МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики, электротехники и автоматики

«МЕХАНИКА, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ, ОПТИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА, ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА»

Методические указания
по подготовке к выполнению контрольных работ
в системе MOODLE
для студентов всех направлений подготовки

Казань

2018

УДК 535
ББК 22.34
С 37

Методические указания по подготовке к выполнению контрольных работ в системе MOODLE «МЕХАНИКА, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ, ОПТИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА, ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА»/ Сост.: В.И.Сундуков, Казань: КГАСУ, 2018 г.- 45 с.

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения работы по физике студентов всех специальностей.

В работе рассмотрены метод регистрации и принцип работы в системе электронного образования MOODLE. В методических указаниях приведены материалы по физике для подготовки к выполнению контрольных работ. Приводятся основные формулы, и разбирается решение типовых задач.

Стр.45, рис. 10.

Рецензент
доцент кафедры теплоэнергетики В.Н. Енюшин

УДК 535
ББК 22.34

Данное пособие знакомит студентов с навыками работы в электронной обучающей среде и предназначено для подготовки к выполнению контрольных работ по всем изучаемым разделам физики. Контрольные работы выполняются в виде теста в системе дистанционного обучения MOODLE, они могут выполняться как во время занятий, так и заочно дома. Электронная обучающая среда MOODLE платформенно независима. В ней можно работать, используя компьютеры, планшеты и смартфоны с различными операционными системами. Это является огромным преимуществом, так как электронное обучения может проводиться без специального компьютерного класса.

Для входа в нашу электронную обучающую среду MOODLE необходимо в адресной строке браузера набрать «http://moodle.kgasu.ru». После перехода по этому адресу на начальную страничку виртуальной обучающей среды нашего университета следует осуществить вход в систему, набрав логин и пароль. Логином является номер студенческого билета, а паролем – номер паспорта, с которым подавали документы при поступлении в наш университет. Для российских студентов номер паспорта – это последние 6 цифр, для иностранных студентов в качестве пароля берётся серия и номер полностью.

Принципы работы в среде MOODLE интуитивно понятны, поэтому нет необходимости в специальном изучении самой системы. Следует только помнить, что Вы в начале работы входите в систему по логину и паролю, а по окончании работы выходите из системы. Особенно это актуально в том случае, если работаете на общественном компьютере. При первом входе в систему необходимо в своих настройках **отредактировать свой адрес электронной почты**. Как это сделать смотрите ниже.

При нажатии кнопочки справа от вашего имени в верхнем правом углу браузера появляется выпадающее меню, пункты которого важны для навигации в системе.

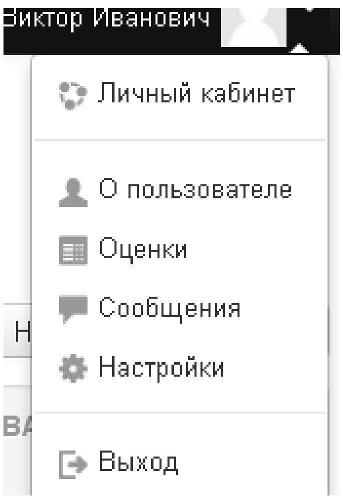

Рис.1. Выпадающее меню.

В «Личном кабинете» находятся электронные курсы, на которые, на которые вас записали. В пункте «О пользователе» знакомятся с информацией о себе. Через пункт «Оценки» просматривают информацию об успеваемости в различных курсах. Через пункт «Сообщения» обмениваются сообщениями и записками со слушателями курса, задают вопросы студентам и преподавателю. Пункт «Настройка» позволяет индивидуально настраивать обучающую среду и редактировать вашу учётную запись.

Для ввода и изменения своего электронного адреса выбираете пункт «Настройка», появляется новое окно.

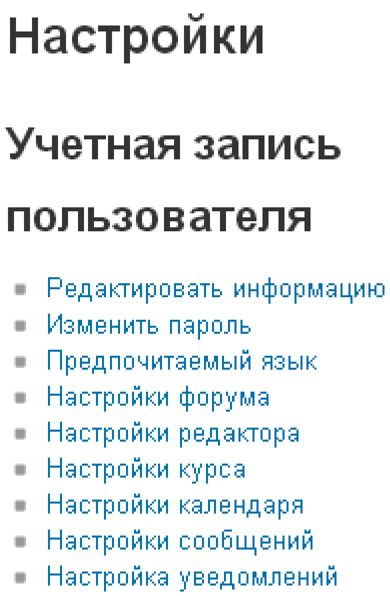

Рис.2. Меню настройки

Выбираете пункт «Редактировать информацию» и вводите ваш настоящий электронный адрес вместо фиктивного. После этого у вас появляется возможность получать сообщения от преподавателей и студентов, восстанавливать забытый пароль и другие возможности.

Остальные навыки работы в электронной среде MOODLE приобретёте в ходе работы в предметных курсах. Эта обучающая среда широко распространена в нашей стране и за рубежом, существует огромное количество книг и пособий, на любой возникающий вопрос легко находится ответ в интернете.

Контрольные работы в системе MOODLE организованы в виде таких элементов как «тест» и «задание». В элементе «тест» студентам предлагается ряд вопросов-тестов, правильность ответа на которые проверяются системой автоматически без участия преподавателя. В элементе «задание» студенты размещают свои ответы в виде прикреплённых файлов, правильность ответов на которые оценивает преподаватель.

Контрольная работа, состоит из ряда вопросов, большинство из которых представляют собой задачи. Студент должен ответить на вопросы, решить задачи и ввести правильные ответы. Для получения зачета за контрольную работу студент должен набрать сумму баллов в «тесте» больше проходного. Проходной балл назначается преподавателем, и его величина зависит от условий выполнения работы (место, время). Например, для работ, выполняемых дома, проходной балл будет выше, чем при работе в аудитории. При успешном прохождении теста на странице ученого курса в чекбоксе справа от названия теста появляется галочка  .

Если студент не получает в «тесте» зачёт за выполнение контрольной работы, то он должен подробно рассмотреть неправильно решённые задачи. Студенту следует открыть просмотр результатов теста и выписать условия неправильно решённых задач. Далее эти задачи должны быть решены с подробными комментариями и присланы преподавателю на проверку в виде файла - документа в элемент «Задание».

В присылаемой в «Задание» работе должно быть условие задачи, переписанное полностью без сокращений. Решения задач следует сопровождать краткими пояснениями и в тех случаях, когда это необходимо, привести рисунок. Как правило, решать задачу надо в общем виде, т.е., искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числового значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой и двумя после запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-5}$.

Если в элементе «Тест» система MOODLE оценивает правильность числового ответа, то преподаватель, проверяя работу, присланную в элемент «Задание», оценивает также оформление работы в соответствие приведёнными выше правилами.

Контрольная работа, присылаемая в «Задание» может быть выполнена как в каком-либо текстовом редакторе, так и в рукописном виде. В последнем случае рукописные листки должны быть качественно отсканированы и объединены в один файл документа, предпочтительно в формате pdf, doc или docx.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

1. Первая контрольная работа по механике.

Любые механические движения тел можно представить через поступательное и вращательное движения. Поскольку при поступательном движении все точки движутся по одинаковым траекториям, то в этом случае тело заменяют материальной точкой. Начнём рассмотрение движения материальной точки.

Скорость и ускорение прямолинейного движения в общем случае определяются формулами

$$\upsilon = \frac{ds}{dt},\ a = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

В случае прямолинейного равномерного движения

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \text{const},\ a = 0.$$

Для прямолинейного равнопеременного движения

$$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2},\ \upsilon = \upsilon_0 + at,\ a = \text{const}.$$

В этих уравнениях ускорение a положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

При криволинейном движении полное ускорение

$$a = \sqrt{a_{\text{n}}^2 + a_\tau^2}\ .$$

Здесь a_τ – тангенциальное (касательное) ускорение и a_{n} – нормальное (центростремительное) ускорение, причём

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt},\ a_{\text{n}} = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где υ – скорость движения и R – радиус кривизны траектории в данной точке.

При вращательном движении в общем случае угловая скорость и угловое ускорение находятся по формулам

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},\ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T – период вращения, n – частота вращения, т.е. число оборотов в единицу времени.

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью υ соотношением

$$\upsilon = \omega R.$$

Тангенциальное и нормальное ускорения при вращательном движении могут быть выражены в виде

$$a_\tau = \varepsilon R\ ,\ a_n = \omega^2 R$$

Основной закон динамики (второй закон Ньютона) выражается уравнением

$$F\,dt = d(m\upsilon).$$

Если масса m постоянна, то

$$F = m\frac{d\upsilon}{dt} = ma,$$

где a – ускорение, которое приобретает тело массой m под действием силы F.

Работа силы $\vec{F}$ на пути s может быть выражена формулой

$$A = \int_s F_s ds,$$

где F_s – проекция силы на элементарное перемещение $d\vec{s}$, ds – длина элементарного перемещения. Интегрирование должно быть распространено на весь путь s. В случае постоянной силы, действующей под углом α к перемещению, имеем

$$A = F\,s\cos\alpha,$$

где α – угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $\vec{s}$.

Мощность определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

В случае постоянной мощности

$$N = \frac{A}{t}.$$

Здесь A – работа, совершаемая за время t. Мощность может быть определена также формулой

$$N = F\upsilon\cos\alpha,$$

т.е., произведением скорости движения на проекцию силы на направление движения.

Для кинетической энергии тела массой m, движущегося со скоростью υ, имеем

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих сил (силы тяготения или силы упругости).

Импульс замкнутой механической системы постоянен при любых взаимодействиях тел системы, т.е.

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_n = \text{const}.$$

Полная механическая энергия W системы, между телами которой действуют консервативные силы, постоянна, т.е.

$$W = W_k + W_p = \text{const},$$

где W_p – потенциальная энергия системы.

Работа A неконсервативных сил равна изменению механической энергии системы, т.е. $A = W_2 - W_1$, W_2 и W_1 – механическая энергия системы в конечном и начальном состоянии.

При криволинейном движении сила, действующая на материальную точку, может быть разложена на две составляющие – тангенциальную и нормальную. Тангенциальная составляющая силы направлена по касательной к траектории и совпадает по направлению со скоростью. Нормальная составляющая силы направлена перпендикулярно скорости к центру

$$F_n = m\upsilon^2 / R$$

и является центростремительной силой. Здесь υ – линейная скорость движения тела массой m, R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Сила, вызывающая упругую деформацию x, пропорциональна деформации

$$F = k\,x,$$

где k – жёсткость (коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию, равную единице).

Потенциальная энергия упругого тела

$$W_p = \frac{kx^2}{2}$$

Две материальные точки (т.е. такие тела, размеры которых малы по сравнению с их взаимным расстоянием) притягиваются друг к другу с силой

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м/кг^2 – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих материальных точек, r – расстояние между ними. Этот закон справедлив и для однородных шаров; при этом r – расстояние между их центрами масс.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел

$$W = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Знак "минус" соответствует тому, что при $r = \infty$ потенциальная энергия двух взаимодействующих тел равна нулю; при сближении этих тел потенциальная энергия убывает.

Момент M силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулой

$$M = F\,l,$$

где l – расстояние от прямой, вдоль которой действует сила, до оси вращения.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси вращения называется величина

$$I = m\,r^2,$$

где m – масса материальной точки и r – её расстояние до оси вращения.

Момент инерции твёрдого тела относительно оси его вращения

$$I = \int r^2 dm,$$

где интегрирование должно быть распространено на весь объём тела. Производя интегрирование, можно получить момент инерции тела любой формы.

Момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$I = \frac{mR^2}{2},$$

где R – радиус цилиндра и m – его масса.

Момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра

$$I = \frac{m(R_1^2 + R_2^2)}{2},$$

для тонкостенного полого цилиндра $R_1 \approx R_2 = R$ и $I \approx mR^2$.

Момент инерции однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 \cdot$$

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему,

$$I = \frac{ml^2}{12} \cdot$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции I_c относительно любой оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции I относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера

$$I = I_c + md^2,$$

где m – масса тела и d – расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения выражается уравнением

$$M\cdot dt = dL = d(I\omega),$$

где M – момент сил, приложенный к телу, L – момент импульса тела (I – момент инерции тела, ω – его угловая скорость). Если $I = \text{const}$, то

$$M = I\frac{d\omega}{dt} = I\varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение, приобретаемое телом под действием момента сил M.

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_{\text{k}} = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I – момент инерции тела и ω – его угловая скорость.

Примеры решения задач .

Задача 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A+Bt+Ct^3$, где $A = 2м$, $B=1м/с$, $C=-0.5м/с^3$. Найти координату x, скоростьυ_x и ускорение a_x точки в момент времени t=2$с$.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B и C и времени t:

$x = (2+1\cdot 2-0.5\cdot 2^3)м =0$

Мгновенная скорость относительно оси x есть первая производная от координаты по времени

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct$$

В момент времени $t = 2с$

$\upsilon_x=(1-3\cdot 0.5\cdot 2^2)м/с=-5м/с$

$a_x=6\cdot(-0.5)\cdot 2м/с=-6м/с.$

Задача 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi=A+Bt+Ct^2$, где $A= 10$ *рад*, $C= -2$ *рад/с*^{2} . Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r= 0,1м$ от оси вращения, для момента времени $t= 4с$.

Решение. Полное ускорение $\vec{a}$ точки, движущейся по кривой линии может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорения , направленного к центру кривизны траектории (рис.3): $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$.

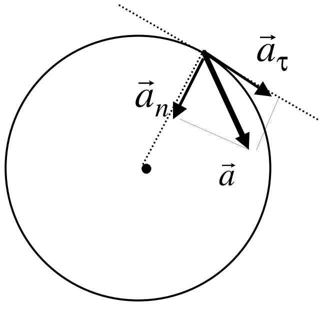

Рис. 3.

Так как векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$,

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$a_\tau = \varepsilon r,\ a_n = \omega^2 r$

где ω – модуль угловой скорости тела; ε – модуль его углового уравнения.

Подставим выражение a_τ и a_n в формулу (1), находим

$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct$$

В момент времени $t = 4c$ модуль угловой скорости

$\omega = (20+2\cdot(-2)\cdot 4)\text{рад/с} = 4\ \text{рад/с}$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = 3\cdot C = -4\text{рад/с}^2.$$

Подставляя значения ε, ω, и r в формулу (2), получаем

$$a = 0.1\sqrt{(-4)^2 + 4^4}\ \text{м/с}^2 = 1.65\ \text{м/с}^2$$

Задача 3. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой $m=20г$ поднялась на высоту $h=5м$. Определить жесткость пружины пистолета, если она была сжата на $x=10\ см$. Массой пружины и силами трения пренебречь.

Решение.

Рассмотрим систему пружина – пуля. Так как на тела системы действуют только консервативные силы, то для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия системы E_1 в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту h), т.е.,

$E_1 = E_2$ или $T_1 + \Pi_1 = E_2 + \Pi_2$, где T_1 , T_2 , $П_1$ и $П_2$ - кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю. Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине, равной нулю, а высоту подъема пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т.е. $П_1 = \frac{1}{2}kx^2$, а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте h, т.е. $П_2=mgh$. Получаем, что

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh, \quad \text{откуда} \quad k = \frac{2mgh}{x^2}$$

Задача 4. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары – абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение.

Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2$$

где T_1 - кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из приведенной формулы, для определения ε надо найти u_2. Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, найдем

$$m_1\upsilon_1=m_1u_1+m_2u_2;$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Решив совместно предыдущие уравнения, найдём

$$u_2 = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

Окончательная подстановка даст

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1(m_1 + m_2)}\right)^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Задача 5. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m=80 г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1=100 г и m_2= 200 г (рис.4). Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

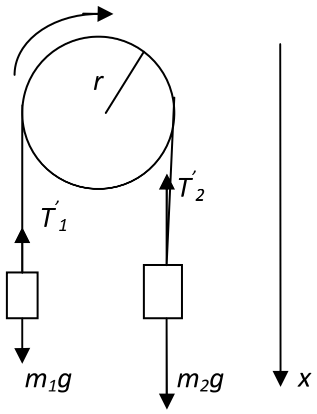

Рис. 4.

Решение.

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось.

Для первого груза $\qquad m_1g - T_1=m_1a \qquad$ (1),

для второго груза $\qquad m_2g - T_2=m_2a \qquad$ (2).

Под действием моментов сил T'_1 и T'_2 относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения :

$$T'_2r - T_1r = I_z\varepsilon, \qquad (3)$$

где $\varepsilon = a / r,\ I_z = \frac{1}{2}mr^2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости $T'_1=T_1$; $T'_2=T_2$. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T'_1 и T'_2 выражения T_1 и T_2 , получив их предварительно из уравнений (1) и (2).

$$(m_2g - m_1a)r - (m_1g + m_1a)r = \frac{mr^2a}{2r}$$

После сокращения r на и перегруппировки членов, найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} \cdot g \qquad (4)$$

Формула (4) позволяет массы m_1, m_2 и m выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение - в единицах СИ. После подстановки числовых значений в формулу (4), получим

$$a = \frac{(200 - 100)г}{(200 + 100 + {}^{80}\!/_{2})г} \cdot 9.8\, {}^{м}\!/_{с^2} = 2.88\, {}^{м}\!/_{с^2}\,.$$

Задача 6. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0.2 *м* и массой m = 50 *кг* раскручен до частоты вращения n_1=480 *мин*$^{-1}$ и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через t=*50с*. Найти момент M сил трения.

<u>Решение.</u>

Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL_z = M_z dt \qquad (1)$$

где dL_z- изменение проекции на ось z момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt; M_z - момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени (M_z=*const*), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \Delta t \qquad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_z = I_z \Delta\omega \qquad (3)$$

I_z – момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим $M_z \Delta t = I_z \Delta\omega$, откуда

$$M_z = I_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (4) выражения I_z и $\Delta\omega$, получим

$$M = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}.$$

Подставим в последнюю формулу числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что n_1=480 *мин* = 480/60 с$^{-1}$ = 8 с$^{-1}$

$$M_z = \frac{3.14 \cdot 50 \cdot (0.2)^2 (0-8)}{50} H \cdot м = -1 H \cdot м \;.$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Задача 7. Платформа в виде сплошного диска радиусом R=1.5 *м* и массой m_1=180 *кг* вращается около вертикальной оси с частотой n=10 *мин*$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m=60 *кг*. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение.

Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция момента импульса L_z системы платформы – человек остается постоянной

$$L_z = I_z \cdot \omega = const \qquad (1)$$

где I_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих с состав системы, поэтому в начальном состоянии $I_z=I_1+I_2$, а в конечном состоянии $I'_z=I'_1+I'_2$.

С учетом этого равенство (1) примет вид

$$(I_1+I_2)\omega=(I'_1+I'_2)\omega' \qquad (2)$$

где значения моментов инерции I_1 и I_2 платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы; I'_1 и I'_2 - к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $I_1 = I_1' = \frac{1}{2} mR^2$. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции I_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $I'_2=m_2R^2$.

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega=2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega'=\upsilon/R$, где υ – скорость человека относительно пола).

$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) \cdot 2\pi n = \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 + m_2 R^2\right) \cdot \frac{\upsilon}{R}.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость $\upsilon = \frac{2\pi n R m_1}{m_1 + 2m_2}$. Произведя вычисления, получим

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1.5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} \, м/с = 1 \, м/с.$$

Задача 8. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости υ_1 сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли (R=3.37·10^6*м*). Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение.

Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющаяся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты изменяться не будет. Следовательно

$$T_1+\Pi_1=T_2+\Pi_2,$$

где T_1,Π_1 и T_2,Π_2 – кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии

$$T_1=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2$$

Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии

$$\Pi_1=-G\frac{mM}{R}$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая – убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия T_2 станет равной нулю, а потенциальная достигнет максимального значения.

$$\Pi_2=-G\frac{mM}{2R}$$

Подставляя выражения T_1 , Π_1 , T_2 *и* Π_2 в (1), получаем

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2}-\frac{GmM}{R}=-\frac{GmM}{2R}\text{, откуда } \upsilon_1=\sqrt{GM/R}$$

Заметив, что $GM/R^2=g$ (g – ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде

$$\upsilon_1=\sqrt{g\cdot R}$$

Произведем вычисления :

$$\upsilon_1=\sqrt{9.8\cdot 6.37\cdot 10^6}\ м/с=7.9\ км/с$$

Вторая контрольная работа по электромагнетизму.

Закон Кулона $$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; ε – диэлектрическая проницаемость; ε_0 – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \varphi = \frac{W_p}{q},$$

где W_p – потенциальная энергия положительного точечного заряда *Q*, находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей),

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i, \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i$$

где $\vec{E}_i, \varphi_i$ – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого *i*-м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом,

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon\, r^2}, \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r},$$

где r – расстояние от заряда до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{q}{l}.$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Напряженность поля, создаваемого прямой бесконечной равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon r},$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой определяется.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Связь потенциала с напряженностью:

а) $E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}$ – в общем случае;

б) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ – в случае однородного поля;

Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Электроемкость

$$C = \frac{q}{\varphi} \text{ или } C = \frac{q}{U},$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U – разность потенциала пластин конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Электроемкость батареи конденсаторов:

а) $\frac{1}{C} = \sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}$ – при последовательном соединении;

б) $C = \sum\limits_{i=1}^{N} C_i$ – при параллельном соединении.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, W = \frac{CU^2}{2}, W = \frac{q^2}{2C}.$$

Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность тока

$$j = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью V направленного движения заряженных частиц

$$j = qnV\ ,$$

где Q – заряд частицы; n – концентрация заряженных частиц.

Закон Ома:

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ – для участка цепи, не содержащего ЭДС, где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка:

б) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}$ – для участка цепи, содержащего ЭДС, где ε – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ – для замкнутой (полной) цепи, где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление источника тока.

Сопротивление R и проводимость G проводника

$$R = \rho\frac{l}{S},\ G = \gamma\frac{S}{l},$$

где ρ – удельное сопротивление; γ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum R_i$ – при последовательном соединении;

б) $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$ – при параллельном соединении, где R_i –сопротивление i-го проводника.

Работа тока: $$A = IUt, A = I^2Rt, A = \frac{U^2t}{R}.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U, последние две – для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока:

$$P = IU, P = I^2R, P = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2Rt\ .$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}\ ,$$

где γ – удельная проводимость; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; j – плотность тока.
Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м. В вакууме $\mu = 1$).
Закон Био-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0\mu I dl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиус-вектором с направлением тока в элементе проводника.
Магнитная индукция поля прямого тока, текущего по прямому проводнику бесконечной длины

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

где r_0 – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.
Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$$

где R – радиус кругового витка.
Магнитная индукция поля внутри соленоида

$$B = \mu\mu_0 In,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.
Сила, действующая на элемент проводника с током в магнитном поле (Закон Ампера)

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right] \text{ или } dF = IBdl\sin\alpha,$$

где dl – длина элемента, α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции $\vec{B}$. В случае однородного магнитного поля и прямого проводника закон Ампера имеет вид

$$F = IBl\sin\alpha.$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$p_m = IS,$$

где I – сила тока в контуре; S – площадь контура. Вектор $\vec{p}_m$ направлен перпендикулярно к плоскости контура и связан с направлением тока правилом правого винта: при вращении винта в направлении тока его поступательное движение показывает направление магнитного момента контура.

Вращающий момент сил, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right], \text{ или } M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух прямых параллельных токов

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d},$$

где d – расстояние между токами, l – длина отрезка проводника, на которую действует сила $\vec{F}$.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле (сила Лоренца)

$$\vec{F} = q \cdot \left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right], \text{ или } F = q\upsilon B \sin\alpha,$$

где q – заряд частицы; $\vec{\upsilon}$ – ее скорость; α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

где S – площадь контура, α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции.

Потокосцепление (полный поток) для контура или соленоида, имеющих число витков N, плотно прилегающих друг к другу:

$$\Psi = N\Phi.$$

Работа по перемещению проводника или замкнутого контура с током

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ – поток магнитной индукции, пересекаемой проводником при его движении или изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле

$$U = Bl\upsilon\sin\alpha,$$

где l – длина проводника, α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Индуктивность контура

$$L = \frac{\Psi}{I},$$

где Ψ – полный магнитный поток через контур, создаваемый током I.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; V – объем соленоида.

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}.$$

Энергия магнитного поля контура с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 10$ *нКл*. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 100$ *см*^{2}, диэлектрик – воздух. Определить силы F с которыми притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

<u>Решение</u>. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E, созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила

$$F = Q \cdot E$$

Так как

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

где σ – поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) примет вид

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-12}} \text{ Н} = 5{,}65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Задача 2. Определить ускоряющую разность потенциалов U, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $\upsilon_1 = 10^6$ *м/с*, чтобы скорость его возросла в 2 раза.

<u>Решение</u>. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением элементарного заряда e на разность потенциалов U

$$A = eU.$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

где T_1 и T_2 – кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m – масса электрона; υ_1 и υ_2 – начальная и конечная скорости его.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = \frac{mn^2\upsilon_1^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

где $n = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{m\upsilon_1^2\left(n^2 - 1\right)}{2e}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^6\right)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\left(2^2 - 1\right)B = 8{,}53B.$$

Задача 3. Потенциометр сопротивлением R = *100 Ом* подключен к батарее с ЭДС ε = *150 В* и внутренним сопротивлением r = *50 Ом*. Определить:

1) показание вольтметра сопротивлением R_v = *500 Ом*, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра;

2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Решение. 1. Показание вольтметра, подключенного к точкам А и В (рис. 5), определим по формуле

$$U_1 = I_1 \cdot R_1,$$

где R_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра; I_1 – суммарная сила тока в ветвях этого соединения (она равна силе тока в неразветвленной части цепи). Силу тока найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}, \qquad (1)$$

где R_2 – сопротивление внешней цепи.

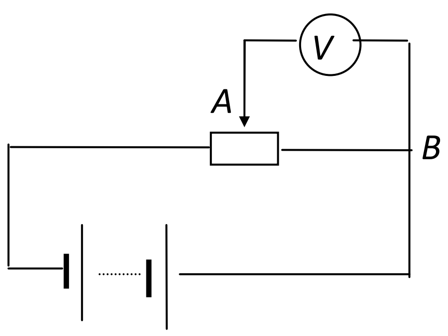

Рис. 5

Это сопротивление есть сумма двух сопротивлений:

$$R_2 = \frac{R}{2} + R_1. \qquad (2)$$

Сопротивление R_1 найдем по формуле параллельного соединения проводников,

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{2}{R},$$

откуда

$$R_1 = \frac{R\,R_v}{R + 2\,R_v}.$$

Подставив в (1) выражение R_2 из (2), найдем

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + r}.$$

В данном случае решение задачи в общем виде было бы громоздким. Поэтому удобно вычисление величин провести раздельно:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500}\,Ом = 45{,}5\,Ом;$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50}\,A = 1{,}03\,A;$$

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45{,}5\,B = 46{,}9\,B.$$

2. Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра

$$U_2 = I_2 \cdot \frac{R}{2} \qquad (3)$$

где I_2 – сила тока в цепи при отключенном вольтметре. Ее определим по формуле

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Подставив выражение I_2 в (3), найдем

$$U_2 = \frac{\varepsilon}{R + r} \cdot \frac{R}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2}\,B = 50\,B.$$

Задача 4. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20\ Ом$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2\ c$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6\ A$ (рис. 6).

Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1.

Решение. Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока. Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 Rdt \qquad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае

$$I = kt, \qquad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2}\frac{A}{c} = 3\frac{A}{c}.$$

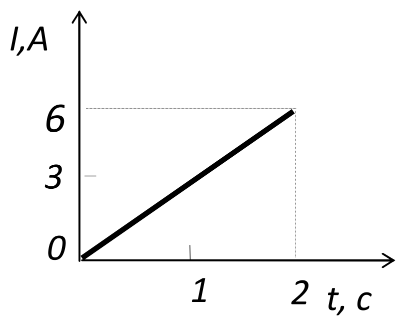

Рис. 6.

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \qquad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R\left(t_2^3 - t_1^3\right).$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (1-0) Дж = 60 Дж;$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8-1) Дж = 420 Дж.$$

Следовательно,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7.$$

За вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Задача 5. Шины генератора представляют собой две параллельные полосы длиной по $l = 2$ *м*, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20$ *см*. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток силой $I = 10000$ *А*.

Решение. Поскольку расстояние между проводниками во много раз меньше их длины, то можно воспользоваться формулой силы взаимодействия двух параллельных бесконечно длинных проводников

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d},$$

где I_1, I_2 – силы тока; l – длина проводника, на которую приходится сила; d – расстояние между проводами. Известно, что проводники с током отталкиваются, если токи по ним текут в противоположных направлениях друг к другу (рис. 7). Заметив, что $I_1 = I_2 = I$, получим

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

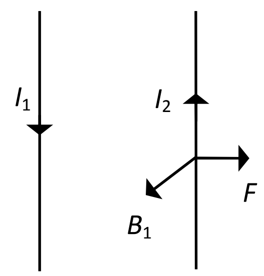

Рис. 7.

Подставив численные значения физических величин, произведем вычисления:

$$F = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot\left(10^3\right)^2\cdot 2{,}5}{2\pi\cdot 0{,}2} = 2{,}5H.$$

Задача 6. В однородном магнитном поле с индукцией *B = 0,1 Тл* равномерно вращается рамка, содержащая *N = 1000* витков. Площадь рамки *S = 150 см*^{2}. Рамка делает ν = *10 об/с*. Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки в $\omega t = 30°$.

<u>Решение</u>. Мгновенное значение ЭДС индукции определяется законом Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}, \qquad (1)$$

где Ψ – потокосцепление. Потокосцепление Ψ связано с магнитным потоком соотношением

$$\Psi = N\Phi \qquad (2)$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком. Подставляя выражение в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (3)$$

При вращении рамки (рис. 6) магнитный поток Φ, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону:

$$\Phi = BS\cos\omega t$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота. Подставив в формулу (3) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t.$$

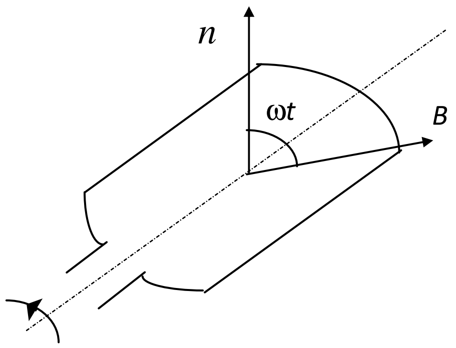

Рис. 8

Круговая частота ω связана с числом оборотов в секунду соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Поэтому для ЭДС индукции имеем
$\varepsilon_i = 2\pi\nu NBS \sin \omega t$.
Подставляя все данные в единицах СИ и, учитывая, что $\omega t = 30° = \frac{\pi}{6}$,

получим $\quad \varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5B = 47{,}1B.$

Задача 7. Плоский квадратный контур со стороной *a = 10 см*, по которому течет ток *I = 100 А*, свободно установился в однородном магнитном поле (*В = 1 Тл*). Определить работу *А*, совершенную внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол φ = *90°*. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

<u>Решение</u>. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур,

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2), \qquad (1)$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 – то же, после перемещения. Знак "минус" здесь стоит в связи с тем, что работа внешних сил по повороту контура противоположна по знаку работе сил, стремящихся ориентировать контур по полю. Нетрудно заметить, что $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$. Поэтому

$$A = IBS = IBa^2. \qquad (2)$$

Выразив числовые значения величин в единицах СИ, и подставив в (2), вычислим искомую работу

$$A = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Задача 8. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит *N = 1200* витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока *I = 4 А,* магнитный поток *Ф = 6 мкВб*. Определить индуктивность *L* соленоида и энергию *W* магнитного поля соленоида.

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением

$$\Psi = LI \tag{1}$$

Потокосцепление может быть определено через поток Φ, число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу)

$$\Psi = N\Phi \tag{2}$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I} \tag{3}$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Подставив сюда L, используя формулу (3), получим

$$W = \frac{N\Phi I}{2}. \tag{4}$$

Произведем вычисления:

$$L = \frac{1200 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \textit{Гн} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \textit{Гн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \textit{Дж} = 1{,}44 \textit{Дж}.$$

Третья контрольная работа по оптике, атомной и ядерной физике.

Скорость света в среде $\upsilon = \dfrac{c}{n}$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны:

$$L = n \cdot l,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн:

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Зависимость разности фаз $\Delta\varphi$ от оптической разности хода световых волн:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$$

где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции:

$$\Delta = \pm k\lambda \qquad (k = 0, 1, 2\ldots)$$

Условие максимального ослабления света:

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки с большей оптической плотностью по сравнению с плотностью среды:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - Sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad \Delta = 2dnCos(i_2) \pm \frac{\lambda}{2}$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления света в пленке. В том случае, когда показатель преломления плёнки меньше показателя преломления сред, справедливо:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \quad \text{или} \quad \Delta = 2dn\cos i_2$$

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2}} \quad (k = 1, 2, 3\ldots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.
Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}\,.$$

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия:

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda\,,$$

где a – ширина щели; k – порядковый номер максимума.
Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda\,,$$

где d – период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda+\Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Закон Брюстера: $$\operatorname{tg}\varepsilon_Б = n_{21}$$

где $\varepsilon_Б$ – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса: $$J = J_0 \cos^2 \alpha ,$$

где J_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; J – интенсивность этого света после анализатора; α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) $\varphi = \alpha \cdot d$, (в химически однородных телах)

где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) $\varphi = \alpha \cdot c \cdot d$, (в растворах).

где α – удельное вращение; c – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Закон Стефана-Больцмана:

$$R_e = \sigma \cdot T^4 .$$

где R_e – энергетическая светимость абсолютно черного тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана; T – температура по шкале Кельвина.

Закон смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения, b – постоянная Вина.

Энергия фотона:

$$E = h\nu \qquad \text{или} \qquad E = \hbar\omega ,$$

где h – постоянная Планка; $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π; ν– частота фотона;ω – циклическая частота.

Масса фотона:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{c\lambda},$$

где c – скорость света в вакууме; λ – длина волны фотона.

Импульс фотона:

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + E_{\max} = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона; $E_{\max}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \qquad \text{или} \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Примеры решения задач

Задача 1. От двух когерентных источников S_1 и S_2 (λ = 0.8 мкм) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку (показатель преломления n = 1.33), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине пленки это возможно?

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн, т.е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{1}$$

где Δ_1 – оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки; Δ_2 – оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки; $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$.

Наименьшей толщине пленки $l_{\min}$ соответствует k = 0. При этом формула (1) примет вид:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

Выразим оптические разности хода Δ_2 и Δ_1:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2; \; \Delta_2 = \left[(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}\right] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1).$$

Подставим выражения Δ_1 и Δ_2 в формулу (2):

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1) - (l_1 - l_2) = \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \qquad d_{\min}(n-1) = \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда $$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n-1)}.$$

Произведем вычисления:

$$d_{\min} = \frac{0{,}8}{2\cdot(1{,}33-1)}\,мкм = 1{,}21\,мкм$$

Задача 2. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки d =2 мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного (λ_1 = 0,7 мкм) и в случае фиолетового (λ_2 = 0,41 мкм) света.

Решение. Из формулы, определяющей положение главных максиму-мов дифракционной решетки, найдем порядок m дифракционного максимума:

$$m = \frac{d\,\mathrm{Sin}\,\varphi}{\lambda}, \qquad (1)$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света. Так как Sinφ не может быть больше 1, то число m не может быть больше $\frac{d}{\lambda}$, т.е.

$$m \le \frac{d}{\lambda} \qquad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения величин, получим:

$$m \le \frac{2}{0{,}7} = 2{,}86 \text{ (для красных лучей);}$$

$$m \le \frac{2}{0{,}41} = 4{,}88 \text{ (для фиолетовых лучей).}$$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $m_{\max}$ = 2, и для фиолетового $m_{\max}$ = 4.

Задача 3. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком (рис.9). Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

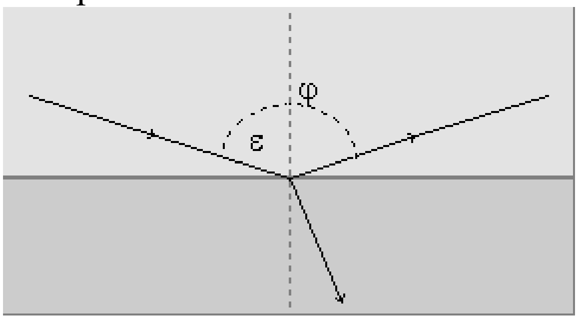

Рис.9.

Решение. Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg}\varepsilon = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой. Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно, $\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{n_2}{n_1}$.

Так как угол падения равен углу отражения, то $\varepsilon = \frac{\varphi}{2}$ и следовательно:

$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}$, откуда $n_1 = \dfrac{n_2}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}$.

Произведем вычисления: $n_1 = \dfrac{1{,}5}{\operatorname{tg}\frac{97^\circ}{2}} = \dfrac{1{,}5}{1{,}13} = 1{,}33$.

Задача 4. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность J пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка J_0, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения кварца α принять равной 48,9 град/мм.

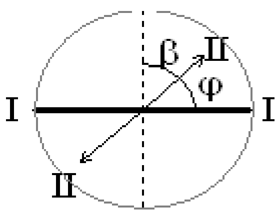

Рис. 10.

Решение. Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рис.10) перпендикулярна плоскости колебаний (I-I) плоско поляризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол:

$$\varphi = \alpha \cdot l\,, \qquad (1)$$

где l – толщина пластины. Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол β, который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (П-П) плоскости колебаний падающего на поляроид плоскополяризованного света. Для этого воспользуется законом Малюса:

$$J = J_0 \operatorname{Cos}^2 \beta\,.$$

При $\beta = \dfrac{\pi}{2} - \varphi$ можно написать:

$$J = J_0 \operatorname{Cos}^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \text{ или } J = J_0 \operatorname{Sin}^2 \varphi \qquad (2)$$

Из равенства (2) с учетом (1) получим:

$$\alpha \cdot l = \arcsin\sqrt{\frac{J}{J_0}}\,,$$

откуда искомая толщина пластины:

$$l = \frac{1}{\alpha}\arcsin\sqrt{\frac{J}{J_0}}$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$l = \frac{1}{48{,}9}\arcsin\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot мм = \frac{45}{48{,}9} \cdot мм = 0{,}92 \cdot мм$$

Задача 5. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, λ_m = 0,58 мкм. Определить энергетическую светимость поверхности тела.

<u>Решение.</u> Энергетическая светимость абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана-Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой:

$$R_e = \sigma \cdot T^4\,, \qquad (1)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана; T – термодинамическая температура.

Температуру T можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \qquad (2)$$

где b – постоянная закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем:

$$R_e = \sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_{\cdot m}} \right)^4 .$$

Произведем вычисления:

$$R_e = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 \; Вт/м^2 = 3{,}54 \cdot 10^7 \; Вт/м^2 .$$

Задача 6. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + E_{\max} , \tag{1}$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; A – работа выхода; $E_{\max}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.
Энергия фотона вычисляется также по формуле:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} , \tag{2}$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны. Кинетическая энергия электрона может быть выражена по классической формуле:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} , \tag{3}$$

1. Вычислим энергию фотона по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} \; Дж = 1{,}28 \cdot 10^{-18} \; Дж , \qquad \text{или}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \; эВ = 8 \; эВ$$

Кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} , \tag{4}$$

откуда

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2\left(\varepsilon_1 - A\right)}{m_0}} \tag{5}$$

Подставив значения величин в формулу (5), найдем: $V_{\max}^{x}$=1,08·10^6

Четвёртая контрольная работа по термодинамике и молекулярной физике.

Количество вещества тела (системы)

$$\nu = N / N_A ,$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему), N_A – постоянная Авогадро (N_A = 6.02·10^{23} моль$^{-1}$).

Молярная масса вещества

$$M = m / \nu ,$$

где m – масса однородного тела (системы), ν – количество вещества этого тела.

Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum n_i A_{r,i} ,$$

где n_i – число атомов i-го химического элемента, входящих в состав молекулы данного вещества, $A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы приводятся в таблице Менделеева Д.И.

Связь молярной массы M с относительной молекулярной массой вещества

$$M = M_r k ,$$

где k =10^{-3} кг/моль.

Количество вещества смеси газов

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \cdots + \frac{m_n}{M_n} ,$$

где ν, m_i, M_i – количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i -го компонента смеси.

Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{M} RT ,$$

где m – масса, M – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества, T – термодинамическая температура.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n ,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси, n – число компонентов смеси. Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_n} ,$$

где m_i – масса и ν_i – количество вещества i-го компонента смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M} ,$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе, ρ – плотность вещества, V – объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_n > ,$$

где $< \varepsilon_n >$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

где k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где i – число степеней свободы молекулы. Для одноатомного газа i=3, для двухатомного газа i=5, для многоатомного газа i =6.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT .$$

Скорости молекул:

$$\langle V_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$ – средняя квадратичная,

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}} = \sqrt{\frac{8RT}{M}}$$ – средняя арифметическая,

$$V_в = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$ – наиболее вероятная,

где m – масса одной молекулы.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_v) и постоянном давлении (c_p)

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M} .$$

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями

$$c = \frac{C}{M} \quad \text{и} \quad C = cM .$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_v = R ,$$

где C_p и C_v – молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении , соответственно.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_v T .$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A ,$$

где Q – теплота, сообщенная системе (газу), ΔU – изменение внутренней энергии системы, A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа:

$A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p dV$ – в общем случае,

$A = p(V_2 - V_1)$ – при изобарном процессе,

$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ – при изотермическом процессе,

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] -$$

– при адиабатном процессе, где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты.

Уравнение Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе (различные формы записи):

$$pV^{\gamma} = const\ , \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} ,$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} , \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} .$$

Термический КПД цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} ,$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя, Q_2 – теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} ,$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры нагревателя и теплоприемника.

Разность энтропий двух состояний $\Delta S = S_2 – S_1$ определяется формулой

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Примеры решения задач

Задача 1. Определить для серной кислоты: 1) относительную молекулярную массу M_r , 2) молярную массу M.

Решение. Относительная молекулярная масса вещества равна сумме относительных атомных масс всех элементов, атомы которых входят в состав молекулы данного вещества и определяется по формуле

$$M_r = \sum n_i A_{r,i} \qquad (1)$$

где n_i – число атомов i-го химического элемента, входящих в состав молекулы данного вещества, $A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента.

Химическая формула серной кислоты имеет вид H_2SO_4. Так как в состав молекулы серной кислоты входят атомы трех элементов, то стоящая в правой части равенства (1) сумма будет состоять из трех слагаемых и эта формула примет вид

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3} \qquad (2)$$

Из формулы серной кислоты далее следует, что n_1 = 2 (два атома водорода), n_2 = 1 (один атом серы) и n_3 = 4 (четыре атома водорода).
Значения относительных атомных масс водорода, серы и кислорода найдем в таблице Д.И.Менделеева.

$$A_{r,1} = 1\ ,\ A_{r,2} = 32\ ,\ A_{r,3} = 16\ .$$

Подставив значения n_i и $A_{r,i}$ в формулу (2), найдем относительную молекулярную массу серной кислоты $M_r = .98$
Зная относительную молекулярную массу, найдем молярную массу серной кислоты по формуле

$$M = M_r k \qquad (3)$$

где k =10^{-3} кг/моль.
Подставив в (3) значения величин, получим М=$98\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Задача 2. Определить число молекул N, содержащихся в объеме V=1 мм^3 воды, и массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр молекул d.
Решение. Число молекул N, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро $N_А$ на количество вещества ν:

$$N = \nu N_A\ .$$

Так как $\nu = m / M$, где M – молярная масса, то $N = \frac{mN_A}{M}$.
Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V, получим

$$N = \frac{\rho V N_A}{M}\ .$$

Произведем вычисления, учитывая, что M = $18\cdot10^{-3}$ кг.моль:
N =$(10^3\cdot10^{-9})/(18\cdot10^{-3})\cdot6{,}02\cdot10^{23}$ = $3{,}34\cdot10^{19}$ молекул. Массу одной молекулы m_1 можно найти по формуле:

$$m_1 = M / N_A\ . \qquad (1)$$

Подставив в (1) значения M и $N_А$, найдем массу молекулы воды
m_1 = $18\cdot10^{-3}/\ 6{,}02\cdot10^{23}$ = $2{,}99\cdot10^{-26}$ кг.

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать. что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка), $V = d^3$, где d – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V} \; . \qquad (2)$$

Объем V найдем, разделив молярный объем V_m на число молекул в моле, т.е. на N_A:

$$V = V_m / N_A \; . \qquad (3)$$

Подставим выражение (3) в (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_m}{N_A}} \; ,$$

где $V_m = M/\rho$. Тогда

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} \; . \qquad (4)$$

Проведем вычисления:

$d^3 = (18 \cdot 10^{-3})/(10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}) = 2{,}99 \cdot 10^{-29}$ м^3 или $d = 3{,}11 \cdot 10^{-10}$ м.

Задача 3. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением p_1= 1 МПа и при температуре T_1= 300 К. После того как из баллона было взято m =10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2= 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задач воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2 \; , \qquad (1)$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии, M – молярная масса гелия, R – универсальная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление

$$p_2 = \frac{m_2}{MV} R T_2 \; . \qquad (2)$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию и массу гелия, взятого из баллона

$$m_2 = m_1 - m \; . \qquad (3)$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{Mp_1V}{RT_1} \ . \tag{4}$$

Подставив выражение массы m_1 в (3), а затем выражение m_2 в (2), найдем

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m\right)\frac{RT_2}{MV} \ ,$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{mRT_2}{MV} \ . \tag{5}$$

Произведем вычисления по формуле (5), учитывая, что $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Получим $p_2 = 3{,}64 \cdot 10^5$ Па.

Задача 4. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_n \rangle$ (вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре Т= 350 К, а также кинетическую энергию E_k вращательного движения всех молекул кислорода массой m = 4г.

Решение. На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{1}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon_n \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2}kT \ . \tag{1}$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_k = \langle \varepsilon_n \rangle N \ . \tag{2}$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A \nu \ , \tag{3}$$

где N_A – постоянная Авогадро, ν – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu = \dfrac{m}{M}$, где m – масса газа, M – молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A \frac{m}{M} .$$

Подставив выражение в формулу (2), получаем

$$E_k = N_A \frac{m}{M} \langle \varepsilon_n \rangle . \qquad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода М = $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$\langle \varepsilon_n \rangle = kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350$ Дж = $4{,}83 \cdot 10^{-21}$ Дж

$E_k = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot (4 \cdot 10^{-3}/32 \cdot 10^{-3}) \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21}$ = 364 Дж.·

Задача 5. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M} \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M} ,$$

где i – число степеней свободы молекулы газа, M – молярная масса. Для неона (одноатомный газ) i =3 и M =$20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. табл. приложения).

Произведем вычисления:

c_v = $(3/2) \cdot (8{,}31/20 \cdot 10^{-3})$ Дж/(кг·К) = $6{,}24 \cdot 10^{2}$ Дж/(кг·К)

c_p = $(5/2) \cdot (8{,}31/20 \cdot 10^{-3})$ Дж/(кг·К) = $1{,}04 \cdot 10^{3}$ Дж/(кг·К)

Для водорода (двухатомный газ) i =5 и M =$2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

Тогда

c_v = $(5/2) \cdot (8{,}31/2 \cdot 10^{-3})$ Дж/(кг·К) = $1{,}04 \cdot 10^{4}$ Дж/(кг·К)

c_p = $(7/2) \cdot (8{,}31/2 \cdot 10^{-3})$ Дж/(кг·К) = $1{,}46 \cdot 10^{4}$ Дж/(кг·К)

Задача 5**.** Кислород массой m = 2кг занимает объем V_1 =1 м^3 и находится под давлением p_1 =0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 =3 м^3 , а затем при постоянном объеме до давления p_3 =0,5 МПа. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU , совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу.

Решение. Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = c_v m \Delta T = i \cdot \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2} \Delta T ,$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода i =5), $\Delta T = T_3 - T_1$ – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева - Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$, откуда $T = \frac{pVM}{mR}$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R\Delta T$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю: $A_2 = 0$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом $A = A_1 + A_2 = A_1$

Согласно первому началу термодинамики теплота, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии и работы $Q = \Delta U + A$

Произведем вычисления, учтя, что для кислорода M =$20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

T_1=$(2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3})/(2 \cdot 8{,}31)$ К = 385 К

T_2=$(2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3})/(2 \cdot 8{,}31)$ К = 1155 К

T_3=$(5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3})/(2 \cdot 8{,}31)$ К = 2887 К

$A = A_1$ = $[8{,}31 \cdot 2 \cdot (1155\text{-}385)]/\ 32 \cdot 10^{-3}$ Дж = $0{,}4 \cdot 10^6$ Дж = 0,4 МДж

$\Delta U = (5/2) \cdot [8{,}31 \cdot 2 \cdot (2887\text{-}385)]/32 \cdot 10^{-3}$

Q = (3,24 + 0,4) МДж = 3,64 МДж

Задача 6. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1 =500 К. Определить термический КПД цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу A = 350 Дж.

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает,какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1} ,$$

где Q_1 – теплота, полученная от теплоотдатчика, A – работа, совершаемая рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ определить температуру охладителя $$T_2 = \frac{T_1}{1 - \eta}$$

Произведем вычисления:
$\eta = 350/1000 = 0{,}35$, $T_2 = 500/(1-0{,}35)$ K = 325 K

Задача 7. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда при -20°С в пар при 100. °С

Решение. Общее изменение энтропии в данном случае складывается из ее изменения в отдельных процессах:

1) При нагревании массы льда m от температуры T_1 до температуры T_2:

$$\Delta S_1 = mc_1 \ln\frac{T_2}{T_1}$$, где c_1 – удельная теплоемкость льда;

2) при плавлении массы льда m при температуре T_2:

$$\Delta S_2 = \frac{m\lambda}{T_2}$$, где λ - удельная теплота плавления льда;

3) при нагревании массы воды m от температуры T_2 до температуры: T_3

$$\Delta S_3 = mc_2 \ln\frac{T_3}{T_2}$$, где c_2 – удельная теплоемкость воды;

4) при испарении массы воды m при температуре : T_3

$$\Delta S_4 = \frac{mr}{T_3}$$, где r – удельная теплота парообразования.

Общее изменение энтропии

$$\Delta S = mC_1 \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m\lambda}{T_2} + mC_2 \ln\frac{T_3}{T_2} + \frac{mr}{T_3} = m\left(C_1 \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda}{T_2} + C_2 \ln\frac{T_3}{T_2} + \frac{r}{T_3}\right)$$ П

одставляя данные из условия получаем $\Delta S = 88$ Дж/К