конструкций и их элементов в последние годы получают все большее распространение? Какова история становления этого подхода в нашей стране и за рубежом?
6. Каковы основные этапы развития диаграммного метода расчета железобетонных конструкций?

## ГЛАВА 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НОРМАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Под моделью в данном случае будем понимать совокупность двух составляющих:

1 – идеализированного представления железобетонного сечения в виде его графического образа (чертежа) со схемой усилий, напряжений и деформаций (построенной в общепринятых в механике условных обозначениях),

2 – системы математических уравнений, описывающих работу железобетонного сечения под нагрузкой.

Модель названа нелинейной, так как включает в себя нелинейные уравнения, описывающие взаимосвязь между напряжениями и деформациями (так называемые физические соотношения или иначе – законы деформирования).

Кроме того, модель названа деформационной, так как основным расчетным параметром в ней являются деформации (напряжения и усилия при этом являются производными величинами).

На рис. 2.1 показан предлагаемый вариант расчетной схемы нормального сечения для железобетонного элемента, находящегося в условиях внецентренного сжатия (в сечении действуют продольная сжимающая сила  $N$  и изгибающий момент  $M$ , причем рассмотренные ниже принципы построения модели справедливы для любого напряженно-деформированного состояния элемента: чистого изгиба, центрального сжатия, центрального и внецентренного растяжения, косоугольного изгиба и т.д.). Положительной чертой модели является то, что она позволяет производить расчет ЖБК по двум группам предельных состояний на основе единого подхода. Кроме того, на второй стадии НДС в ней учитывается работа растянутого бетона над трещиной.

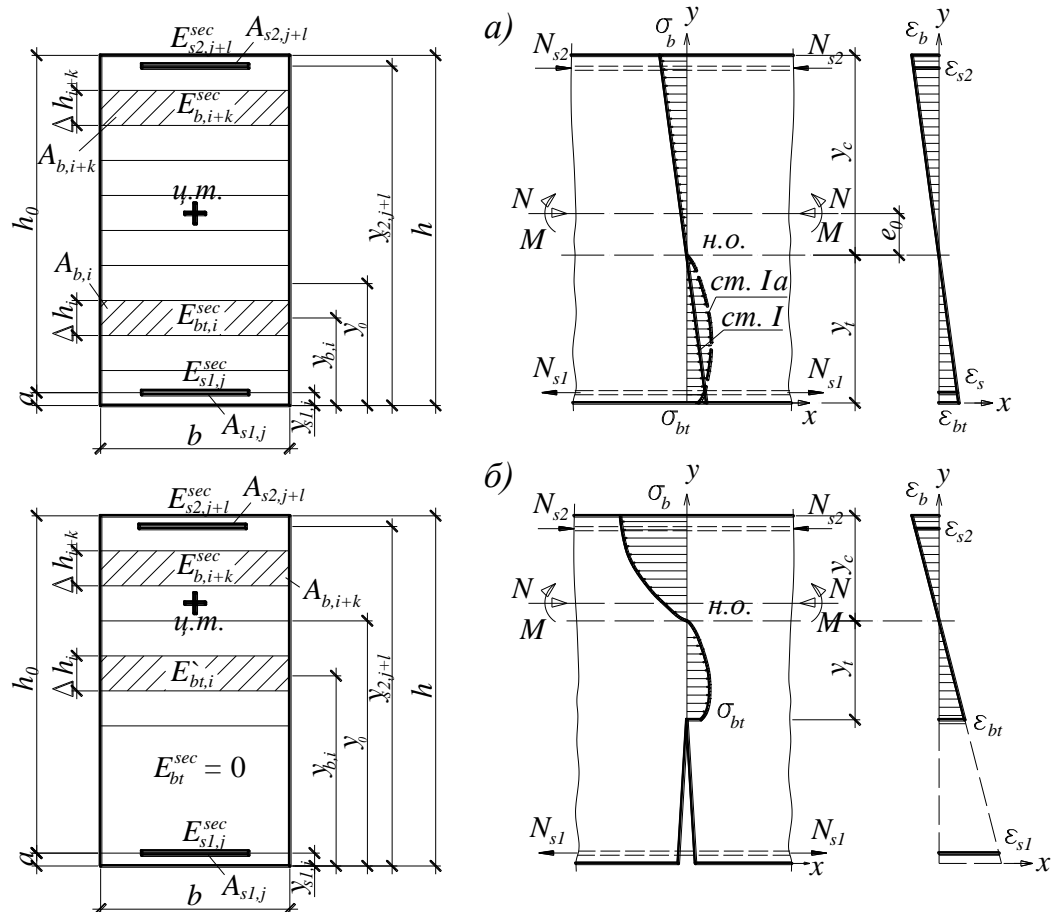


Рис. 2.1. Расчетная схема нормального сечения внецентренно сжатого железобетонного элемента (а) до и (б) после образования трещины

Традиционно аналитические выражения, описывающие расчетную модель деформирования элемента, включают в себя три группы уравнений: 1 – уравнения равновесия, устанавливающие связь между внешними нагрузками и внутренними усилиями, 2 – совместности деформаций, определяющие взаимосвязь между деформациями и перемещениями в произвольной точке тела, и 3 – физические соотношения. Более подробно первая и вторая группы уравнений будут рассмотрены в главе 5 – непосредственно в блок-схемах алгоритмов решения задач, третья группа – в главе 4.

Здесь отметим, что для построения уравнений равновесия и совместности деформаций вводится численное интегрирование (суммирование) деформационных параметров по сечению элемента. Для этого оно разделяется на  $n$  элементарных участков бетона с площадями  $A_{bt,i}$ ,  $A_{b,i+k}$  ( $i=1 \div n$ ) и координатами центров тяжести участков  $y_{bi}$ . Каждый арматурный стержень площадью  $A_{s1,j}$ ,  $A_{s2,j+1}$  ( $j=1 \div m$ ) фиксируется координатами центра тяжести его сечения  $y_{s1,j}$ ,  $y_{s2,j+1}$  (рис. 2.1).

Положение оси  $Ox$  в сечении, в принципе, может быть произвольным, однако для унификации расчетов в различных стадиях деформирования конструкций рекомендуется совмещать продольную ось с осью центров тяжести сечений, определяемых в упругой стадии деформирования элемента. Эта ось для изгибаемого элемента совпадает с нейтральной осью (линия «н.о.» на рис. 2.1).

Растягивающие напряжения принимаются за положительные, сжимающие – за отрицательные. Следует учитывать знаки координат  $Y_{bi}$ ,  $Y_{s1j}$ ,  $Y_{s2j} + l$ .

Общие выражения для условий равновесия, совместности деформаций и граничных условий здесь не приводим, так как все они хорошо описаны в нормах [1].

## Вопросы для самостоятельной проработки главы 2

1. Что такое нормальное сечение железобетонного элемента? Что такое модель вообще и модель нормального сечения железобетонного элемента в частности? Как вы понимаете в целом термин: «нелинейная деформационная модель (НДМ) нормального сечения железобетонного элемента»?
2. Каковы положительные черты НДМ? В чем преимущества и недостатки?
3. Что собой представляет расчетная схема нормального сечения железобетонного элемента?
4. Сколько групп уравнений и какие включает в себя математический аппарат, описывающий НДМ?

## ГЛАВА 3. НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НАКЛОННОГО СЕЧЕНИЯ

### 3.1. Расчетная схема усилий и напряжений в зоне совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил

При построении модели наклонного сечения невозможно обойтись без рассмотрения схемы нагружения изгибаемого элемента и его работы в смежных сечениях, как это было допустимо для нормального сечения.

Для примера рассмотрена шарнирно опертая балка, нагруженная двумя сосредоточенными силами, которые расположены симметрично относительно середины пролета (рис. 3.1). Поперечное сечение балки – прямоугольное. Полученные для нее результаты могут быть распространены на изгибаемые элементы с различными схемами нагружения и закрепления, формой поперечного сечения и т.п.

Нагрузка, действующая на балку, вызывает в ней появление как нормальных, так и наклонных трещин. Вдоль пролета балки можно выделить шесть характерных сечений, показанных на рис. 3.2 и 3.3. Они охватывают четыре стадии НДС конструкции:

I – до появления нормальных трещин (в зоне чистого изгиба – сечение «а-а» – и в зоне совместного действия  $M$  и  $Q$  – сечение «б-б»);

II – после появления нормальных трещин (в зоне чистого изгиба – сечение «в-в» – и в зоне совместного действия  $M$  и  $Q$  – сечение «г-г»);

III – после появления наклонной трещины (сечения «д-д» и «е-е»);

IV – разрушение (по аналогии с сечениями «в-в», «г-г» и «д-д»).

Совместное рассмотрение НДС всех шести сечений позволяет описать работу балки в целом, а не только в наклонном сечении. Причем, чтобы получить более точное НДС балки, необходимо ее разбить вертикальными сечениями более часто (по нашим рекомендациям – не менее чем на 20 участков). От-



метим, что эпюры деформаций, усилий и напряжений (рис. 3.2, 3.3), которые действуют в представленных сечениях, построены на основе результатов компьютерного моделирования [2], освещенных также в главе 6 пособия.

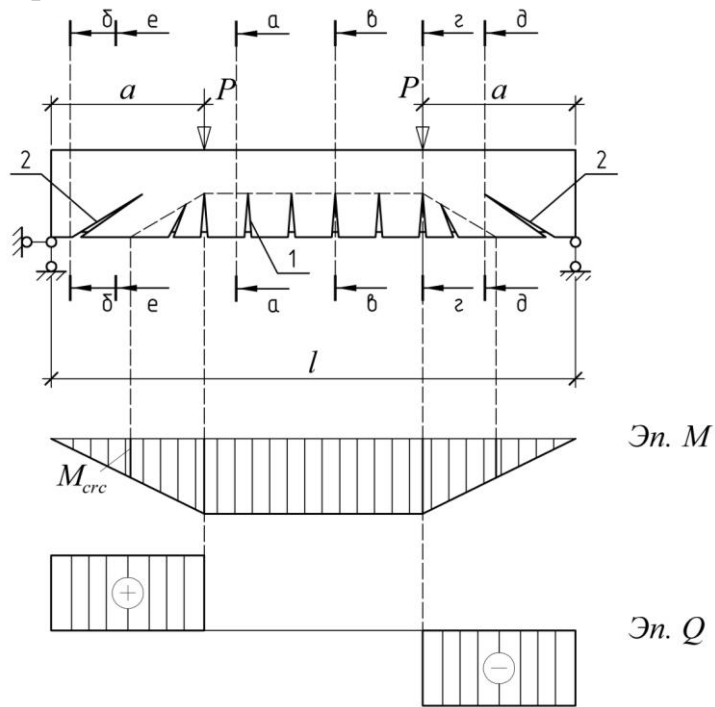


Рис. 3.1. Схемы нагружения балки и развития трещин: 1,2 – соответственно нормальные и наклонные трещины

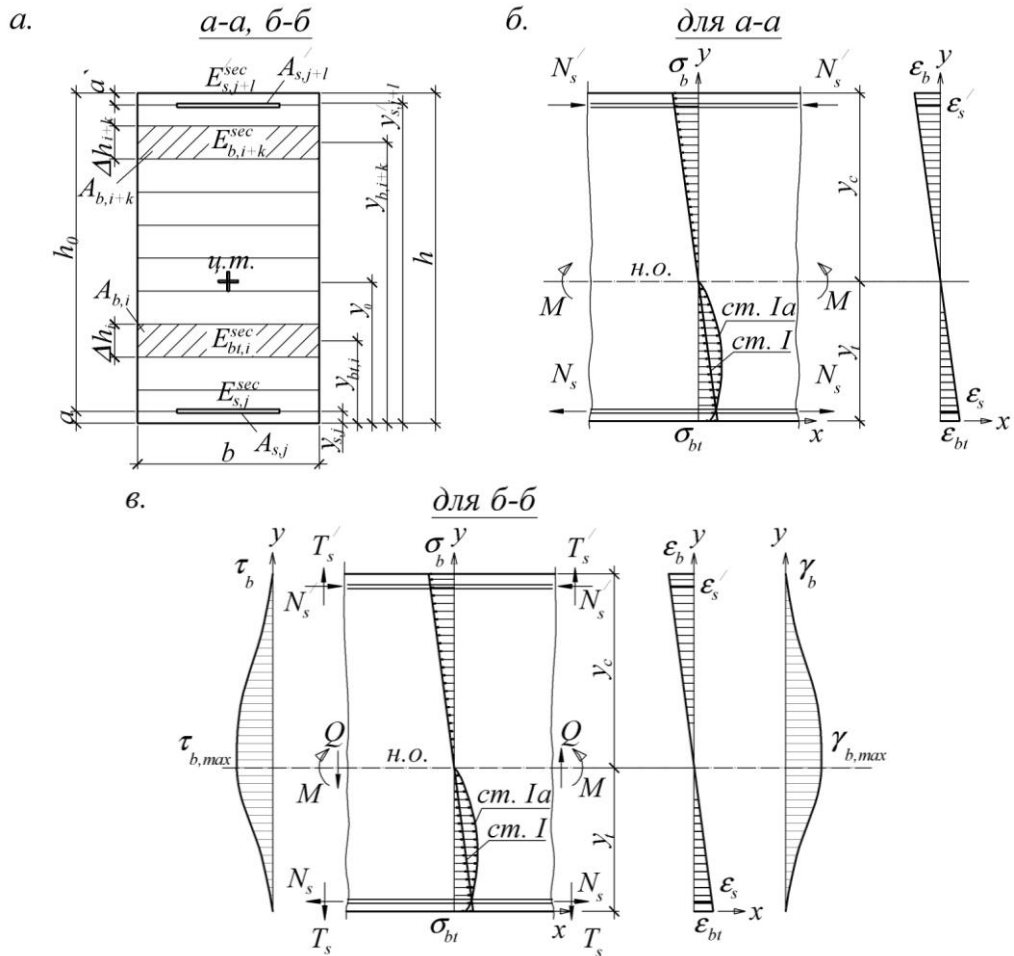


Рис. 3.2. Расчетные схемы сечений балки (а) и схемы распределения напряжений и деформаций по ним до появления трещин в зонах чистого изгиба (б) и совместного действия  $M$  и  $Q$  (в)

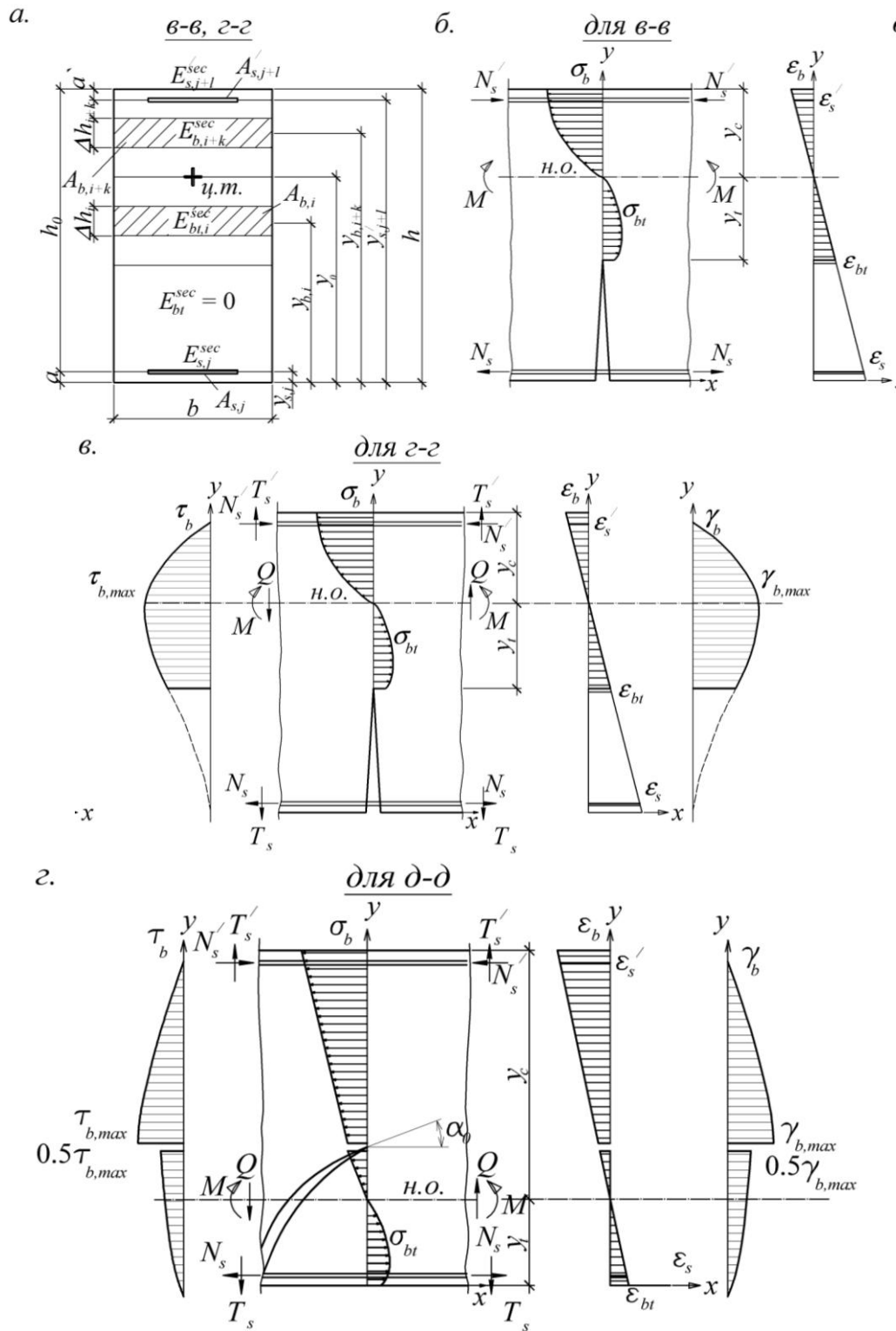


Рис. 3.3. Расчетные схемы сечений балки (а) и схемы распределения напряжений и деформаций по ним после появления трещин в зонах чистого изгиба (б) и совместного действия  $M$  и  $Q$  (в-д)

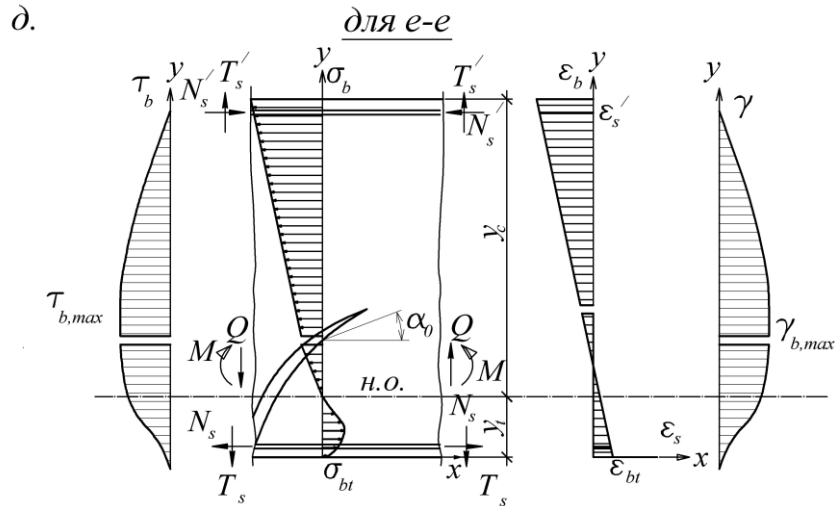


Рис. 3.3 (продолжение). Расчетные схемы сечений балки (а) и схемы распределения напряжений и деформаций по ним после появления трещин в зонах чистого изгиба (б) и совместного действия  $M$  и  $Q$  (в-д)

### 3.2. Основные расчетные выражения

Основные выражения для системы разрешающих уравнений будут практически аналогичными модели нормального сечения. Особенность заключается в формуле для условий совместности деформаций, которую необходимо было уточнить, поскольку гипотеза плоских сечений в «пролете среза» нарушается, и этому есть две причины: оказывает свое действие перерезывающая сила (в зависимости от конкретных условий до 10%), а также влияет развивающаяся по мере статического нагружения наклонная трещина. В связи с этим на основе теоретико-экспериментальных исследований профессора Карпенко Н.И. [34] предложена следующая зависимость для кривизны:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{B} + \frac{\Delta\gamma}{\Delta l}, \quad (3.1)$$

где  $B$  – изгибная жесткость сечения;  $\Delta\gamma$  – приращение угла сдвига на участке балки длиной  $\Delta l$ .  $\Delta\gamma = \gamma_k - \gamma_{k-1}$  – разница углов сдвига для двух смежных сечений  $k$  и  $k-1$ .

Кроме того, в отличие от предыдущей модели сечения в рассматриваемом случае необходимо вместо нормальных напряжений в бетоне оперировать главными растягивающими и главными сжимающими:

$$\sigma_{\frac{mt}{mc}} = \frac{\sigma_b}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_b^2}, \quad (3.2)$$

где  $\sigma_b$  – нормальные напряжения,  $\tau_b$  – касательные напряжения, определяемые в зависимости от угла сдвига из закона деформирования « $\tau_b$ - $\gamma_b$ ». О получении и нормировании этой зависимости речь пойдет в следующей главе.

Сам же угол сдвига определяется по известной формуле Журавского, но с учетом поврежденной части сечения (за счет роста трещины по высоте сечения по мере нагружения) и нелинейных свойств материала:

$$\gamma_b = \frac{QS_b^{omc}}{G_b^{sec} b I_{bd}}, \quad (3.3)$$

где  $S_b^{omc}$  – статический момент отсеченной части бетонного сечения;  $G_b^{sec}$  – секционный модуль сдвига;  $I_{bd}$  – момент инерции сечения балки за вычетом площади поврежденной части.

Более подробно о вычислении величин, входящих в выражения (3.1–3.3), сказано в главе 5.

### **Вопросы для самостоятельной проработки главы 3**

1. Что собой представляет расчетная схема изгибаемого элемента при рассмотрении расчетов по наклонному сечению?
2. Опишите стадии деформирования изгибаемого элемента при разрушении по наклонному сечению? Сколько сечений нужно для этого рассмотреть?
3. Проанализируйте, как меняется эпюра касательных напряжений  $\tau$  от сечения к сечению элемента (от стадии к стадии)? Почему в сечении «г-г» эпюра  $\tau$  над нормальной трещиной имеет ненулевое значение? Почему в сечении «д-д» эпюра  $\tau$  имеет перелом?
4. В чем особенность условий совместности деформаций для модели наклонного сечения?

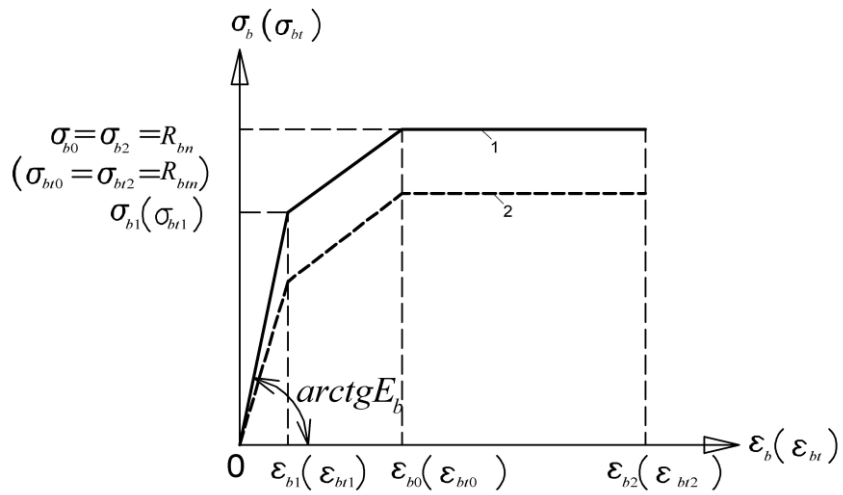
## **ГЛАВА 4. НОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ, ИХ АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ**

### **4.1. Диаграммы деформирования материалов при одноосном растяжении и сжатии**

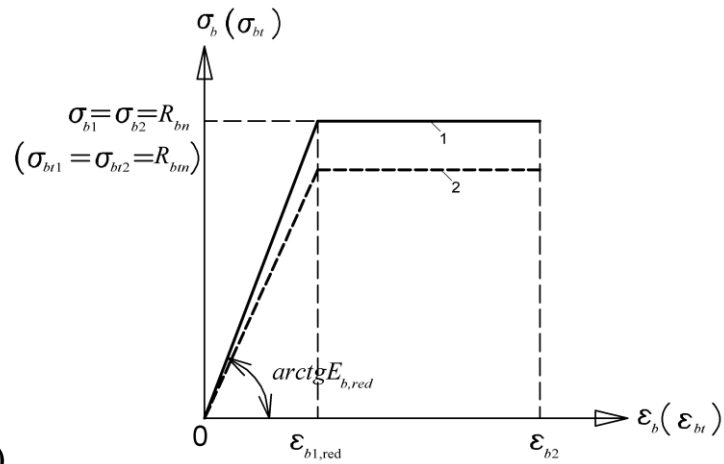
Как уже было отмечено в 1-й главе, следует различать экспериментальные диаграммы деформирования, построенные по опытным точкам, от рабочих, которые некоторым образом описывают (аппроксимируют) экспериментальные. В свою очередь, рабочие диаграммы подразделяются на нормативные и расчетные (необходимые соответственно в расчетах по 2-й и 1-й группам предельных состояний). Выбранный вариант аппроксимации определяет границы ее применения и влияет на точность получаемых результатов.

Построение экспериментальных диаграмм в пособии не рассматривается. Стоит лишь отметить, что основой для рабочих являются опытные диаграммы состояния, полученные при кратковременных испытаниях стандартных образцов: бетонных призм при сжатии в течение 60 мин., образцов-«восьмерок» при растяжении в течение 20 мин., стальных стержней на разрыв.

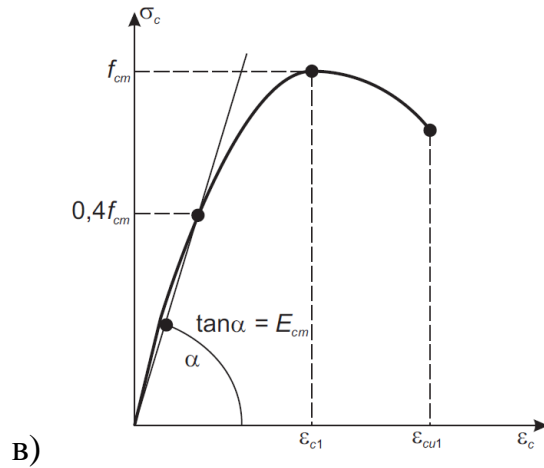
В пособии внимание уделено трем наиболее распространенным в литературе видам рабочих диаграмм деформирования бетона (рис. 4.1). Для стальной арматуры принята упрощенная диаграмма Прандтля (рис. 4.2), как для жестко-упругого тела.



a)



б)



в)

Рис. 4.1. Диаграммы деформирования бетона по различным нормам: кусочно-линейные по СП 63.13330.2012 [1] – трех- (а) и двухлинейные (б); по Еврокод-2 (1992) [20] – для нелинейного статического расчета (в) и инженерно-проектировочного расчета – параболически-прямоугольная (г) и линейно-прямоугольная (д); е – Карпенко Н.И. [16], [18], [19], [25], [26]

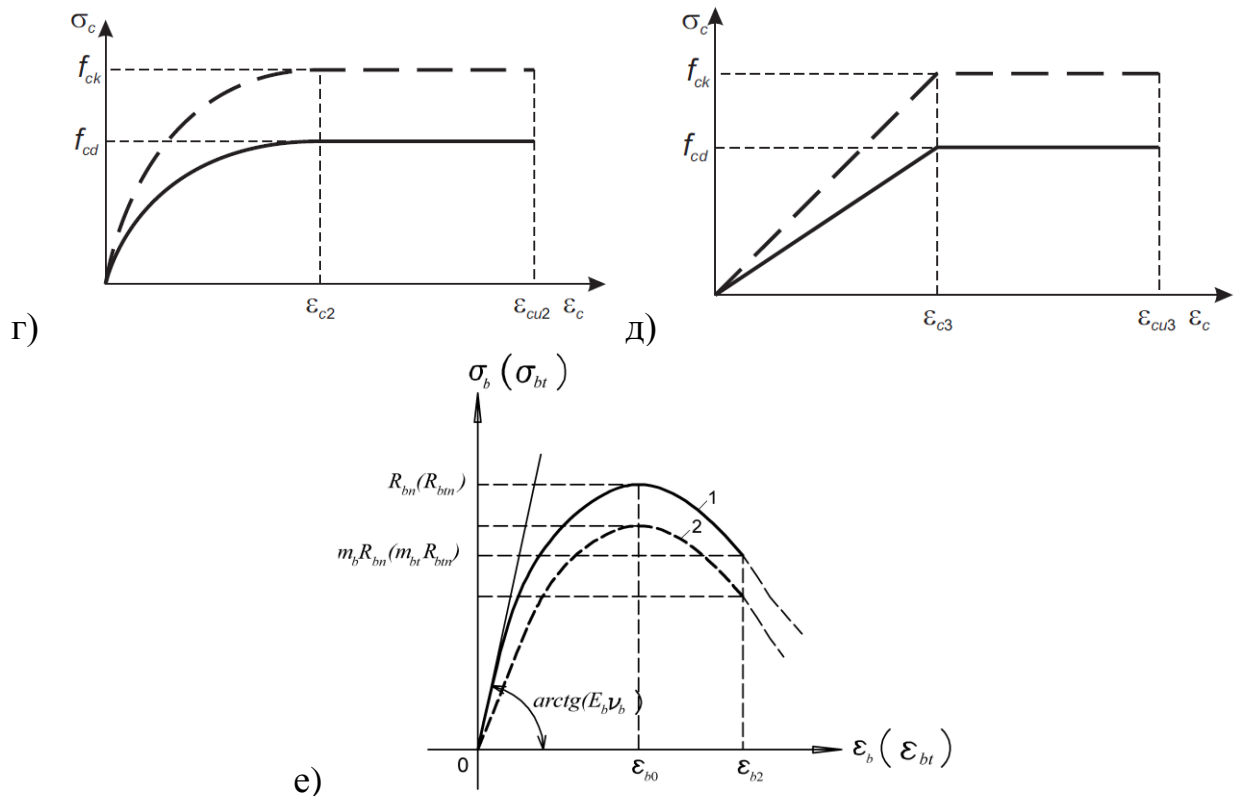


Рис. 4.1 (продолжение). Диаграммы деформирования бетона по различным нормам: кусочно-линейные по СП 63.13330.2012 [1] – трех- (а) и двухлинейные (б); по Еврокод-2 (1992) [20] – для нелинейного статического расчета (в) и инженерно-проектировочного расчета – параболически-прямоугольная (г) и линейно-прямоугольная (д); е – Карпенко Н.И. [16], [18], [19], [25], [26]

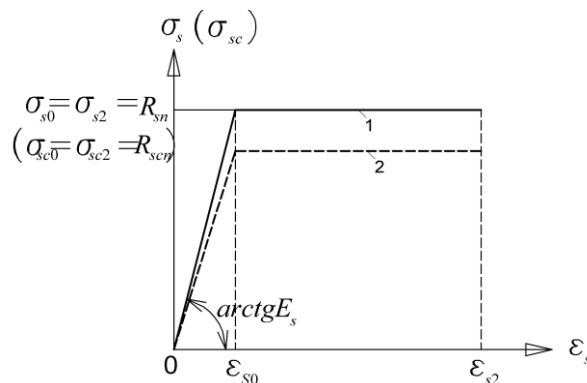


Рис. 4.2. Диаграмма деформирования стальной арматуры

Ниже приведены формулы для построения диаграмм деформирования бетона и стальной арматуры:

1. По СП 63.13330.2012 [1] (только для трехлинейной диаграммы)

- для бетона при одноосном сжатии кратковременной нагрузкой (используемой при расчетах по II группе предельных состояний):

$$\sigma_b = \begin{cases} \varepsilon_b E_{b1} & \varepsilon_b < \varepsilon_{b1} \\ \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_{b,n}} \right) \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_{b,n}} \right] R_{b,n} & \varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0} \\ R_{b,n} & \varepsilon_b > \varepsilon_{b0} \end{cases}, \quad (4.1)$$

- для бетона при одноосном растяжении кратковременной нагрузкой (используемой при расчетах по II группе предельных состояний):

$$\sigma_{bt} = \begin{cases} \varepsilon_{bt} E_{b1} & \varepsilon_{bt} < \varepsilon_{bt1} \\ \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_{bt1}}{R_{bt,n}} \right) \frac{\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{bt1}}{\varepsilon_{bt0} - \varepsilon_{bt1}} + \frac{\sigma_{bt1}}{R_{bt,n}} \right] R_{bt,n} & \varepsilon_{bt1} < \varepsilon_{bt} < \varepsilon_{bt0} \\ R_{bt,n} & \varepsilon_{bt} > \varepsilon_{bt0} \end{cases} \quad (4.2)$$

где  $\varepsilon_b$ ,  $\sigma_b$  и  $\varepsilon_{bt}$ ,  $\sigma_{bt}$  – текущие значения деформаций и напряжений бетона при одноосном сжатии и растяжении;  $R_{b,n}$ ,  $R_{bt,n}$  – нормативная прочность бетона соответственно на сжатие и растяжение, определяемая по таблице 6.7 [1];  $E_{b1}$  – начальный модуль деформаций с учетом быстро натекающей ползучести,  $E_{b1} = 0,85E_b$ , где  $E_b$  определяется по таблице 6.11 [1];  $\sigma_{bt1} = 0,6R_{bt,n}$ ,  $\varepsilon_{bt1} = 0,6R_{bt,n}/E_{b1}$ ,  $\varepsilon_{bt0} = 0,002$ ,  $\varepsilon_{bt2} = 0,0035$ ,  $\sigma_{bt1} = 0,6R_{bt,n}$ ,  $\varepsilon_{bt1} = 0,6R_{bt,n}/E_{b1}$ ,  $\varepsilon_{bt0} = 0,0001$ ,  $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$  – параметрические точки диаграмм состояния бетона, определяемые по п. 6.1.14 [1].

Формулы (4.1, 4.2) используются для расчета конструкций по второй группе предельных состояний (по трещиностойкости и по деформациям) на непродолжительное действие нагрузок. При расчете на продолжительное действие нагрузок в этих формулах необходимо  $E_{b1}$  заменить на:

$$E_{b\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}}, \quad (4.3)$$

где  $\varphi_{b,cr}$  – коэффициент ползучести, зависящий от класса бетона по прочности и влажности окружающей среды, определяемый по табл. 6.12 [1]). Деформации в параметрических точках диаграммы принимают значения согласно табл. 6.10 [1];

- для стальной арматуры при растяжении/сжатии (используемой при расчетах по II группе предельных состояний):

$$\sigma_s = \begin{cases} \varepsilon_s E_s, & \varepsilon_s < \varepsilon_{s0} \\ R_{s,n}, & \varepsilon_{s0} < \varepsilon_s < \varepsilon_{s2} \end{cases}, \quad (4.4)$$

где  $\varepsilon_s$ ,  $\sigma_s$  – текущие деформации и напряжения в арматуре;  $R_{s,n}$  – нормативная прочность стальной арматуры на растяжение (см. таблицу 6.13 [1]);  $E_s$  – начальный модуль деформаций арматуры, принимаемый равным  $2,0 \cdot 10^5$  МПа;  $\varepsilon_{s0} = R_{s,n}/E_s$ ,  $\varepsilon_{s2} = 0,025$  – параметрические точки диаграмм состояния стальной арматуры.

Для расчета конструкций по первой группе предельных состояний (по прочности) в формулах (4.1–4.3) необходимо вместо  $R_{b,n}$ ,  $R_{bt,n}$ ,  $R_{s,n}$  принимать соответственно  $R_b$ ,  $R_{bt}$ ,  $R_s$ , а значения модуля деформаций и относительных деформаций бетона в параметрических точках принимать как для непродолжительного действия нагрузки.

2. По Еврокод-2 [19] (либо СНБ 5.03.01-02 [20]) возможно строить диаграммы только для одноосного сжатия. В случае одноосного растяжения никаких дополнительных сведений в этих нормативах не сообщается. Поэтому в качестве исследовательской задачи примем для растянутого бетона такие же по форме диаграммы деформирования, как и для сжатого бетона. Общий вид этих диаграмм показан на рис. 4.1 б, в, г. Диаграммы 4.1 в, как поясняется в Еврокод-2, пригодны для нелинейного статического расчета железобетонных конструкций (в основном, в научно-исследовательских задачах компьютерного

моделирования). А в проектировочных расчетах по первой и второй группам предельных состояний предлагается применять упрощенные параболически-прямоугольные и билинейные диаграммы (рис. 4.1, б и г). Более подробно остановимся на диаграммах 4.1 в. Очевидно, для того чтобы в инженерных расчетах можно было использовать приведенные диаграммы, необходимо осредненные значения прочности бетона при сжатии  $f_{cm}$  и растяжении  $f_{tm}$  заменить на соответствующие им характеристические (нормативные) и расчетные характеристики прочностей. Тогда расчетные выражения для построения нормативных диаграмм будут иметь вид:

- для бетона при одноосном сжатии кратковременной нагрузкой (используемой при расчетах по II группе предельных состояний):

$$\sigma_c = \begin{cases} \frac{k_c \eta_c - \eta_c^2}{1 + (k_c - 2) \eta_c} R_{b,n}, & \varepsilon_c < \varepsilon_{cu1}, \\ 0, & \varepsilon_c > \varepsilon_{cu1} \end{cases} \quad (4.5)$$

- для бетона при одноосном растяжении кратковременной нагрузкой (используемой при расчетах по II группе предельных состояний):

$$\sigma_t = \begin{cases} \frac{k_t \eta_t - \eta_t^2}{1 + (k_t - 2) \eta_t} R_{bt,n}, & \varepsilon_t < \varepsilon_{tu1}, \\ 0, & \varepsilon_t > \varepsilon_{tu1} \end{cases} \quad (4.6)$$

где  $k_c = 1,1 E_{cm} \frac{\varepsilon_{c1}}{R_{b,n}}$ ,  $\eta_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$ ,  $k_t = 1,1 E_{tm} \frac{\varepsilon_{t1}}{R_{bt,n}}$ ,  $\eta_t = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t1}}$ ,  $\varepsilon_c$ ,  $\sigma_c$  и  $\varepsilon_t$ ,  $\sigma_t$  – текущие значения деформаций и напряжений бетона при одноосном сжатии и растяжении;

$E_{cm} = E_{tm} = 22 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \cdot 10^3$  – секущий модуль упругости бетона (для секущей, проходящей через точку  $\sigma_c = 0,4 f_{cm}$ ) при сжатии и растяжении;  $\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \cdot 10^{-3} \leq 2,8 \cdot 10^{-3}$  – деформации в вершине диаграммы состояния сжатого бетона;

$\varepsilon_{cu1} = \begin{cases} 3,5 \cdot 10^{-3}, & f_{ck} \leq 50 \text{ МПа} \\ \left[ 2,8 + 27 \cdot \left( \frac{98 - f_{cm}}{100} \right) \right] \cdot 10^{-3}, & f_{ck} > 50 \text{ МПа} \end{cases}$  – деформации в конце ниспадающей

ветви диаграммы состояния сжатого бетона;  $f_{ck} = 0,8 f_{ckcube}$  – характеристическая (нормативная) цилиндрическая прочность бетона на сжатие в возрасте 28 суток (класс бетона «С» по Еврокод-2);  $f_{ckcube}$  – характеристическая (нормативная) кубиковая прочность бетона на сжатие в возрасте 28 суток (класс бетона «В» по отечественным нормам [1]);  $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ МПа}$  – среднее значение цилиндрической прочности бетона на сжатие;  $\varepsilon_{t1}$ ,  $\varepsilon_{tu1}$  – соответственно деформации в вершине и в конце ниспадающей ветви диаграммы состояния растянутого бетона (поскольку в Еврокод-2 нет специальных указаний для определения величины этих деформаций, то примем их значения из отечественного СП [1]:  $\varepsilon_{t1} = \varepsilon_{bt0} = 0,0001$ ,  $\varepsilon_{tu1} = \varepsilon_{bt2} = 0,00015$ );

Формулы (4.5, 4.6) используются для расчета конструкций по второй группе предельных состояний (по трещиностойкости и по деформациям) на непродолжительное действие нагрузок. При расчете на продолжительное действие нагрузок в этих формулах необходимо  $E_{cm}$  заменить на:

$$E_{cmr} = \frac{E_{cm}}{\varphi(\infty, t_0)}, \quad (4.7)$$



где  $\varphi(\infty, t_0)$  – коэффициент ползучести, зависящий от класса бетона по прочности, влажности окружающей среды, размера поперечного сечения строительного элемента, времени к началу загрузки и срока эксплуатации конструкции.

При сжимающих напряжениях, действующих в сжатом бетоне, меньших  $0,45f_{ck}$ , коэффициент  $\varphi(\infty, t_0)$  допускается определять по номограммам, приведенным на рис. 3.1 [19]. Точное значение этого коэффициента определяют по формулам Приложения В [19].

- для стальной арматуры при растяжении/сжатии (используемой при расчетах по II группе предельных состояний) см. формулу (4.4).

Для расчета конструкций по первой группе предельных состояний (по прочности) в формулах (4.4–4.6) необходимо вместо  $R_{b,n}$ ,  $R_{bt,n}$ ,  $R_{s,n}$  принимать соответственно  $R_b$ ,  $R_{bt}$ ,  $R_s$ , а значения модуля деформаций и относительных деформаций бетона в параметрических точках принимать как для непродолжительного действия нагрузки.

Для поддержания единообразия далее в формулах (4.5–4.7) будем использовать обозначения, принятые в отечественных нормах:  $\sigma_c = \sigma_b$ ,  $\sigma_t = \sigma_{bt}$ ,  $\varepsilon_c = \varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_t = \varepsilon_{bt}$ ,  $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{b0}$ ,  $\varepsilon_{cu1} = \varepsilon_{b2}$ ,  $\varepsilon_{t1} = \varepsilon_{bt0}$ ,  $\varepsilon_{tu1} = \varepsilon_{bt2}$ ,  $E_{cm} = E_b$ ,  $E_{cm\tau} = E_{bt\tau}$ ,  $\varphi(\infty, t_0) = \varphi_{b,cr}$ .

3. По данным академика Карпенко Н.И. [16], с учетом результатов [16], [18], [19], [25], [26].

Диаграммы состояния бетона для расчета по II группе предельных состояний при непродолжительном действии нагрузки описываются выражениями, определяющими секущий модуль деформаций в каждой точке:

$$\begin{aligned} \sigma_{bt} &= E_{bt}^{\text{sec}} \varepsilon_{bt}, \quad E_{bt}^{\text{sec}} = \nu_{bt} E_b, \\ \sigma_b &= E_b^{\text{sec}} \varepsilon_b, \quad E_b^{\text{sec}} = \nu_b E_b, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где  $\nu_b$ ,  $\nu_{bt}$  – коэффициенты изменения секущего модуля соответственно при сжатии и растяжении.

Для их построения предлагается использовать следующий алгоритм:

1. Определяют начальные ( $\nu_0$ ) и граничные ( $\bar{\nu}_b$ ,  $\bar{\nu}_{bt}$ ) значения коэффициентов  $\nu_b$ ,  $\nu_{bt}$ :

- в начале восходящей ветви для растяжения и сжатия  $\nu_0=1,0$ ;
- в вершине диаграммы при растяжении:

$$\bar{\nu}_{bt} = a + 0,15 \frac{R_{bt,n}}{R_{0m}}, \quad (4.9)$$

здесь  $R_{0m}=2,5$  МПа;  $a=0,4$  – для неармированных сечений;  $a=0,6$  – для железобетонных сечений;

- в вершине диаграммы при сжатии:

$$\bar{\nu}_b = - \frac{R_{b,n}}{\varepsilon_{b0} E_b}, \quad (4.10)$$

где  $\varepsilon_{b0}$  – деформации бетона в вершине диаграммы:

$$\varepsilon_{b0} = - \frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + \left( 0,8 - 0,15 \frac{B^2}{10000} \right) \frac{\lambda B}{60} + 0,2 \frac{\lambda}{B}}{0,12 + 1,03 \frac{B}{60} + \frac{0,2}{B}}, \quad (4.11)$$

В формуле (11)  $\lambda$  – безразмерный коэффициент, зависящий от вида бетона и принимаемый равным для тяжелого и мелкозернистого бетона  $\lambda=1$ .

– в начале нисходящей ветви для растяжения и сжатия соответственно:

$$\begin{aligned} v_0 &= 2,05\bar{v}_{bt}; \\ v_0 &= 2,05\bar{v}_b. \end{aligned} \quad (4.12)$$

2. Вычисляют кривизну диаграммы для каждой ее ветви:

- для восходящей ветви

$$\begin{aligned} \omega &= 2 - 2,5\bar{v}_{bt}; \\ \omega &= 2 - 2,5\bar{v}_b. \end{aligned} \quad (4.13)$$

- для нисходящей ветви

$$\begin{aligned} \omega &= 0,5\bar{v}_{bt} - 0,14; \\ \omega &= 3,5\bar{v}_b^2 - 0,14. \end{aligned} \quad (4.14)$$

3. Задают уровень текущих напряжений при сжатии ( $\eta_b$ ) и растяжении ( $\eta_{bt}$ ):

$$\begin{aligned} \eta_{bt} &= \sigma_{bt} / R_{bt,n}; \\ \eta_b &= \sigma_b / R_{b,n}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

4. Определяют коэффициент изменения секущего модуля, формула для которого имеет один и тот же вид для обеих ветвей диаграммы:

$$\begin{aligned} v_{bt} &= \bar{v}_{bt} \pm (v_0 - \bar{v}_{bt})\sqrt{1 - \omega\eta_{bt} - (1 - \omega)\eta_{bt}^2}; \\ v_b &= \bar{v}_b \pm (v_0 - \bar{v}_b)\sqrt{1 - \omega\eta_b - (1 - \omega)\eta_b^2}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

5. Записывают аналитические выражения для описания диаграмм:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bt} &= \frac{\sigma_{bt}}{E_b v_{bt}}; \\ \varepsilon_b &= \frac{\sigma_b}{E_b v_b}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

6. Вычисляют граничные значения относительных деформаций бетона:

– в вершине при растяжении

$$\varepsilon_{bt0} = \frac{R_{bt,n}}{E_b \bar{v}_{bt}}; \quad (4.18)$$

– в конце ниспадающей ветви при растяжении и сжатии

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bt2} &= \frac{0,85R_{bt,n}}{E_b v_{bt}|_{\eta=0,85}}; \\ \varepsilon_{b2} &= \frac{0,85R_{b,n}}{E_b v_b|_{\eta=0,85}}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

7. По полученным данным строят диаграммы деформирования (сплошная кривая рис. 4.1 е).

8. Для расчетов по прочности полученные диаграммы должны быть трансформированы (пунктирная линия рис. 4.1 е) на основе деформационного принципа. Согласно этому принципу одинаковым относительным уровням напряжений бетона  $\eta_b$  при сжатии и  $\eta_{bt}$ , при растяжении в нормативной и расчетной диаграмме в вершине диаграммы и на расчетной части ниспадающей ветви должны соответствовать одинаковые значения относительных деформаций. Расчетная часть ниспадающей ветви используется в диапазоне  $\eta_{b,bt}=1\div 0,85$ .

Трансформирование нормативных диаграмм в расчетные – рабочие достигается введением в формулы (4.9), (4.15), (4.16) коэффициентов надежности по бетону  $\gamma_{bt}=R_{bt,n}/R_{bt}=1,5$  и  $\gamma_b=R_{b,n}/R_b=1,3$ .

Тогда

$$\begin{aligned}\eta_{bt} &= \gamma_{bt} \sigma_{bt} / R_{bt,n} = \sigma_{bt} / R_{bt}; \\ \eta_b &= \gamma_b \sigma_b / R_{b,n} = \gamma_b \sigma_b / R_b;\end{aligned}\tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}v_{bt} &= \frac{1}{\gamma_{bt}} \left[ \bar{v}_{bt} \pm (v_0 - \bar{v}_{bt}) \sqrt{1 - \omega \eta_{bt} - (1 - \omega) \eta_{bt}^2} \right]; \\ v_b &= \frac{1}{\gamma_b} \left[ \bar{v}_b \pm (v_0 - \bar{v}_b) \sqrt{1 - \omega \eta_b - (1 - \omega) \eta_b^2} \right];\end{aligned}\tag{4.21}$$

$$\bar{v}_{bt} = \frac{1}{\gamma_{bt}} \left( a + 0,15 \frac{R_{bt,n}}{R_{0m}} \right).\tag{4.22}$$

При этом в формулах (4.21) для восходящей ветви диаграмм и в формуле (4.22) для ниспадающей ветви следует принимать  $\gamma_{bt}=1,0$  и  $\gamma_b=1,0$ .

При расчете на продолжительное действие нагрузок в формулах (4.8, 4.10, 4.11, 4.17, 4.18, 4.19) необходимо начальный модуль деформаций вычислять по формуле (4.3).

Для стальной арматуры при растяжении/сжатии см. формулу (4.4).

## 4.2. Диаграммы деформирования бетона при сдвиге

Анализ литературы [1, 20, 16, 35 и др.] показал, что за редким исключением зависимостям « $\tau_b$ - $\gamma_b$ » не уделяется должного внимания – это не позволяет довести их до конечных расчетных выражений и использовать в практических расчетах. Поэтому возникает необходимость в нормировании диаграмм деформирования бетона при сдвиге.

Одним из путей решения поставленной задачи является получение зависимостей « $\tau_b$ - $\gamma_b$ » расчетным способом по опытным данным при испытаниях бетонных призм на сжатие. При этом по мере нагружения образцов необходимо фиксировать продольные и поперечные относительные деформации бетона –  $\varepsilon_b$  и  $\varepsilon'_b$ . Тогда, применяя известные выражения, искомые параметры для описания диаграмм можно получить по следующему алгоритму:

$$v = \frac{\varepsilon'_b}{\varepsilon_b} \rightarrow \gamma_b = (1+v) \varepsilon'_b \rightarrow E_b^{\text{sec}} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b} \rightarrow G_b^{\text{sec}} = \frac{E_b^{\text{sec}}}{2(1+v)} \rightarrow \tau_b = G_b^{\text{sec}} \gamma_b,\tag{4.23}$$

где  $v$  – коэффициент поперечных деформаций;  $E_b^{\text{sec}}$ ,  $G_b^{\text{sec}}$  – соответственно секущие модуль деформаций и модуль сдвига.

На рис. 4.3б показана кривая, построенная по предложенному алгоритму (4.23) на основе экспериментальных данных [36], которая использована в расчетах прогибов.

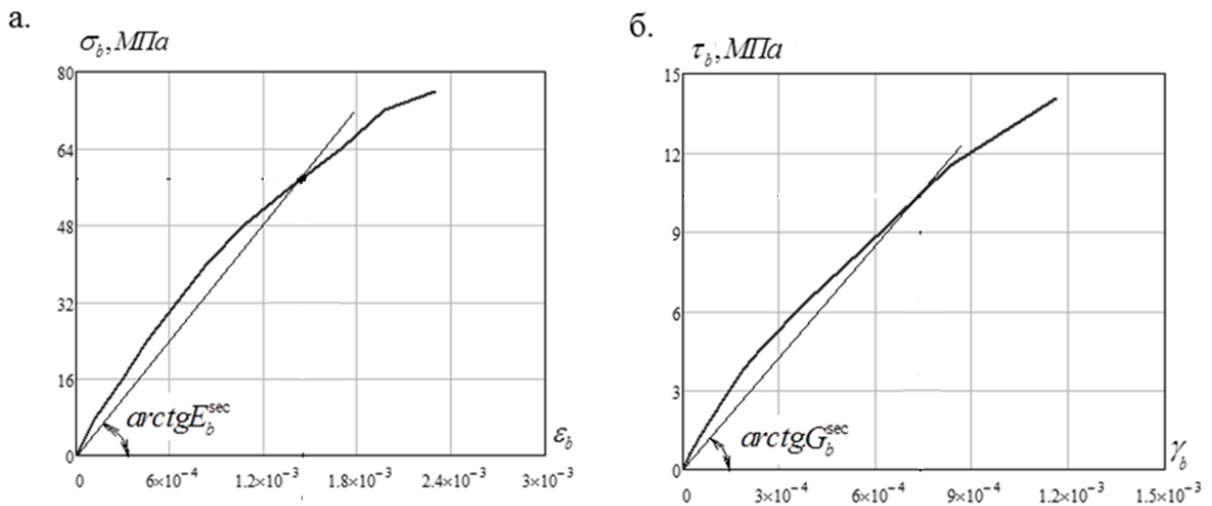


Рис. 4.3. Диаграммы деформирования для тяжелого бетона класса В100:  
а – « $\sigma_b$ - $\epsilon_b$ »; б – « $\tau_b$ - $\gamma_b$ »

Изменение коэффициента поперечных деформаций бетона  $\nu$  по мере нагружения образца показано на рис. 4.4.

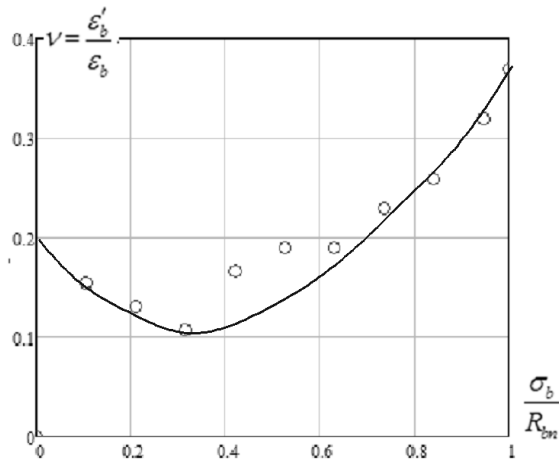


Рис. 4.4. Изменение коэффициента поперечных деформаций « $\nu$ » по мере нагружения сжатой призмы из бетона класса В100

Из рис. 4.3, 4.4 видно, что диаграмма « $\tau_b$ - $\gamma_b$ » геометрически близка диаграмме « $\sigma_b$ - $\epsilon_b$ », а коэффициент поперечных деформаций  $\nu$  изменяется от 0,2 до 0,37 по мере нагружения по нелинейному закону. Подобные результаты получены также для других классов бетона.

Аналогично, для стальной арматуры можно использовать следующую зависимость:

$$\tau_s = G_s^{\text{sec}} \gamma_s. \quad (4.24)$$

### 4.3. Диаграммы деформирования материалов при многократно повторяющихся нагрузках

При многократно повторяющихся нагрузках цикл синусоидально изменяющихся напряжений описывается максимальным циклическим напряжением  $\sigma^{\text{max}}$ , минимальным циклическим напряжением  $\sigma^{\text{min}}$ , периодом изменения  $T$  или его обратной величиной, частотой изменения  $f$ . Опыты показывают, что посте-

ленно развивающиеся внутренние структурные повреждения материала и усталостные трещины возникают только при переменных напряжениях, колеблющихся систематически между крайними значениями  $\sigma^{\max}$  и  $\sigma^{\min}$ . Процесс постепенного накопления внутренних структурных повреждений материала при действии повторно-переменных напряжений, приводящих к снижению прочности материалов, называется усталостью материала. Возможность усталостного разрушения обуславливается двумя обстоятельствами: 1) периодическим колебанием напряжений между определенными крайними пределами  $\sigma^{\max}$  и  $\sigma^{\min}$ ; 2) превышением наибольших действительных напряжений  $\sigma^{\max}$  в элементе конструкции предела выносливости материала  $R_{rep}$ .

Способность материала сопротивляться усталостному разрушению при действии многократно повторяющихся динамических нагрузок называется выносливостью. Выносливость представляет собой остаточную прочность материала после воздействия определенного количества циклов нагружения с заданными параметрами ( $\sigma^{\max}$ ;  $\rho = \sigma^{\min} / \sigma^{\max}$ ; f). Выносливость материалов устанавливается, как и другие физико-механические характеристики, экспериментальным путем. Выносливость материалов характеризуется числом циклов изменений нагрузки, выдерживаемых ими до разрушения при данном режиме нагружения. Значение максимального напряжения  $\sigma^{\max}$ , которое при данном режиме нагрузки материал может выдержать неограниченное число циклов, называется его пределом выносливости.

При систематических повторных нагрузках в присутствии статического пригруза, создающего асимметрию нагружения, происходит снижение длительной прочности бетона до предела выносливости, а также интенсификация ползучести бетона – виброползучесть, приводящая к увеличению деформаций ползучести бетона.

На предел выносливости бетона и его виброползучесть влияют коэффициент асимметрии цикла напряжений, уровень напряжений, количество циклов приложения нагрузки, прочность и влажность бетона, состав, способы укладки и условия твердения бетона, количество и качество цемента, водоцементное отношение, вид крупного заполнителя, гранулометрический состав заполнителей, возраст, влажность и температура среды и др.

Выносливость бетона устанавливается, как и другие физико-механические характеристики, экспериментальным путем. Уникальные по масштабам и количеству рассмотренных факторов исследования усталостной прочности бетона при сжатии были выполнены Т.С. Каранфиловым в НИИЖБ [50-53]. Они не утратили свою ценность и в настоящее время. Их особая ценность заключается в проведении всех испытаний по единой методике, на одинаковых образцах, изготовленных по единой технологии.

Опираясь на эти и другие многочисленные экспериментальные данные и их анализ [50-55 и др.], можно сделать следующие выводы:

1. Относительное значение выносливости бетона при различных видах напряженного состояния (сжатие, растяжение, сдвиг и т.д.) может быть принято одинаковым.

2. При одноосном сжатии абсолютным пределом выносливости является граница микротрещинообразования  $R_{cr}^0$ . Поскольку эта граница зависит только

от уровня действующего напряжения и вида напряженного состояния (простое, плоское, объемное), для любых  $\rho_b$  предел выносливости будет одинаковым. Величина  $\rho_b$  сказывается только на долговечности, т.е. на числе циклов, при котором наступит перегиб линий выносливости.

3. Перегиб линии выносливости, т.е. достижение предела выносливости, начинается при числе циклов  $N > 10^7$ . Для  $\rho_b = 0$  можно принимать перегиб в точке  $N = 10^7$ , что идет в некоторый запас. Для больших  $\rho_b$  эта точка отодвигается вправо по оси  $\lg N$ , и тем больше, чем больше  $\rho_b$ .

4. Началом линий выносливости на оси напряжений является точка, соответствующая динамической прочности бетона при скорости нагружения, равной скорости переменной нагрузки.

5. Уменьшение характеристики цикла  $\rho_b$  приводит к уменьшению предела выносливости.

6. Виброползучесть превышает ползучесть за один и тот же период времени при одинаковом уровне напряжений. Виброползучесть уменьшается с увеличением характеристики цикла  $\rho_b$ . Связь между деформациями виброползучести и характеристикой цикла  $\rho_b$  является линейной.

По временной связи с напряжениями силовые деформации бывают мгновенными и запаздывающими. Мгновенные деформации развиваются одновременно с изменениями напряжения, проявляются со скоростью, близкой к скорости звука, и прекращаются мгновенно, как только стабилизируются напряжения. Величина их зависит от упругопластических свойств материала, поэтому их часто называют упругопластическими деформациями. Одновременно с мгновенными деформациями при силовых нагружениях происходит длительное деформирование материала. Соответствующие деформации отличаются от мгновенных тем, что с фиксацией напряжений их рост не прекращается. Эти деформации постепенно продолжают накапливаться, хотя, как правило, скорость деформирования со временем уменьшается, а их значения асимптотически стремятся к некоторому пределу. Наблюдается запаздывание деформаций, при котором материал «течет». В отличие от мгновенных деформаций эти деформации называются запаздывающими: процесс деформирования называется ползучестью, а соответствующие деформации – деформациями ползучести. Мгновенные деформации бетона (упругие и пластические) не связаны режимом и длительностью нагружения. Они определяются лишь конечными напряжениями. Деформации ползучести бетона как запаздывающие, всегда связаны с режимом и длительностью приложения нагрузки [56, 57].

С точки зрения молекулярно-кинетической теории строения твердых тел, существует только нелинейная связь между напряжениями и деформациями, а линейная связь, например, общеизвестный закон Гука, является лишь упрощенной записью уравнения состояния материала, допустимой только при весьма малых напряжениях. Как полные, так и частные деформации бетона нелинейно связаны с напряжениями. Нелинейность деформирования бетона проявляется по-разному в зависимости от знака напряжения: при сжатии она больше, чем при растяжении. Нелинейность упруго-мгновенных деформаций значительна при  $\sigma_b/R_b = 0,6-0,8$ , а нелинейность деформаций ползучести – уже при

$\sigma_b/R_b=0,3-0,5$ . В связи с этим многие учитывают только нелинейность деформаций ползучести, игнорируя нелинейность упруго-мгновенных деформаций. При расчете конструкций это, видимо, целесообразно. При динамическом расчете, когда петля гистерезиса на диаграмме «напряжения-деформации», отражающая явление диссипации энергии, должна учитываться при любых продолжительностях нагружения и любых частотах колебаний, игнорирование нелинейности упруго-мгновенных деформаций недопустимо [56, 57].

Диаграмма механического состояния бетона, кривая OACD на рис. 4.5 отображает связь между напряжениями при однократном осевом сжатии и относительными деформациями укорочения. Она представляет собой кривую линию, кривизна которой меняется по мере увеличения уровня напряжений  $\sigma_b/R_b$ . При растяжении наблюдается аналогичная картина.

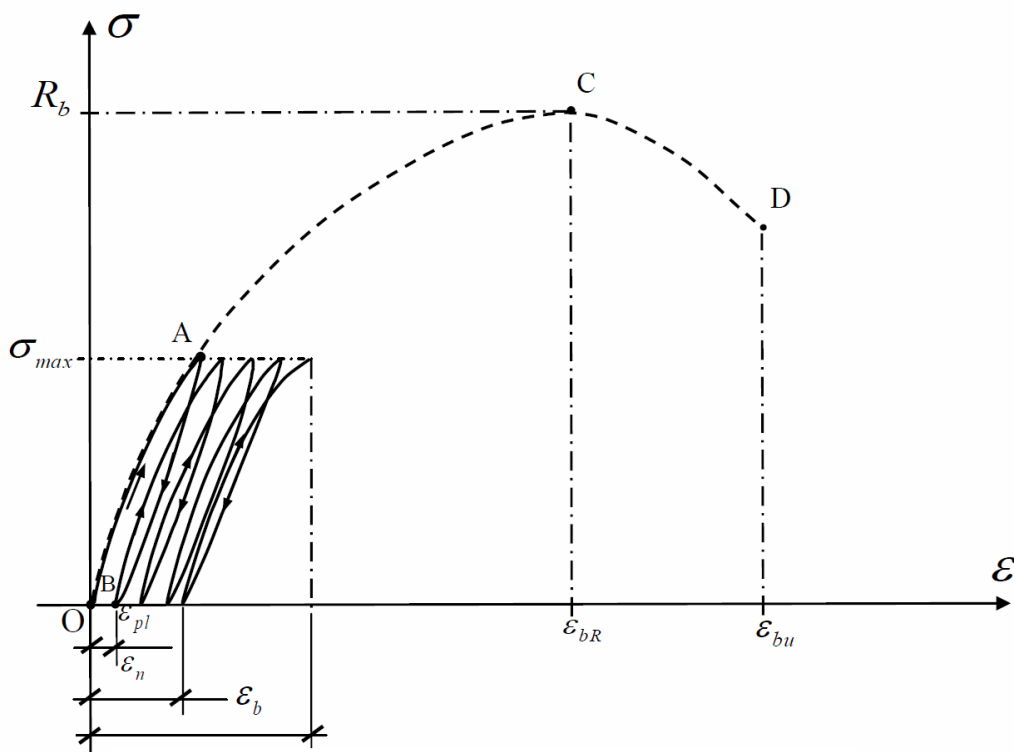


Рис. 4.5. Диаграмма деформирования бетона при многократно повторяющемся нагружении

При многократно повторяющихся нагрузках при первом нагружении ( $N=1$ ) напряжения увеличиваются до значения  $\sigma_b^{\max} \leq R_b$ , а затем происходит разгрузка. Загрузка происходит по кривой OA, обращенной вогнутостью к оси деформации, что обусловлено мгновенными пластическими деформациями  $\varepsilon_{pl}$  при первом нагружении. При разгрузке, которая происходит по кривой AB, пластические деформации  $\varepsilon_{pl}$  не восстанавливаются, вследствие чего образуется петля гистерезиса OAB.

Площадь этой петли равна энергии, необратимо рассеянной за один цикл нагружения–разгружения за счет несовершенства деформативных свойств бетона. При этом кроме мгновенных деформаций, начинают развиваться и запаздывающие деформации (деформации ползучести). Поэтому через  $N$  циклов нагружения полные относительные силовые деформации бетона при максималь-

ном уровне нагрузки цикла можно представить как сумму частных мгновенных и частных деформаций ползучести.

$$\varepsilon_b^{\max} = \varepsilon_m^{\max} + \varepsilon_n^{\max}, \quad (4.25)$$

где соответственно  $\varepsilon_b^{\max}, \varepsilon_m^{\max}, \varepsilon_n^{\max}$  – полные относительные силовые деформации бетона через  $N$  циклов нагрузка–разгрузка, частные мгновенные и частные деформации ползучести.

Частные деформации можно определить, как [26, 27]

$$\text{– мгновенные деформации } \varepsilon_m^{\max} = \frac{S_m}{E_m^0(t)}, \quad (4.26)$$

– запаздывающие деформации (виброползучести)

$$\varepsilon_n^{\max} = -\int_{t_0}^t S_n \frac{d}{d\tau} C(t, \tau, \omega, H) d\tau, \quad (4.27)$$

подставляя (4.26) и (4.27) в (4.25), имеем:

$$\varepsilon_b^{\max}(t, t_0) = \frac{S_m}{E_m^0(t)} - \int_{t_0}^t S_n \frac{d}{d\tau} C(t, \tau, \omega, H) d\tau, \quad (4.28)$$

где  $S_m, S_n$  – множители аффиноподобия нелинейных мгновенных и запаздывающих деформаций (функции напряжений);  $E_m^0(t)$  – начальный модуль мгновенной деформации;  $C(t, \tau, \omega, H) d\tau$  – мера простой виброползучести;  $t_0, t$  – соответственно, начало и конец интервала наблюдения;  $\tau$  – текущая координата наблюдения.

Вследствие того, что  $\frac{d}{d\tau} C_{\text{вн}}(t, \tau) < 0$ , второй член в (4.28) является положительным.

Функции напряжений чаще всего представляются в виде [56, 57]:

$$S_m = \sigma(t) S_m^0 \text{ и } S_n = \sigma(t) S_n^0, \quad (4.29)$$

где  $S_m^0$  и  $S_n^0$  – функции нелинейности мгновенных и запаздывающих деформаций;  $\sigma(t)$  – текущее напряжение.

$$S_m^0 = \left\{ 1 + \eta_m \left[ \frac{\sigma(t)}{R(t)} \right]^{m_m} \right\} \text{ и } S_n^0 = \left\{ 1 + \eta_n \left[ \frac{\sigma(t)}{R(t)} \right]^{m_n} \right\}, \quad (4.30)$$

где  $\eta_m = \frac{37,5}{R_b}$ ;  $\eta_n = \frac{45}{R_b}$ ;  $m_m = 5,7 - 0,05R_b$ ;  $m_n = 5,0 - 0,07R_b$ ;  $R_b$  в МПа.

При повторении циклов нагрузка–разгрузка происходит постепенная выработка пластических деформаций, и площадь петли гистерезиса постепенно уменьшается. При этом при повторении циклов нагрузка–разгрузка происходит постепенное накапливание запаздывающих деформаций. В результате через  $N$  циклов «нагрузка-разгрузка» координата начала диаграммы смещается на величину  $\varepsilon_n^{\max}$ , которая определяется из (4.27). Нарастание деформаций носит плавный характер и происходит на всем протяжении испытаний многократно повторяющейся нагрузкой, с различной интенсивностью. Наиболее заметные изменения циклических деформаций бетона происходят в начальный период нагружения, примерно до 200 тысяч циклов, затем интенсивность изменения деформаций уменьшается, но полной стабилизации при всех исследованных режимах не наблюдается.



Интенсивность увеличения деформаций зависит от уровня максимальных напряжений цикла  $\sigma_b^{\max}$  и коэффициента асимметрии цикла напряжений  $\rho_b = \sigma_b^{\min} / \sigma_b^{\max}$ . Если сжимающие напряжения не превышают предела выносливости бетона, т.е.  $\sigma_b \leq R_{b,rep}$ , с увеличением количества циклов нагружения происходит постепенная выборка пластических деформаций, и площадь петли гистерезиса постепенно уменьшается, достигая в пределе стабильной величины. При этом деформации, постепенно затухая, достигают предельной величины, а стабильная зависимость между напряжениями и деформациями сохраняется при неограниченно большом числе циклов нагружения. Если  $\sigma_b > R_{b,rep}$ , т.е. действующие в бетоне напряжения оказываются больше предела его выносливости, то в процессе циклического нагружения диаграммы деформаций бетона в координатах « $\sigma$ - $\varepsilon$ » изменяются не только количественно, но и качественно – вначале выпуклая диаграмма превращается в прямолинейную, а затем – в вогнутую (рис. 4.6).

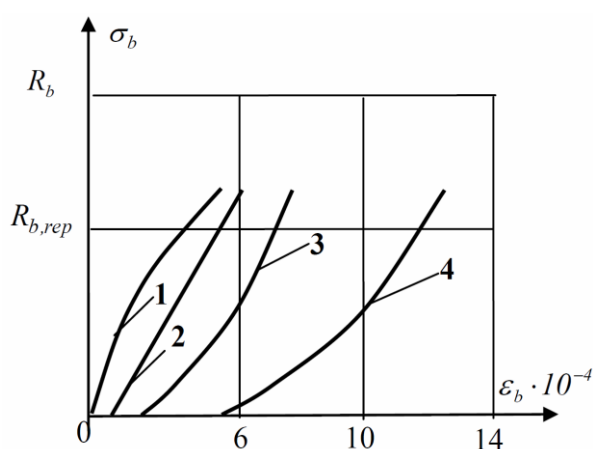


Рис. 4.6. Трансформация диаграммы состояния бетона при циклическом нагружении

На рис. 4.6 [58] обозначено: 1 –  $N=1$ ; 2 –  $N=10^3$ ; 3 –  $N=10^5$ ; 4 –  $N=2 \cdot 10^5$ . Превращение выпуклой диаграммы (1) в прямолинейную (2) объясняется тем, что в процессе циклического нагружения проявляется (отжимается) большая часть пластических деформаций первого рода, и бетон начинает работать упруго. Второе качественное превращение – трансформация прямолинейной диаграммы (2) « $\sigma$ - $\varepsilon$ » в вогнутую (3,4), связано с образованием и развитием микротрещин в бетоне.

Это связано с тем, что при систематических повторных нагрузках в присутствии статического пригруза, создающего асимметрию нагружения, происходит не только снижение длительной прочности бетона до предела выносливости, а происходит также интенсификация ползучести бетона – проявляется виброползучесть, приводящая к увеличению деформаций ползучести бетона. Исследованию виброползучести бетона посвящены работы О.Я. Берга, И.К. Белоброва, В.М. Бондаренко, А.А. Гвоздева, Г.К. Евграфова, Т.С. Каранфилова, Ю.С. Кулыгина, Б.В. Логинова, А.К. Малмейстера, И.А. Матарова, А.Г. Тамразяна, Г.Н. Писанко, Е.А. Рабиновича, Ю.Н. Хромца, В.В. Шашина, А.Е. Шейкина, К.К. Шкербелисса, Е.Н. Щербакова, Г. Иосиды, Р. Лермита, Б. Лекальюидр. Большинство авторов отмечают ускоренное разви-

тие деформаций циклической ползучести (виброползучести) по сравнению с деформациями простой ползучести при статическом нагружении.

Виброползучесть – это качественно особое свойство материала, проявляющееся только под влиянием длительных высокочастотных знакопеременных силовых воздействий, действующих в присутствии длительных постоянных (или медленно меняющихся) статических нагрузок. Виброползучесть бетона обуславливается как явлением вибрационной тиксотропии гелевой структурной составляющей, так и эффектом динамического ослабления межкристаллических контактов в цементном камне и в пограничных слоях вблизи инертного заполнителя за счет градиентов инерционных сил [56,58].

Внешне процессы накопления остаточных деформаций при длительном нагружении и многократно повторяющемся приложении нагрузки имеют большое сходство. График зависимости между количеством циклов нагружений и величиной деформаций виброползучести по своему характеру напоминает кривые простой ползучести. Поэтому анализ имеющихся экспериментальных данных позволил большинству исследователей прийти к выводу об аффинноподобии кривых деформаций простой ползучести и кривых деформаций простой виброползучести [56,57,59,60 и др.]. В этой связи для описания деформаций виброползучести большинство исследователей используют те же зависимости, которые применяются для описания деформаций простой ползучести. В противном случае, для достижения тех же результатов, которые были получены при изучении простой ползучести, пришлось бы выполнить колоссальный объем экспериментальных исследований, так как трудоемкость исследования виброползучести во много раз больше. Для этого различными исследователями [56,57,59,60 и др.] были предложены аналитические зависимости между мерой виброползучести и простой ползучести.

Но наиболее удачным следует признать предложение В.М. Бондаренко, основанное на принципе аффинноподобия кривых деформаций простой ползучести и кривых деформаций простой виброползучести [56, 57].

Ординаты кривых простой виброползучести можно получить умножением соответствующих ординат кривых простой ползучести при статическом нагружении на некоторый множитель, зависящий только от частоты колебаний  $\omega$ , амплитуды динамических напряжений  $H$  и характеристики цикла  $\rho$ , т.е.

$$C(t, \tau, \omega, H) = k_{bp} C(t, \tau), \quad (4.31)$$

где  $C(t, \tau, \omega, H)$  – мера простой виброползучести,  $C(t, \tau)$  – мера простой ползучести,  $k_{bp}$  – коэффициент виброползучести бетона.

Это дает возможность использовать известные теории ползучести для описания процессов виброползучести, если действующие вибрационные нагрузки имеют гармонический или почти гармонический закон изменения во времени и отличаются стационарными значениями амплитуды  $H$  и частоты  $\omega$ .

Виброползучесть зависит от амплитуды динамических напряжений и круговой частоты колебаний, от динамической характеристики и прочности бетона.

Виброползучесть проявляется при одновременном действии вибрационных и статических нагрузок и выражается в повышенном росте деформаций ползучести конструкций во времени. Поэтому рекомендуется такой способ рас-

чета деформаций, который отличается от обычного расчета ползучести только введением коэффициента виброползучести к мере ползучести в реологическом уравнении механического состояния материалов.

Таким образом, если при статическом нагружении на основе теории упруго-ползучего тела запаздывающие деформации (ползучести) определить как

$$\varepsilon_n = -\int_{t_0}^t S_n \cdot \frac{d}{d\tau} C(t, \tau) d\tau, \quad (4.32)$$

то запаздывающие деформации (виброползучести) при многократно повторном нагружении, с учетом указанных выше исходных предпосылок определяются как

$$\varepsilon_n = -\int_{t_0}^t S_n \frac{d}{d\tau} K_{bp} C(t, \tau) d\tau = -\int_{t_0}^t \sigma_b^{\max} S_n^0 \frac{d}{d\tau} K_{bp} C(t, \tau) d\tau. \quad (4.33)$$

Таким образом, подставляя в формулу (4.28) значение меры простой виброползучести из формулы (4.31), а также функции напряжений  $S_m$ ,  $S_n$  из (4.32) и принимая  $\sigma(t) = \sigma_b^{\max}$ , для определения полных относительных силовых деформаций бетона при максимальном уровне нагрузки цикла через  $N$  циклов многократно повторного нагружения, имеем

$$\varepsilon_b^{\max}(t, t_0) = \sigma_b^{\max} \frac{S_m^0}{E_m^0(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_b^{\max} S_n^0 \frac{d}{d\tau} K_{bp} C(t, \tau) d\tau, \quad (4.34)$$

где  $S_m^0$  и  $S_n^0$  – функции нелинейности мгновенных и запаздывающих деформаций (4.30).

Для «старых» бетонов при длительных стационарных высокочастотных вибрационных воздействиях меру ползучести можно принимать по С.В. Александровскому [57, 61]:

$$C(t, \tau) = F_n(\tau) C(\infty) f(t, \tau) + \frac{1}{E_m^0(\tau)} - \frac{1}{E_m^0(t)}, \quad (4.35)$$

или по А.Г. Тамразяну [62]:

$$C(t, \tau) = C(\infty) \frac{e^{a\tau} - e^{a t}}{e^{a\tau} - 1} + A(e^{-\gamma t} - e^{-\gamma \tau}), \quad (4.36)$$

а модуль мгновенных деформаций по В.М. Бондаренко [56, 57]:

$$E_m^0(t) = 4,55 \cdot 10^4 - \frac{1,74 \cdot 10^5}{R_b}, \quad (4.37)$$

где  $F_n(\tau)$  – функция возраста;  $C(\infty)$  – предельная мера ползучести бетона;  $f(t, \tau)$  – функция роста деформаций ползучести;  $E_m^0(t)$  в МПа.

$$f(t, \tau) = 1 - e^{-\gamma(t-\tau)}, \quad C(\infty) = \left(1,66 - 0,332 \frac{R_b}{10}\right) \cdot 10^{-5}, \quad \gamma = 0,04. \quad (4.38)$$

Коэффициент виброползучести бетона  $k_{bp}$  является функцией амплитуды динамических напряжений  $H$  и частоты колебаний  $\omega$ , а также зависит от прочности бетона (через  $\eta_n$  и  $m_n$ ), температуры окружающей среды и способа термовлажностной обработки изделий. С ростом амплитуд динамических напряжений и особенно частот колебаний коэффициент виброползучести бетона  $k_{bp}$  увеличивается. Кроме того, с ростом динамической характеристики цикла  $\rho_b$  коэффициент виброползучести уменьшается, а при  $\rho_b = 1$  он равен единице. В этой связи в [57] для определения  $k_{bp}$  при различных  $\rho_b$  предлагается зависимость:

$$k_{bp} = k_{b0} - (k_{b0} - 1)\rho_b = \rho_b + (1 - \rho_b)k_{b0}, \quad (4.39)$$

где  $k_{bp}$  – коэффициент виброползучести при любом  $\rho_b$ ;  $k_{b0}$  – коэффициент виброползучести при  $\rho_b = 0$ .

Коэффициент виброползучести  $k_{b0}$  в [57] предлагается определить как

$$k_{b0} = \frac{\Phi_{\text{П10}}^0(\omega_{\text{min}}, \sigma_{\text{max}})}{\Phi_{\text{П10}}^0(\omega, \sigma_{\text{max}})} \quad (4.40)$$

#### Вопросы для самостоятельной проработки главы 4

1. На основе каких испытаний получают опытные диаграммы деформирования бетона при одноосном сжатии и растяжении?
2. Опишите кусочно-линейные диаграммы деформирования бетона при одноосном растяжении и сжатии по СП 63.13330.2012?
3. Опишите криволинейные диаграммы деформирования бетона при одноосном растяжении и сжатии по СП 63.13330.2012?
4. Опишите криволинейные диаграммы деформирования бетона при одноосном растяжении и сжатии по Еврокод-2?
5. Опишите алгоритм построения диаграмм деформирования бетона при сдвиге на основе испытаний бетонных призм на сжатие?

### ГЛАВА 5. ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ДИАГРАММНЫМ МЕТОДОМ

На основе проведенных теоретических исследований, сопоставления их с экспериментальными данными других авторов, стало возможным разработать детальный алгоритм расчета изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов по обеим группам предельных состояний (табл. 5.1 и 5.2). Алгоритм позволяет проводить сквозной расчет прочности, жесткости и трещиностойкости (образование трещин, ширину их раскрытия) с единых позиций. Кроме того, в нем учтено влияние действия перерезывающей силы и наклонных трещин. Сам алгоритм было запрограммирован средствами ПК «MathCAD».

Таблица 5.1

#### Обобщенный алгоритм расчета прочности, жесткости и трещиностойкости железобетонных изгибаемых элементов

№ п/п	Описание этапа	Основные расчетные выражения и величины
	<b>Этап I. Разбиение пролета элемента на участки вертикальными сечениями и определение усилий</b>	
1.	Пролет балки разбивается на $n_l$ участков длиной $\Delta l = l/n_l$ (рекомендуется $n_l \geq 10$ )	$\Delta l, n_l$
2.	Для каждого из участков в точке с координатой $x_i$ (с началом координат на левом конце балки) по формулам строительной механики и сопротивления материалов определяются изгибающий момент и перерезывающая сила от действия заданной и единичной нагрузок (единичная нагрузка прилагается в месте определения прогиба) Далее выполняют расчет прочности, жесткости и трещиностойкости по нелинейной деформационной модели согласно п.п. 3-20 данного алгоритма для каждого из сечений, на которые разбили балку	$M_k, Q_k, \bar{M}_k, \bar{Q}_k, k=0 \dots n_l-1$

Этап II. Расчет прочности, жесткости и трещиностойкости каждого из сечений		
3.	Задают начальное приближение искомого параметра: прочности, жесткости, трещиностойкости. Для этого используют приближенные формулы	$B \approx E_b \frac{bh^3}{12}, \quad M_{crc} \approx 1,3R_{bm} \frac{bh^2}{6},$ $M_{ult} \approx R_b b \frac{h_0}{3} \left( h_0 - 0,5 \frac{h_0}{3} \right),$
4.	В случае определения прочности и трещиностойкости наклонного сечения вычисляют соответствующую перерезывающую силу	$Q_{crc} = \frac{M_{crc}}{a}, \quad Q_{ult} = \frac{M_{ult}}{a}$
5.	Начальное положение нейтральной оси	$y_0 = \frac{h}{2}$
6.	Начальное значение секущего модуля сдвига	$G_b^{sec} = \frac{E_b}{2(1+\nu)} \approx 0,417E_b$
7.	Сечение разбивают по высоте на полосы ( $n \geq 10$ ) высотой $\Delta$ каждая – составляют расчетную схему сечения	$n, y_i, \Delta = \frac{h}{n}$
8.	Задаются числом итераций (последовательных приближений) расчета – рекомендовано не менее 20	$m$
9.	Используя гипотезу плоских сечений, вычисляют относительные деформации в бетоне и арматуре	$\varepsilon_i = \frac{1}{r}(y_0 - y_i)$
10.	Определяют высоту разрушенной части растянутой зоны сечения	$h_d = h - n_d \Delta, \quad n_d = i \text{ при } \varepsilon_{bt,i} = \varepsilon_{bt2}$
11.	По формуле Журавского определяют угол сдвига, распределенный по высоте сечения	$\gamma_b = \frac{6Q \left( h - y_i + \frac{\Delta}{2} \right) \left( h + y_i - \frac{\Delta}{2} - 2y_0 \right)}{G_b^{sec} b \left[ (h - y_d)^3 + (h - y_d) \left( \frac{h - y_d}{2} - y_0 \right)^2 \right]},$ $\gamma_{b,crc} = \frac{6Q_{crc} \left( h - y_i + \frac{\Delta}{2} \right) \left( h + y_i - \frac{\Delta}{2} - 2y_0 \right)}{G_b^{sec} b \left[ (h - y_d)^3 + (h - y_d) \left( \frac{h - y_d}{2} - y_0 \right)^2 \right]},$ $\gamma_{b,ult} = \frac{6Q_{ult} \left( h - y_i + \frac{\Delta}{2} \right) \left( h + y_i - \frac{\Delta}{2} - 2y_0 \right)}{G_b^{sec} b \left[ (h - y_d)^3 + (h - y_d) \left( \frac{h - y_d}{2} - y_0 \right)^2 \right]}$
12.	Проверяют, проходит ли рассматриваемое вертикальное сечение через наклонную трещину?	$\gamma_b^{max} > \gamma_{b2}$
13.	По заданному классу прочности бетона и арматуры и соответствующим нормативным прочностным и деформационным характеристикам материалов строятся диаграммы деформирования: для арматуры – двухлинейную Прандтля, для бетона – криволинейные	« $\sigma_b - \varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$ », « $\tau_b - \gamma_b$ », « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc} - \varepsilon_{sc}$ »
14.	По диаграммам деформирования « $\sigma_b - \varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$ », « $\tau_b - \gamma_b$ », « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc} - \varepsilon_{sc}$ » вычисляют соответствующие напряжения в бетоне и арматуре	$\sigma_b, \sigma_{bt}, \tau_b, \sigma_s, \sigma_{sc}$
15.	Определяют главные растягивающие и главные сжимающие напряжения	$\sigma_{mt,i} = \frac{\sigma_{b,i}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{b,i}^2 + 4\tau_{b,i}^2},$ $\sigma_{mc,i} = \frac{\sigma_{b,i}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{b,i}^2 + 4\tau_{b,i}^2}$
16.	Вычисляют угол наклона трещины (если $\alpha_0 = 90^\circ$ , то трещина является нормальной к продольной оси)	$\alpha_0 = 90^\circ - \arctg \frac{2\tau_b}{\sigma_b} \frac{180^\circ}{\pi}$
17.	Определяют коэффициент, учитывающий совместную работу растянутого бетона и арматуры на участке между трещинами	$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_s _{\varepsilon_{bt2}}}{\sigma_s _{\varepsilon_s}}$

18.	Вычисляют секущие модули деформаций бетона и арматуры	$E_b^{\text{sec}} = \frac{\sigma_{mc}}{\varepsilon_b}, \quad E_{bt}^{\text{sec}} = \frac{\sigma_{mt}}{\varepsilon_{bt}}, \quad G_b^{\text{sec}} = \frac{\tau_b}{\gamma_b},$ $E_{sred}^{\text{sec}} = \frac{\sigma_s}{\psi_s \varepsilon_s}, \quad E_{sc}^{\text{sec}} = \frac{\sigma_{sc}}{\varepsilon_{sc}}$
19.	Уточняют центр тяжести приведенного сечения	$y_0 = \frac{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} (E_{b,i}^{\text{sec}} y_i) + E_{sred}^{\text{sec}} A_s a_s + E_{sc}^{\text{sec}} A'_s (h - a'_s)}{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\text{sec}} + E_{sred}^{\text{sec}} A_s + E_{sc}^{\text{sec}} A'_s}$
20.	Уточняют изгибную жесткость сечения	$B = \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\text{sec}} I_{b,i} + E_s^{\text{sec}} I_s + E_{sc}^{\text{sec}} I_{sc}$
21.	Уточняют кривизну	$\frac{1}{r} = \frac{M}{B}, \quad \left(\frac{1}{r}\right)_{crc} = \frac{\varepsilon_{bt2}}{y_0},$ $\left(\frac{1}{r}\right)_{ult} = \min \left[ \frac{\varepsilon_{b2}}{h - y_0}, \frac{\varepsilon_{s0}}{h - a'_s - y_0}, \frac{\varepsilon_{s0}}{y_0 - a_s} \right]$
22.	В случае если относительная разница кривизн, полученных на данной и предыдущей итерациях, превышает 5 %, расчет повторяют с п. 9	$\left[ \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{r}\right)' \right] / \frac{1}{r} < 5\%$
23.	Определяют окончательные значения прочности и трещиностойкости, включая ширину раскрытия трещин	$M_{crc} = \left(\frac{1}{r}\right)_{crc} B, \quad M_{ult} = \left(\frac{1}{r}\right)_{ult} B,$ $a_{crc}^n = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \frac{\sigma_s}{E_s^{\text{sec}}} \psi_s l_s,$ $a_{crc}^v = \varphi_l \frac{0,6 \sigma_{sw} d_w \eta}{E_s^{\text{sec}} \frac{d_w}{h_0} + 0,15 E_b^{\text{sec}} (1 + 2\alpha \mu_w)}$
24.	Вывод промежуточных результатов для анализа и подготовка данных для расчета других сечений, расположенных вдоль пролета балки	$M_{crc}, M_{ult}, B, \frac{1}{r}, \varepsilon_b, \varepsilon_{bt}, \gamma_b, \sigma_s, \sigma_{sc}, \sigma_b, \sigma_{bt}, \tau_b,$ $\sigma_s, \sigma_{sc}$
<b>Этап III. Определение прогиба балки с учетом совместной работы всех сечений вдоль пролета</b>		
25.	В каждом сечении балки с координатой $x_i$ по нелинейной деформационной модели вычисляют кривизну и максимальный угол сдвига, т.е. выполняют п.п. 3-20 алгоритма	$\left(\frac{1}{r}\right)_i, \gamma_{b,i}^{\text{max}}$
26.	Вычисляют прогибы от совместного действия изгибающего момента и перерезывающей силы	$f_M = \Delta l \sum_{i=0}^{n-1} \bar{M}_i \left(\frac{1}{r}\right)_i, \quad f_Q = \Delta l \sum_{i=0}^{n-1} \bar{Q}_i \gamma_{xy,i}^{\text{max}}$
27.	Определяют полный прогиб балки в каждом из сечений	$f = f_M + f_Q$
<b>Этап IV. Проверочные расчеты</b>		
28.	Выполняют необходимые проверки прочности, жесткости и трещиностойкости	$M > M_{crc}, \quad M \leq M_{ult}, \quad f \leq [f], \quad a_{crc} \leq a_{crc,ult}$

**Обобщенный алгоритм расчета прочности, жесткости и трещиностойкости железобетонных внецентренно сжатых элементов**

№ п/п	Описание этапа	Основные расчетные выражения и величины
	<b>Этап I. Расчет прочности, жесткости и трещиностойкости каждого из сечений</b>	
1.	Задают начальное приближение искомого параметра: прочности, жесткости, трещиностойкости. Для этого используют приближенные формулы	$B \approx E_b \frac{bh^3}{12}, M_{crc} \approx 1,3R_{bt} \frac{bh^2}{6}, M_{ult} \approx R_b b \frac{h_0}{3} \left( h_0 - 0,5 \frac{h_0}{3} \right),$
2.	Начальное положение центра тяжести приведенного сечения и нейтральной оси	$y_0 = y_{н.о.} = \frac{h}{2}$
3.	Начальный эксцентриситет	$e_0 = \frac{M}{N}$
4.	Сечение разбивают по высоте на полосы ( $n \geq 10$ ) высотой $\Delta$ каждая – составляют расчетную схему сечения	$n, y_i, \Delta = \frac{h}{n}$
5.	Задаются числом итераций (последовательных приближений) расчета – рекомендовано не менее 20	$m$
6.	Используя гипотезу плоских сечений, вычисляют относительные деформации в бетоне и арматуре	$\varepsilon_i = \frac{1}{r} (y_0 - y_i)$
7.	По заданному классу прочности бетона и арматуры и соответствующим нормативным прочностным и деформационным характеристикам материалов строятся диаграммы деформирования: для арматуры – двухлинейную Прандтля, для бетона криволинейные	« $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt}$ - $\varepsilon_{bt}$ », « $\sigma_s$ - $\varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc}$ - $\varepsilon_{sc}$ »
8.	По диаграммам деформирования « $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt}$ - $\varepsilon_{bt}$ », « $\sigma_s$ - $\varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc}$ - $\varepsilon_{sc}$ » вычисляют соответствующие напряжения в бетоне и арматуре	$\sigma_b, \sigma_{bt}, \sigma_s, \sigma_{sc}$
9.	Определяют коэффициент, учитывающий совместную работу растянутого бетона и арматуры на участке между трещинами	$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_s  _{\varepsilon_{bt2}}}{\sigma_s  _{\varepsilon_s}}$
10.	Вычисляют секущие модули деформаций бетона и арматуры	$E_b^{sec} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b}, E_{bt}^{sec} = \frac{\sigma_{bt}}{\varepsilon_{bt}}, E_{sred}^{sec} = \frac{\sigma_s}{\psi_s \varepsilon_s}, E_{sc}^{sec} = \frac{\sigma_{sc}}{\varepsilon_{sc}}$
11.	Уточняют центр тяжести приведенного сечения и нейтральной оси	$y_0 = \frac{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} (E_{b,i}^{sec} y_i) + E_{sred}^{sec} A_s a_s + E_{sc}^{sec} A'_s (h - a'_s)}{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{sec} + E_{sred}^{sec} A_s + E_{sc}^{sec} A'_s},$ $y_{н.о.} = y_0 - \frac{1}{e_0} \frac{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} [E_{b,i}^{sec} (y_0 - y_i)^2] + E_{sred}^{sec} A_s (y_0 - a_s)^2 + E_{sc}^{sec} A'_s [y_0 - (h - a'_s)]^2}{\Delta b \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{sec} + E_{sred}^{sec} A_s + E_{sc}^{sec} A'_s}$
12.	Уточняют изгибную жесткость сечения	$B = \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{sec} I_{b,i} + E_s^{sec} I_s + E_{sc}^{sec} I_{sc}$

13.	Уточняют кривизну	$\frac{1}{r} = \frac{M}{B},$ $\left(\frac{1}{r}\right)_{crc} = \frac{\varepsilon_{bt2}}{y_{н.о.}},$ $\left(\frac{1}{r}\right)_{ult} = \min \left[ \frac{\varepsilon_{bt2}}{h - y_{н.о.}}, \frac{\varepsilon_{s0}}{h - a'_s - y_{н.о.}}, \frac{\varepsilon_{s0}}{y_0 - y_{н.о.}} \right]$
14.	В случае если относительная разница кривизн, полученных на данной и предыдущей итерациях, превышает 5 %, расчет повторяют с п. 9	$\left[ \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{r}\right)' \right] / \frac{1}{r} < 5\%$
15.	Определяют окончательные значения прочности и трещиностойкости, включая ширину раскрытия трещин	$M_{crc} = \left(\frac{1}{r}\right)_{crc} B, M_{ult} = \left(\frac{1}{r}\right)_{ult} B, a_{crc}^n = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \frac{\sigma_s}{E_s^{sec}} \psi_s l_s$
16.	Вывод промежуточных результатов для анализа и подготовка данных для расчета других сечений, расположенных вдоль пролета балки	$M_{crc}, M_{ult}, B, \frac{1}{r}, \varepsilon_b, \varepsilon_{bt}, \sigma_s, \sigma_{sc}, \sigma_b, \sigma_{bt}, \sigma_s, \sigma_{sc}$
<b>Этап II. Проверочные расчеты</b>		
17.	Выполняют необходимые проверки прочности, жесткости и трещиностойкости	$M > M_{crc}, M \leq M_{ult}, f \leq [f], a_{crc} \leq a_{crc,ult}$

## Вопросы для самостоятельной проработки главы 5

1. Какова особенность предложенного алгоритма расчета железобетонных элементов диаграммным методом?
2. Что предваряет основной расчет? На сколько элементов рекомендуется делить рассчитываемую конструкцию? Чем задаются в качестве начального приближения?
3. Что является основным итерлируемым параметром алгоритма?
4. На основе чего определяется угол сдвига?
5. Что принято в качестве критериев прочности, жесткости и трещиностойкости?
6. Что является критерием сходимости итерационного процесса?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диаграммные методы расчета железобетонных конструкций все больше распространяются на практике проектирования, вытесняя методы предельных усилий. Нельзя сказать, что они являются чем-то новым, их фундаментальные основы были заложены уже к 80-м годам XX века. Тем не менее, лишь благодаря интенсивному внедрению компьютеризации и автоматизации расчетов в последние годы широкое применение диаграммных методов стало возможным.

В помощь в изучении этих методов было написано пособие, которое вы держите в руках. В первую очередь, оно адресовано магистрантам, обучающимся по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство», аспирантам и научным работникам, занимающимся исследованиями в сфере нелинейных методов расчета композитных материалов, а также будет полезна инженерам-конструкторам проектных строительных организаций.

Надеемся, что данное пособие помогло читателю разобраться в вопросах расчета железобетонных конструкций с применением диаграмм деформирования и вызвало у него интерес к этому вопросу.



## ЛИТЕРАТУРА

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (актуализированная редакция СНиП 52-01-2003). – М.: Минрегион России, 2012. – 161 с.
2. Залесов А.С. Краткие заметки о расчете железобетонных конструкций на действие изгибающих моментов и продольных сил. – М.: 2008. – 117 с.
3. Мурашев В.И. Теория появления и раскрытия трещин, расчет жесткости железобетонных элементов // Строительная промышленность. – 1940.– № 11. – С. 6–18.
4. Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. – М.: Машстройиздат, 1950. – 268 с.
5. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
6. Гвоздев А.А., Дмитриев С.А., Немировский Я.М. О расчете перемещений (прогибов) железобетонных конструкций по проекту новых норм (СНиП II-V.1-62) // «Бетон и железобетон». – М.: Стройиздат, 1962, № 6. – С. 13–22.
7. Немировский Я.М. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов с учетом работы растянутого бетона над трещинами и пересмотр на этой основе теории расчета деформаций и раскрытия трещин // Прочность и жесткость железобетонных конструкций: сб. научн. ст. / М.С. Боришанский, Я.М. Немировский, Ю.К. Николаев, К.В. Петрова и др.; под ред. А.А. Гвоздева. – М.: НИИЖБ, 1968. – 232 с.
8. Дыховичный А.А. Статически неопределимые железобетонные конструкции. – Киев: Будівельник, 1978. – 104 с.
9. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. – 287 с.
10. Ильин О.Ф., Гвоздев А.А., Семенов П.П. Сопротивление кратковременному действию нагрузки железобетонных элементов произвольной формы из разных бетонов и классов арматуры при косом изгибе и внецентренном сжатии // Исследование железобетонных конструкций при статических, повторных и динамических воздействиях. Сб. научн. тр. под ред. С.М. Крылова и И.К. Белоброва. – М. НИИЖБ Госстроя СССР, 1984. – С. 13–16.
11. Гуца Ю.П., Лемыш Л.Л. Расчет деформаций на всех стадиях при кратковременном и длительном нагружениях // Бетон и железобетон. – 1985, № 11. – С. 27–33.
12. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграммы деформирования материалов // Совершенствование методов расчета статистически неопределимых железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1987.
13. Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. и др. Общий случай расчета прочности по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. – 1987, № 5. – С. 16–18.

14. Лазовский Д.Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений. – Новополюцк: изд-во Полоцкого гос. ун.-та, 1998. – 240 с.
15. Леонгард Ф. Предварительно напряженный железобетон / Пер. с нем. В.Н. Гаранина. – М.: Стройиздат, 1983. – С.169–172. – Перевод изд.: Spannbeton/ F. Leonhard/-Springer-Verlag/, 1980.
16. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
17. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О диаграммной методике расчета деформаций стержневых элементов и ее частных случаях // Журнал «Бетон и железобетон». – М.: Издательство «Ладья», 2012, № 6. – С. 20–27.
18. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Журнал «Строительство и реконструкция». – Орел: Изд. ОГТУ, 2012, № 2. – С. 11–20.
19. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Журнал «Строительство и реконструкция». – Орел: Изд. ОГТУ, 2012, № 3. – С. 10–17.
20. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings. – European Committee for Standardization, 2002. – 226 p.
21. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. Минск: Минстройархитектуры, 2003. – 149 с.
22. Кодекс-образец ЕКБ-ФМП / Для норм по ЖБК. – Т. 11. – Евромеждународный комитет по бетону. – М.: 1984. – 263 с.
23. Карпенко С.Н. О построении связей между приращениями напряжений и деформаций на основе различных диаграмм // Вестник гражданских инженеров. – СПбГАСУ, 2010, № 1 (22). – С. 60–63.
24. Радайкин О.В. К диаграммному методу расчета изгибаемых железобетонных элементов // Материалы I международной (VII Всероссийской) конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции» (НАСКР), 14–15 ноября 2012. – Чебоксары: Издательство ЧГУ, 2012. – С. 87–91.
25. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. Анализ и совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона для расчета железобетонных конструкций по деформационной модели // Промышленное и гражданское строительство. – М., 2013, № 1. – С. 25–27.
26. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. Совершенствование методики расчета изгибаемых железобетонных элементов без предварительного напряжения по образованию нормальных трещин // Журнал Строительные материалы. – М., 2013, № 6. – С. 54–55.
27. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчету прочности, жесткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели // Известия КазГАСУ. – Казань, 2013, № 4 (26). – С. 113–120.
28. Соколов Б.С., Радайкин О.В. Исследование напряженно-деформированного

- состояния бетонных и железобетонных изгибаемых элементов в зоне совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил // *Материалы VIII академических чтений РААСН – Международной НТК «Механика разрушения строительных материалов и конструкций»* – Казань: КГАСУ, 2014. – С. 312–317.
29. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчету прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерывающих сил с использованием нелинейной деформационной модели // *Известия КГАСУ*. – Казань: Изд. КазГАСУ, 2014, № 4. – С. 37.
30. Соколов Б.С. Радайкин О.В. К расчету жесткости нормальных сечений железобетонных изгибаемых элементов при совместном действии изгибающих моментов и перерезывающих сил // *Материалы II Международной научной конференции НАСКР-2014*. – Чебоксары: Изд. ЧГУ, 2014. – С. 201–205.
31. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К построению единой методики расчета прочности, жесткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил с применением нелинейной деформационной модели // *Фундаментальные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2014 году: сб. науч. тр. РААСН / Юго-Западный государственный университет; под ред. А.В. Кузьмина и др.* – Курск: Изд-во «Деловая полиграфия», 2015. – С. 589–599.
32. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению кривизны бетонных и железобетонных элементов вдоль пролета с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил // *«Строительство и реконструкция»*. – Орел: Изд. ОГТУ, 2015, № 2 (58). – С.38–41.
33. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели // *Известия вузов. Строительство*. – Новосибирск: Изд-во Сибстрин, 2016, № 3 (687). – С. 5–10.
34. Карпенко Н.И. К построению теории деформации железобетонных стержней с трещинами, учитывающей влияние поперечных сил // *Исследование стержневых и плитных железобетонных статически неопределимых конструкций*. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 17–48.
35. Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил: монография. – Брест: Изд. БГТУ, 2000. – 400 с.
36. Пунагин В.В. Свойства и технология бетона для высотного монолитного строительства // *Электронный архив Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина*. – Харьков, 2012. URL: <http://dspace.snu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/357/32/Punagin.pdf> (дата обращения: 12.05.2014).
37. Карпенко Н.И. К построению обобщенной зависимости для диаграммы деформирования бетона // *Строительные конструкции*. – Минск, 1983. – С. 164–173.

38. Гвоздев А.А. К расчету предварительно напряженных железобетонных и бетонных сечений по образованию трещин / А.А. Гвоздев, С.А. Дмитриев // Бетон и железобетон. – М.: Госстрой СССР, 1957, № 5. – С. 205–211.
39. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. М.: НИИЖБ Госстрой СССР, 1985. – 87 с.
40. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: ГУП НИИЖБ Госстроя России, 2004. – 186 с.
41. Мурашкин Г.В., Мурашкин В.Г. Моделирование диаграммы деформирования бетона и схемы напряженно-деформированного состояния // Известия вузов. Строительство. – 1997, № 10. – С. 4–6.
42. Мордовский С.С., Мурашкин В.Г. Напряженное состояние экспериментальных образцов при внецентренном нагружении // Современные проблемы науки и образования. – М.: Академия естествознания – 2012, № 4.
43. Залесов А.С. Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил. Теория и новые методы расчета прочности: дис. доктора техн. наук / М.: НИИЖБ, 1979. – 358 с.
44. Титов И.А. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов в зоне действия поперечных сил: дис. канд. техн. наук / М.: НИИЖБ, 1974. – 172 с.
45. Залесов А.С., Климов Ю.А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. – Киев. Будивельник, 1989. – 104 с.
46. M. Hamrat, B. Boulekbache, M. Chemrouk, S. Amziane. Effects of the transverse reinforcement on the shear behavior of high strength concrete beams // Advances in Structural Engineering. – UK: Multi-Science Publishing Co. LTD, 2012, №15, Is.8. – P. 1291–1306.
47. Митасов В.М., Адищев В.В. Основные предпосылки построения энергетической теории сопротивления железобетона // Известия вузов «Строительство». – Новосибирск: Изд-во НГАСУ (Сибстрин), 2010. – С. 3–9.
48. Бабич Е.М., Довбенко В.С. Влияние полимерной композиции «Силор» на прочность, деформативность и трещиностойкость железобетонных балок при действии статических нагрузок // Ресурсосберегающие материалы, конструкции, здания и сооружения: Сб. науч. трудов. – Ровно: Издательство НУВХП, 2009. – Вып. 18. – С. 442–448.
49. Мирсаяпов Ил.Т. Разработка научных основ теории выносливости железобетонных конструкций при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил. Дис. на соиск. уч. степени доктора техн. наук. – Москва, 2017. – 394 с.
50. Каранфилов, Т. С. Влияние некоторых факторов на деформации виброползучести бетона / Т. С. Каранфилов // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1976, № 1. – С.153–156.
51. Каранфилов, Т. С. Влияние характеристики цикла напряжений на развитие деформаций виброползучести бетона / Т. С. Каранфилов // Бетон и железобетон. – 1970, № 11. – С. 22–24.
52. Каранфилов, Т. С. Влияние призмной прочности на относительный предел выносливости бетона / Т. С. Каранфилов // Бетон и железобетон. – 1969, № 3. – С. 28–29.

53. Каранфилов, Т. С. О выносливости бетона / Т. С. Каранфилов // Бетон и железобетон. – 1971, № 9. – С. 41–43.
54. Баженов, Ю. М. Бетон при динамическом нагружении / Ю. М. Баженов. – М.: Стройиздат. – 1972. – 271 с.
55. Кириллов, А. П. Выносливость гидротехнического железобетона / А. П. Кириллов. – М.: Энергия, 1978. – 272 с.
56. Бондаренко, В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М.: Издательство АСВ, 2004. – 471 с.
57. Бондаренко В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко. – Харьков: Издательство ХГУ, 1968. – 323 с.
58. Кириллов А. П. Выносливость сборно-монолитных конструкций при многократном циклическом нагружении / А.П. Кириллов, И.Т. Мирсяпов // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1989, № 5. – С. 94–99.

Радайкин О.В., Мирсаяпов И.Т.

**ДИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

для магистрантов направления подготовки

08.04.01 «Строительство» по дисциплине

«Диagramмные методы расчета железобетонных конструкций»