**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Лабораторная работа №4

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Методические указания
к лабораторным работам по физике
для студентов всех направлений подготовки

Казань
2016

УДК 535
ББК 22.34
Ф95

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов всех специальностей. Лабораторная работа №4 «Изучение вращательного движения с помощью маятника Обербека» / Сост.:В.Л. Фурер , Л.М. Кузнецова Казань: КазГАСУ, 2016 г.- 11 с.

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех специальностей.

В работе изложены некоторые вопросы механики, связанные с динамикой вращательного движения твердого тела Приведено описание лабораторной установки и изложена методика проведения эксперимента.

Стр.10, рис. 3, табл. 2.

Рецензент
Доцент кафедры Механики Шакирзянов Р.А.

УДК 535
ББК 22.34

ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Положение точки на окружности характеризуется углом φ, отсчитываемым от некоторого начального радиус-вектора. Введем **вектор угла поворота** $\vec{\varphi}$, который совпадает с осью вращения. Его направление находится по правилу правого винта (рис. 1). Модуль вектора $\vec{\varphi}$ выбирается равным углу поворота. Введение угла поворота в форме вектора позволяет одновременно характеризовать ось вращения и направление движения. Для характеристики быстроты вращения вводится **угловая скорость** $\vec{\omega}$. Вектор угловой скорости направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта. Модуль вектора угловой скорости равен производной от угла поворота по времени

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \qquad (1)$$

Если угловая скорость постоянна, то вращение называется равномерным. Для характеристики быстроты изменения угловой скорости вводится понятие **углового ускорения**, равного производной от угловой скорости по времени

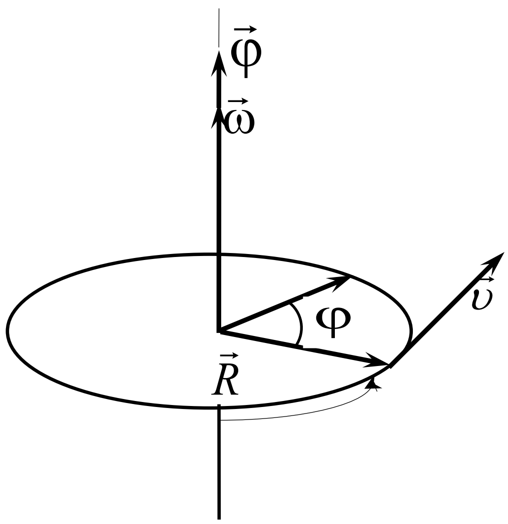

Рис. 1

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad (2)$$

Вектор углового ускорения совпадает по направлению с вектором угловой скорости при ускоренном вращательном движении.

Быстроту движения точек твердого тела можно характеризовать с помощью **линейной скорости** $\vec{\upsilon}$, направленной по касательной к окружности. Модуль υ вектора, определяется соотношением:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}, \qquad (3)$$

где *ds* — бесконечно малый отрезок дуги окружности, пройденный за время *dt*. Быстроту изменения линейной скорости по модулю характеризует **тангенциальное ускорение**

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}, \qquad (4)$$

а быстроту изменения скорости по направлению — нормальное ускорение

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (5)$$

Тангенциальное ускорение направлено по касательной к окружности, а нормальное – по радиусу к центру окружности. Линейные и угловые характеристики движения вращающегося тела связаны между собой. Учитывая, что $s = R \cdot \varphi$, получаем:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot R \qquad (6)$$

Связь между тангенциальным и угловым ускорениями можно определить, если продифференцировать соотношение (6) по времени:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega \cdot R) = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \cdot R \qquad (7)$$

Подставляя $\upsilon = \omega \cdot R$ в формулу (5) получим соотношение между нормальным ускорением и угловой скоростью

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 \cdot R. \qquad (8)$$

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Твердым телом называется совокупность точек, расстояния между которыми в процессе движения не меняются. Любое движение твердого тела может быть представлено в виде поступательного и вращательного. При **поступательном движении** все точки твердого тела движутся с одинаковой скоростью $\vec{\upsilon}$ и ускорением $\vec{a}$. При **вращательном движении** все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения.**

Чтобы твердое тело с закрепленной осью привести во вращение, необходимо приложить внешнюю силу $\vec{F}$, не проходящую через ось вращения и не параллельную ей (рис. 2). Способность силы вращать тело характеризуется **моментом силы** $\vec{M}$. **Моментом силы** называется векторное произведение радиус-вектора, проведенного до точки приложения силы, на эту силу:

$$\overrightarrow{M} = \left[\overrightarrow{R} \times \overrightarrow{F}\right] \tag{9}$$

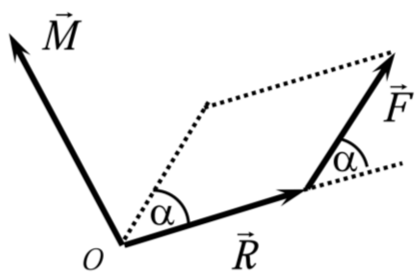

Рис. 2

Вектор $\vec{M}$ перпендикулярен к плоскости, проведенной через векторы $\vec{R}$ и $\vec{F}$, и направлен в сторону поступательного движения правого винта, если его вращать в направлении силы. Из (9) следует, что модуль момента силы M равен произведению модуля силы на плечо l, т.е.

$$M = R \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot l \tag{10}$$

Плечом ($l = R \cdot \sin\alpha$) называется кратчайшее расстояние между прямой, по которой действует сила, и осью вращения.

Вращающиеся тела противодействуют изменению своей угловой скорости, то есть обладают инертностью. Величина, характеризующая инертность тела при вращательном движении, называется **моментом инерции** I. Момент инерции материальной точки равен $I = m \cdot R^2$. Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции элементарных частей массой Δm_i, из которых оно состоит:

$$I = \sum_i R_i^2 \Delta m_i = \int_V R^2 \cdot dm \tag{11}$$

Здесь суммирование малых величин заменено интегрированием по всему объему тела V.

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела записывается как

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\overrightarrow{M}}{I} \tag{12}$$

Угловое ускорение, приобретаемое телом, пропорционально равнодействующему моменту приложенных внешних сил относительно оси вращения и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно той же оси.

Цель работы — применение основного закона динамики для характеристики вращательного движения маятника Обербека.
Маятник Обербека представляет собой четыре стержня, укрепленных на втулке под прямым углом (рис. 3).

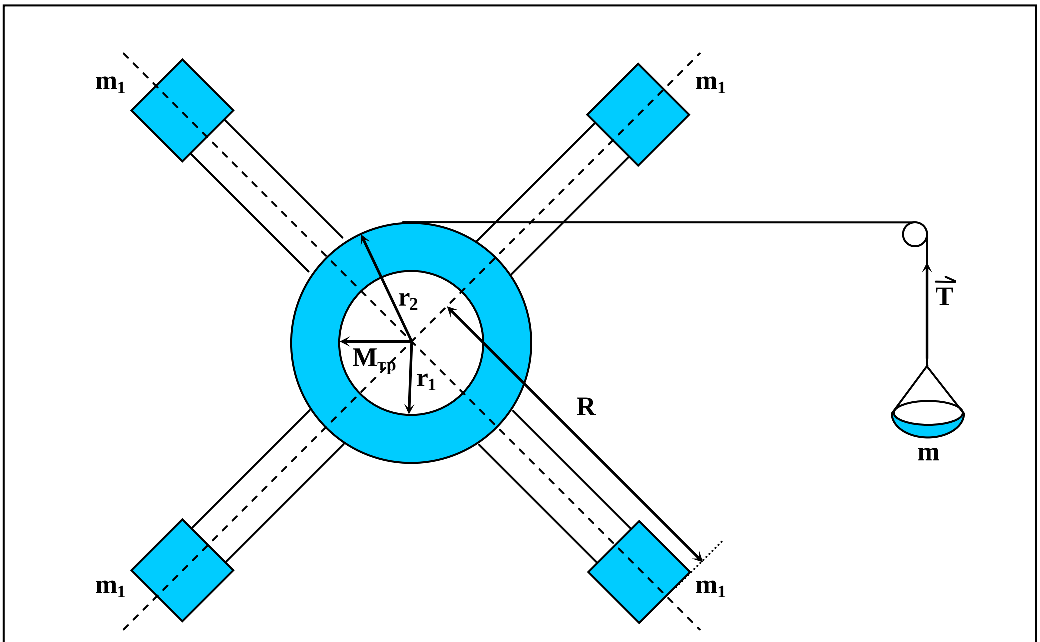

Рис.3

На той же втулке имеются два шкива с радиусами r_1 и r_2. Нить с привязанным грузом массой *m* наматывается на один из шкивов. Под действием силы натяжения нити *T* маятник вращается вокруг горизонтальной оси. Итак, в данной задаче происходит поступательное движение груза и вращательное движение маятника Обербека.

Рассмотрим поступательное движение груза под действием силы натяжения *T* и силы тяжести *P=mg*. Силы трения не учитываем. По второму закону Ньютона $m \cdot a = m \cdot g - T$, откуда

$$T = m \cdot (g - a), \tag{13}$$

Ускорение *a* груза находим из формулы пути для равноускоренного движения: $h = \frac{a \cdot t^2}{2}$. Отсюда

$$a = \frac{2h}{t^2} \tag{14}$$

Угловое ускорение ε определяется из соотношения между угловыми и линейными величинами для точек на конце шкива с учетом (14):

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{r \cdot t^2} \tag{15}$$

поскольку тангециальное ускорение точек на ободе шкива равно ускорению груза.

Перейдем к рассмотрению вращения маятника. Плечо силы равно радиусу шкива и момент силы равен

$$M = T \cdot r \qquad .(16)$$

Основное уравнение вращательного движения маятника запишется в виде $I \cdot \varepsilon = M = T \cdot r$, откуда

$$\varepsilon = \frac{T \cdot r}{I} \qquad .(17)$$

Из этой формулы видно, что чем больше радиус шкива r, тем больше момент силы и ускорение ε, с которым вращается маятник. Если при заданном моменте сил уменьшать момент инерции *I*, то угловое ускорение маятника будет увеличиваться.

Подставляя формулы (13) — (15) в (17), получаем момент инерции маятника Обербека:

$$I = \frac{T \cdot r}{\varepsilon} = \frac{m \cdot r^2}{a} \cdot (g - a) = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g}{a} - 1 \right) = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g \cdot t^2}{2h} - 1 \right) \tag{18}$$

Измерив высоту *h* и время падения груза *t*, а также массу груза *m* и радиус шкива *R*, можно вычислить момент инерции *I* маятника Обербека по формуле (18).

ЗАДАНИЕ №1.

1. Проверить справедливость основного закона динамики вращательного движения на примере маятника Обербека и убедится в том, что ускорение зависит от момента силы.
2. Определить момент инерции маятника Обербека .

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Поставить цилиндрические грузы на концах стержня и закрепить их.
2. Измерить штангенциркулем диаметры малого и большого шкивов и найти их радиусы r_1, и r_2.

3. Вращая маятник Обербека, поднять груз на некоторую высоту h, наматывая нить, на которой висит груз, на шкив меньшего радиуса. Высоту отсчитывать от самого нижнего положения основания груза.
4. Отпустить маятник Обербека и одновременно включить секундомер. Измерить время падения груза t с высоты h.
5. Повторить измерения пять раз и определить среднее время падения $t_{ср}$.
6. Выполнить пункты 3 — 5 наматывая нить на шкив большего радиуса.
7. По формулам (13) — (16) определить момент силы M.
8. По формуле (17) вычислить угловое ускорение ε и убедиться в том, что оно прямо пропорционально моменту сил M.
9. По формуле (18) вычислить момент инерции I и убедиться, что в пределах ошибки эксперимента эта величина не зависит от момента сил.

10.. Полученные результаты занести в таблицу. Подсчитать погрешность измерений момента инерции.

Таблица 1.

N опыта	r, м	h, м	t, с	$t_{ср}$, с	ε, рад/с^2	M, Н·м	I, кг·м^2
1							
2							
3							
4							
5							

ЗАДАНИЕ №2.

1. Проверить справедливость основного закона динамики вращательного движения на примере маятника Обербека.
2. Определить момент инерции маятника Обербека и убедится в том, что момент инерции зависит от распределения массы по отношению к оси вращения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Поставить цилиндрические грузы как можно ближе к оси вращения на одинаковом расстоянии и закрепить их.
2. Проделать пункты 3 — 5 задания №1.
3. По формулам (13) — (16) определить момент силы M.
4. По формуле (17) вычислить угловое ускорение ε .
5. По формуле (18) вычислить момент инерции маятника Обербека I_2. Сравнить значения момента инерции маятника для разных положений грузов на стержнях маятника I_1 (задание №1) и I_2.Убедиться, что в пределах ошибки эксперимента эта величина зависит от распределения массы по отношению к оси вращения.

6. Сопоставляя значения углового ускорения ε для разных величин момента инерции I проверить справедливость основного закона динамики вращательного движения.
7. Полученные результаты занести в таблицу 2. Подсчитать погрешность измерений момента инерции.

Таблица 2.

N опыта	r, м	h, м	t, с	$t_{ср}$, с	ε, рад/с^2	M, Н·м	I, кг·м^2
1							
2							
3							
4							
5							

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что характеризует вектор угла поворота, угловая скорость, угловое ускорение, касательное и нормальное ускорения?
2. Какова связь между линейными и угловыми величинами?
3. Что называется моментом силы?
4. Дайте понятие момента инерции.
5. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
6. Как влияет положение цилиндрических грузов на стержнях на момент инерции маятника Обербека? В каком случае маятник Обербека будет вращаться быстрее?