

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Казанский государственный архитектурно-строительный университет»
(ФГБОУ ВО «КГАСУ»)



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по НИР

Е.А. Вдовин

09 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.1 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

индекс, наименование дисциплины по учебному плану

Направление подготовки

01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

код и наименование направления подготовки

Направленность (профиль)

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

код и наименование направления подготовки

Уровень высшего образования

подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника:

«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения

очная, заочная

Год набора 2014

Кафедра

«Высшая математика»

г. Казань – 2018 г.

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерством образования и науки Российской Федерации от «30» июля 2014 г. № 866 и рабочим учебным планом КазГАСУ.

Разработал:
Профессор кафедры
«Высшая математика»
д-р физ.-мат. наук, доцент Шабалин П.Л.

Рассмотрена и одобрена на заседании
кафедры «Высшая математика»
«25» 09 2018г.
Протокол № 1
Заведующий кафедрой
/ Туктамышов Н.К. /

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии
Института Транспортных сооружений
«25» 09 2018г.
Протокол № 30
/ Смирнов Д.С. /

Руководитель ОПОП

/ Шабалин П.Л. /

Аннотация рабочей программы дисциплины

<p>Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» <i>место дисциплины – вариативная часть</i> Блока 1. Дисциплины (модули), трудоемкость - 3 З.Е./ 108 часов <i>форма промежуточной аттестации – экзамен</i></p>	
<p><i>Цель освоения дисциплины</i></p>	<p>углубление уровня освоения у аспирантов компетенций в области теория функций вещественной переменной, теория функций комплексной переменной, функциональный анализ</p>
<p><i>Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1); - Способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1); - Способностью применять результаты методологических теоретических и экспериментальных исследований в области математики на государственном и иностранном языках, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий (ПК-1); - Готовность к системному владению теорией функций вещественного и комплексного переменных, методами теории аналитических функций, теорией и методами функционального анализа (ПК-3).
<p><i>Знания, умения и навыки, получаемые в процессе освоения дисциплины</i></p>	<p style="text-align: center;">Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - современные научные достижения в области вещественного, комплексного и функционального анализа, а также в междисциплинарных областях; - теорию дисциплины в объеме предусмотренном рабочей программой Б1.В.1 и современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии; - современные результаты методологических, теоретических и экспериментальных исследований и новейшие информационно-коммуникационные технологии; - классическую и современную теорию вещественного, комплексного и функционального анализа и методы решения типовых задач. <p style="text-align: center;">Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - критически анализировать, оценивать и использовать современные научные достижения для генерирования новых идей при решении исследовательских задач, в том числе в междисциплинарных областях; - применять современный математический аппарат вещественного, комплексного, функционального анализа и информационно-коммуникационные технологии к постановке и решению новых задач изучаемой дисциплины; - применять результаты методологических теоретических и экспериментальных исследований в области математики на

	<p>государственном и иностранном языках, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий к постановке и решению научных задач, отличающихся актуальностью, научной новизной, практической значимостью;</p> <p>- применять знания теории функций вещественного и комплексного переменных, методов теории аналитических функций, теории и методов функционального анализа совершенствованию известных и созданию новых методов решения поставленных задач.</p> <p>Владеть:</p> <p>- терминологией и пониманием современной теории вещественного, комплексного и функционального анализа;</p> <p>- теорией вещественного, комплексного и функционального анализа;</p> <p>- навыками применения современных методологических и теоретических разработок, а также экспериментальных исследований к задачам собственного исследования на государственном и иностранном языках;</p> <p>- навыками и методами решения типовых задач теории вещественного, комплексного и функционального анализа.</p>
<p><i>Краткая характеристика дисциплины (основные блоки и темы)</i></p>	<p>1. Вещественный анализ</p> <p>1.1. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение с интегралом Римана.</p> <p>1.2. Дифференцирование монотонной функции. Функция с ограниченным измерением. Производная неопределенного интеграла Лебега. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Каноническое разложение монотонной функции.</p> <p>1.3. Пространства L_p. Ортогональные системы функций в L_2. Ряды по ортогональным системам.</p> <p>2. Комплексный анализ</p> <p>2.1. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2. Преобразования Лапласа. Преобразование Фурье-Стилтьеса.</p> <p>2.2. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Морера). Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши, его предельные значения.</p> <p>2.3. Рост целой функции, порядок и тип. Теорема Вейерштрасса; разложение целой функции в бесконечное произведение. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера.</p> <p>3. Функциональный анализ</p> <p>3.1. Метрические и топологические пространства. Сходимость. Полнота. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах.</p> <p>3.2. Теория ограниченных операторов. Пространства l_2 и L_2. Непрерывные линейные функционалы. Слабая топология и слабая сходимость. Пространство линейных, ограниченных операторов.</p> <p>3.3. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Произведение и свертка обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста.</p>

ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины Б1.В.1 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» является углубление уровня освоения у аспирантов компетенций в области теории функций вещественной переменной, теории функций комплексной переменной, функциональный анализ.

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

В результате освоения основной профессиональной образовательной программы высшего образования (далее – ОПОП ВО) подготовки кадров высшей квалификации по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика», направленность (профиль) подготовки «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» аспирант должен овладеть следующими результатами по дисциплине «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Таблица 1.1.

Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Наименование компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знать: современные научные достижения в области вещественного, комплексного и функционального анализа, а также в междисциплинарных областях.
		Уметь: критически анализировать, оценивать и использовать современные научные достижения для генерирования новых идей при решении исследовательских задач, в том числе в междисциплинарных областях.
		Владеть: терминологией и пониманием современной теории вещественного, комплексного и функционального анализа.
ОПК-1	Способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знать: теорию дисциплины в объеме предусмотренном рабочей программой Б1.В.1 и современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии.
		Уметь: применять современный математический аппарат вещественного, комплексного, функционального анализа и информационно-коммуникационные технологии к постановке и решению новых задач изучаемой дисциплины.
		Владеть: теорией вещественного, комплексного и функционального анализа.
ПК-1	Способность применять результаты методологических теоретических и экспериментальных исследований в области математики на государственном и иностранном языках, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий	Знать: современные результаты методологических, теоретических и экспериментальных исследований и новейшие информационно-коммуникационные технологии.
		Уметь: применять результаты методологических теоретических и

Код компетенции	Наименование компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
	технологий	<p>экспериментальных исследований в области математики на государственном и иностранном языках, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий к постановке и решению научных задач, отличающихся актуальностью, научной новизной, практической значимостью.</p> <p>Владеть: навыками применения современных методологических и теоретических разработок, а также экспериментальных исследований к задачам собственного исследования на государственном и иностранном языках.</p>
ПК-3	Готовность к системному владению теорией функций вещественного и комплексного переменных, методами теории аналитических функций, теорией и методами функционального анализа	<p>Знать: классическую и современную теорию вещественного, комплексного и функционального анализа и методы решения типовых задач.</p> <p>Уметь: применять знания теории функций вещественного и комплексного переменных, методов теории аналитических функций, теории и методов функционального анализа совершенствованию известных и созданию новых методов решения поставленных задач.</p> <p>Владеть: навыками и методами решения типовых задач теории вещественного, комплексного и функционального анализа.</p>

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» рабочего учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения в области математики в объеме программы механико-математических факультетов университетов. Взаимосвязь курса с другими дисциплинами ОПОП способствует углубленной подготовке аспирантов к решению специальных практических профессиональных задач и формированию необходимых компетенций. Знания и навыки, полученные аспирантами, при изучении данной дисциплины, могут быть применены при подготовке и написании научно-квалификационной работы (диссертации).

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» изучается в 3 семестре на 2 курсе при очной форме обучения, в 3 семестре на 2 курсе при заочной форме обучения.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Таблица 3.1.

Для аспирантов очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Форма текущего контроля успеваемо сти
			Аудиторные занятия		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1	2	3	4	5	6	7
1	Вещественный анализ	3	8	6	20	ответы на занятия
2	Комплексный анализ	3	4	6	32	реферат, контрольн ая работа, ответы на занятия
3	Функциональный анализ	3	6	6	20	ответы на занятия
ИТОГО:			18	18	72	экзамен

Таблица 3.2.

Для аспирантов заочной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Форма текущего контроля успеваемо сти
			Аудиторные занятия		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1	2	3	4	5	6	7
1	Вещественный анализ	3	4	2	28	ответы на занятия
2	Комплексный и функциональный анализ	3	4	4	34	ответы на занятия, реферат
3	Функциональный анализ	3	2	2	28	ответы на занятия
ИТОГО:		3	10	8	90	экзамен

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание дисциплины структурируется по темам (разделам) с указанием отведенных на них количества академических часов и видов учебных занятий для очной и заочной формы обучения.

Таблица 4.1.1.

Содержание занятий лекционного типа для очной формы обучения

№ п/п	номер раздела	Тема и содержание лекции	Объем, академ. часы
1	1	Интеграл Лебега. Мера. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла, теорема Б.Леви, теорема Лебега, теоремы о суммируемости предельных функций. Сравнение с интегралом Римана.	2
2	1	Разложение монотонной функции. Дифференцирование монотонной функции. Функция с ограниченным измерением. Производная неопределенного интеграла Лебега. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Каноническое разложение монотонной функции.	2
3	1	Ряд Фурье. Пространства L_p . Ортогональные системы функций в L_2 . Ряды по ортогональным системам. Условия сходимости ряда Фурье. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2 .	2
4	1	Теорема Коши. Преобразования Лапласа. Преобразование Фурье-Стилтьеса. Теорема Планшереля. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохоцкого.	2
5	2	Ряды аналитических функций, вычеты. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше.	2
6	2	Целые и мероморфные функции. Рост целой функции, порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. последовательности нулей целой функции. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.	2
7	3	Метрические и топологические пространства. Сходимость. Полнота и пополнение метрического пространства. Сепарабельность. Линейные пространства. Теорема Хана-Банаха. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.	2
8	3	Линейные операторы. Теория ограниченных операторов. Пространства l_2 и L_2 . Неограниченные операторы. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Линейные операторы. Пространство линейных, ограниченных операторов.	2
9	3	Обобщенные функции. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста.	2
			18

Таблица 4.1.2.

Содержание занятий лекционного типа для заочной формы обучения

№ п/п	номер раздела	Тема и содержание лекции	Объем, академ. часы
1	1	Интеграл Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла, теоремы Б.Леви и Лебега. Дифференцирование монотонной функции. Восстановление функции по ее производной. Каноническое разложение монотонной функции.	2
2	1	Ряд Фурье. Пространства L_p . Ортогональные системы функций в L_2 . Ряды по ортогональным системам. Условия сходимости ряда Фурье. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2 .	2
3	2	Теорема Коши. Интегральная теорема Коши, теорема Морера. Интегральная формула Коши, Принцип максимума модуля, лемма Шварца. Интеграл типа Коши. Предельные значения интеграла типа Коши.	2
4	2	Целые функции. Порядок и тип целой функции. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение; последовательности нулей целой функции. Мероморфные функции. Теорема Миттаг-Леффлера.	2
5	3	Метрические и топологические пространства. Полнота. Сепарабельность. Компактность. Теорема Хана-Банаха. Топологические линейные пространства. Теория ограниченных операторов. Пространства l_2 и L_2 . Линейные операторы.	2
			10

Таблица 4.2.1.

Содержание занятий семинарского типа для очной формы обучения

№ п/п	номер раздела	Тема и содержание занятия	Объем, академ. часы
1	1	Тригонометрические ряды. Пространства L_p . Ортогональные системы функций в L_2 . Ряды по ортогональным системам. Тригонометрические ряды. Условия сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярными интегралами.	2
2	1	Преобразование Фурье. Преобразование Фурье в пространствах L_1 , L_2 . Преобразование Фурье-Стилтьеса.	2
3	1	Аналитические функции. Преобразования Лапласа. Преобразование Фурье—Стилтьеса. Теорема Планшереля. Гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Условия Коши-Римана.	2
4	2	Теорема Коши. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Вычисление интегралов от некоторых аналитических функций.	2
5	2	Ряды аналитических функций. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теоремы Вейерштрасса. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана.	2
6	2	Теорема Коши о вычетах. Изолированные особые точки (однозначного характера). Вычеты, теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	2
7	3	Линейные операторы. Метрические пространства. Линейные пространства. Линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах.	2

№ п/п	номер раздела	Тема и содержание занятия	Объем, академ. часы
8	3	Гильбертовы пространства. Сходимость и предел последовательности в функциональных метрических пространствах. Вопросы ограниченности и компактности операторов.	2
9	3	Контрольная работа по разделам 1, 2	2
			18

Таблица 4.2.2.

Содержание занятий семинарского типа для заочной формы обучения

№ п/п	номер раздела	Тема и содержание занятия	Объем, академ. часы
1	1	Ряды и интегралы Фурье. Пространства L_p . Ортогональные системы функций в L_2 . Тригонометрические ряды, условия сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярными интегралами.	2
2	2	Преобразование Фурье. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2 . Теорема Планшереля. Преобразования Лапласа. Преобразование Фурье-Стилтьеса.	2
3	2	Теорема Коши. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Вычисление интегралов от некоторых аналитических функций.	2
4	3	Теорема Коши о вычетах. Изолированные особые точки (однозначного характера). Вычеты, теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	2
			8

Таблица 4.3.

Самостоятельная работа аспиранта

№ п/п	Номер раздела	Вид самостоятельной работы аспиранта	Содержание работы	Объем, академ. часы для аспиранта очн. (заочн.)
1	1,2,3	Систематизация имеющейся информации	Работа с конспектом лекции	5 (5)
2	2	Самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам	Поиск и сбор информации в интернет-источниках, базах данных, работа с учебной, справочной и научной литературой с целью подготовки к семинарам	15 (30)
3	1,2,3	Подготовка к занятиям семинарского типа (практическим занятиям)	Изучение лекционного материала, выполнение домашнего задания	5 (5)
4	1,2	Подготовка к контрольной работе	Повторение материала лекций и семинаров по теме контрольной работы	5
5	1,2,3	Подготовка к сдаче экзамена	Повторение и закрепление изученного материала	32 (40)

№ п/п	Номер раздела	Вид самостоятельной работы аспиранта	Содержание работы	Объем, академ. часы для аспиранта очн. (заочн.)
6	2	Написание реферата	Работа с научной литературой	10 (10)
			Итого	72 (90)

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Виды и формы контроля по дисциплине

Контроль уровня усвоения знаний, освоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации аспирантов в КГАСУ.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнения заданий на практических занятиях, выполнении индивидуальных заданий в форме реферата. Текущему контролю подлежит посещаемость аспирантами аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных компетенций (результатов обучения по дисциплине «Вещественный, комплексный и функциональный анализ») является промежуточная аттестация в форме экзамена, проводимая с учетом результатов текущего контроля.

Таблица 5.1.

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Код контролируемой компетенции (или ее части)	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Наименование оценочного средства
УК.1, ПК.1	Разделы (темы): 1. Вещественный анализ	ответы на занятия
УК.1, ПК.3	Разделы (темы): 2. комплексный анализ	реферат / контрольная работа / ответы на занятия
ОПК.1, ПК.3	Разделы (темы): 1, 2, 3. Вещественный, комплексный и функциональный анализ	экзамен /ответы на занятия

5.2. Типовые задания и материалы для оценки сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины

5.2.1. Оценочные средства для проведения текущей аттестации

Перечень примерных вопросов для подготовки рефератов (презентаций):

1. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении ([11], с.29-48).
2. Пример М.В. Келдыша и М.А. Лаврентьева области, не принадлежащей классу В.И. Смирнова ([7], с.229-250).
3. Целые функции. ([4], с.243-290)
4. Тригонометрические ряды ([5], с.257-279, 289-300).

Перечень примерных тем докладов, сообщений, обзоров:

1. Предельный переход под знаком интеграла, теорема Б.Леви, теорема Лебега, теоремы о суммируемости предельных функций.
2. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2 . Теорема Планшереля.
3. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана. Вычеты.
4. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Примерные варианты контрольной работы по комплексному анализу

ВАРИАНТ 1

- 1) Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 + i$;
- 2) Восстановить аналитическую функцию по её вещественной части $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y$.
- 3) Вычислить интеграл $\oint_{|z|=2,5} \frac{zdz}{(z-3)(z-2)}$.
- 4) Разложить в ряд Лорана по степеням z , $z \neq 0$ функцию $f(z) = (z^2 + 2z + 3)e^{1/z}$.

ВАРИАНТ 2

- 1) Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2 + 3i$
- 2) Восстановить аналитическую функцию по её вещественной части $u(x, y) = 2^x \cos(y \ln 2)$.
- 3) Вычислить интеграл $\oint_{|z-i|=2,5} \frac{dz}{(z^2 + 4)}$.
- 4) Разложить функцию в ряд Лорана по степеням z , $f(z) = 1/(z^2 - (i+1)z + i)$ вне круга $|z| > 1$.

5.2.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов к экзамену

Вещественный анализ

1. Меры, измеримые функции, интеграл.

Аддитивные функции множеств (меры), счетная аддитивность мер. Конструкция лебеговского продолжения. Измеримые функции. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Прямые произведения мер. Теорема Фубини. ([2], гл. V; [5], гл. III-VI, XI, XII; [Д1], гл. 1-4)

2. Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования.

Дифференцируемость монотонной функции почти всюду. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона–Никодима. Интеграл Стильтьеса. ([2], гл. VI; [5], гл. VIII, IX, XIII, XVII; [Д1], гл. 5)

3. Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды.

Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L_p , их полнота. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в L_2 и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам; стремление к нулю коэффициентов Фурье суммируемой функции в случае равномерно ограниченной ортонормированной системы. ([2], гл. VII; [5], гл. VII)

4. Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье

Условие сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярными интегралами. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Лапласа. Преобразование Фурье–Стилтьеса. ([2], гл. VIII, §§ 1-7; [5], гл. X; [6], гл. 15,16).

5. Гладкие многообразия и дифференциальные формы.

Касательное пространство к многообразию в точке. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа. ([6], гл. 17; [9], гл. 9)

Комплексный анализ

6. Интегральные представления аналитических функций.

Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши, его предельные значения. Формулы Сохоцкого. ([7], гл. IV; [4], гл. III, §§ 1–3; [3], гл. I, § 4, гл. III, § 3)

7. Ряды аналитических функций. Особые точки. Вычеты.

Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Приближение аналитических функций многочленами. ([7], гл. V–VII; [4], гл. III, §§ 4–7, гл. IV, гл. V, § 4; [3], гл. I, §5, гл. V, §2)

8. Целые и мероморфные функции.

Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара. Теорема Миттаг–Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями. ([7], гл. IX, §1,2; [4], гл. VII, §§ 1–3; [3], гл. V, §1).

9. Конформные отображения.

Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях. ([7], гл. III, § 1,3, гл. XII, §§ 1,2,6,7; [4], гл. V, §§1–3; [3], гл. II)

10. Аналитическое продолжение.

Аналитическое продолжение и полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса). Понятие Римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления бесконечного порядка. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля–Шварца. Модулярная функция. Нормальные семейства функций, критерий нормальности. Теорема Пикара. ([7], гл. X, гл. XII, §8; [4], гл. VIII; [3], гл. II, §3)

11. Гармонические функции.

Гармонические функции, их связь с аналитическими. Инвариантность гармоничности при конформной замене переменных. Бесконечная дифференцируемость. Теорема о среднем и принцип максимума. Теорема единственности. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга. ([11], стр. 259–267).

12. Краевая задача Римана с непрерывным коэффициентом и конечным индексом. Решение однородной и неоднородной задачи. Краевая задача Римана с непрерывным коэффициентом и бесконечным индексом степенного порядка. ([15], гл. IV, [14], гл. VI, §49). ([14], гл. II, §§13, 14)

13. Краевая задача Гильберта с непрерывными коэффициентами. Регуляризирующий множитель. Случай конечного числа точек разрыва первого рода коэффициентов. ([13], гл. IV, §§27–29, гл. VII, §46).

14. Краевая задача Гильберта с непрерывными коэффициентами и бесконечным индексом степенного порядка. ([16], гл.2, §1)

15. Краевая задача Гильберта со счетным множеством точек разрыва коэффициентов и конечным индексом. Отображение полуплоскости на полигональную область со счетным множеством угловых точек. Краевая задача Гильберта со счетным множеством точек разрыва коэффициентов и бесконечным индексом степенного порядка. ([16], гл.2, §2, §3).

Функциональный анализ

16. Метрические и топологические пространства.

Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах. ([2], гл. II; [10], гл. IV).

17. Нормированные и топологические линейные пространства.

Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха–Хана. Отделимость выпуклых множеств. Нормированные пространства. Критерии компактности множеств в пространствах C и L_p . Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства. ([2], гл. III; [10], гл. IV).

18. Линейные функционалы и линейные операторы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма. ([2], гл. IV, §§1–3,5,6; [10], гл. IV; [Д4], гл. VI, §1,2).

5.3. Критерии оценивания уровня сформированности компетенций

Оценка результатов обучения по дисциплине «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что полученная оценка за компонент проверяемой в билете дисциплинарной компетенции обобщается на соответствующий компонент всех дисциплинарных компетенций, формируемых в рамках данной дисциплины.

Таблица 5.2.

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
«отлично»	Наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на занятиях семинарского типа, грамотное и стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы
«хорошо»	Наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на занятиях семинарского типа, четкое изложение материала
«удовлетворительно»	Наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, необходимость дополнительных вопросов,
«неудовлетворительно»	Наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на занятиях семинарского типа, неточность ответов на дополнительные вопросы.

6. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1.

Основная литература		
№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	2	3
1	Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. V. М., Физматгиз, 1959.	2
2	Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного, М. Наука, 1966.	2
3	Маркушевич А.И. Теория аналитических функций, т. 1-2. М., Наука, 1967.	2
4	Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.: Наука, 1968. -- 511 с.	2
5	Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., Наука, 1974.	2
6	Рудин У. Основы математического анализа. М., Мир, 1976.	3
7	Гахов Ф.Д. Краевые задачи. - М.: Наука, 1977. -- 640 с.	2
8	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., Наука, 1977 (1999).	2
9	Говоров Н.В. Краевая задача Римана с бесконечным индексом. - М. : Наука, 1986 г. -- 240 с.	2
10	Лаврентьев И.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного// Лань. 2002. – 749 с.	3
11	Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа// М.: ФИЗМАТЛИТ. 2004. – 575 с.	2
12	Салимов Р.Б., Шабалин П.Л. Краевая задача Гильберта теории аналитических функций и ее приложения. - Казань: Изд-во Казанск. мат. о-ва. 2005 -- 297 с.	50

Таблица 6.2.

Дополнительная литература		
№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	2	3
1	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М., Наука, 1965	1
2	Рудин У. Функциональный анализ. М., Мир, 1975.	1
3	Зорич В.А. Математический анализ, т. II. М., Наука, 1984.	1
4	Евграфов М.А. Аналитические функции. М., Наука, 1991.	2
5	Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М., Факториал, 1998.	1
6	Тихонов А.Н., Самарский А.А. М. Уравнения математической физики// Издательство МГУ. 2004. -- 799 с.	1
7	Никольский С.М. Курс математического анализа, т. II. М., Наука, 1975 (1991).	1
8	Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., Наука, 1976 (2008).	1
9	Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики, т. 1. Функциональный анализ. М., Мир, 1976.	1
10	Волковисский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного// Москва: Физматлит. – 2006. – 312с.	1

6.3. Методические указания по дисциплине

1. Карабашева Э.Н., Шабалин П.Л. Теория функций комплексного переменного. Учебное пособие для аспирантов очной и заочной формы обучения специальности 01.01.01 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», 2014.

7. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень ресурсов Интернет, необходимых для освоения дисциплины:

1. Страница кафедры «высшей математики» на сайте КГАСУ
2. <https://www.kgasu.ru/universitet/structure/instituty/its/kvm/>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса:

1. Использование электронной информационно-образовательной среды университета
2. Применение средств мультимедиа при проведении лекций и практических занятий для визуализации изучаемой информации посредством использования презентаций, учебных видео-фильмов
3. Организация взаимодействия с аспирантами с помощью ЭИОС, электронной почты.

При освоении данной дисциплины предусмотрено использование следующего специального программного обеспечения:

1. текстовый редактор Microsoft Word;
2. электронные таблицы Microsoft Excel;
3. презентационный редактор Microsoft Power Point;

В ходе реализации целей и задач дисциплины аспиранты могут использовать возможности современных профессиональных база данных (в том числе международных реферативных база данных научных изданий) и информационных справочных систем:

1. <http://pravo.gov.ru> – Официальный интернет-портал правовой информации
2. <http://www.consultant.ru> - Справочная правовая система «Консультант Плюс»
3. <http://www.garant.ru> - Справочно-правовая система по законодательству Российской Федерации
4. <http://elibrary.ru/> - Электронная научная библиотека
5. <http://e.lanbook.com/> - Электронно-библиотечная система «Лань»
6. www.scopus.com - библиографическая и реферативная база данных.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» изучается в течение 3 семестра. При планировании и организации времени, необходимого на изучение обучающимся дисциплины, необходимо придерживаться следующих рекомендаций:

Рекомендации по организации самостоятельной работы аспиранта

Вид учебных занятий	Организация деятельности аспиранта
Занятия лекционного типа (лекции)	<p>В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на практическое занятие. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю. Составить план-конспект своего выступления.</p> <p>Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Аспирант может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы. Преподаватель может рекомендовать аспирантам следующие основные формы записи информации: план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах. План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект. Конспект - это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов: План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении. Текстуальный конспект - это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника. Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом. Тематический конспект - составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).</p>
Занятия семинарского типа (практические занятия)	<p>Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Цели практических занятий: помочь обучающимся систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера; научить аспирантов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий; научить работать с книгой, служебной документацией и схемами, пользоваться справочной и научной литературой; формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля. Структура практического занятия (чаще всего) включает следующие компоненты:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. вступление педагога;

Вид учебных занятий	Организация деятельности аспиранта
	<p>2. ответы на вопросы аспирантов по неясному учебному материалу;</p> <p>3. практическая часть как плановая;</p> <p>4. заключительное слово педагога.</p> <p>Во вступительной части педагог объявляет тему практического занятия, ставит цели и его задачи, проверяет исходный уровень готовности аспирантов к практическому занятию (выполнение тестов, контрольные вопросы и т.п.). Ответы на вопросы аспирантов по неясному учебному материалу могут возникнуть в процессе их подготовки к занятию. Педагог должен ответить на вопросы и дать дополнительные объяснения по проблемам, возникшим у аспирантов, назвать источники информации. Практическая часть может включать обсуждение рефератов, дискуссии, решение задач, доклады, тренировочные упражнения, наблюдения, эксперименты. Кроме того, на данном этапе может быть организована групповая работа, работа в микрогруппах; индивидуальные выступления (с презентацией, решение педагогических задач) и др. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения. Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподавателю следует предложить аспирантом алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление. На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускается и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного. При этом аспирант может обращаться к записям конспекта и лекций, непосредственно к первоисточникам, использовать знание художественной литературы и искусства, факты и наблюдения современной жизни и т.д.</p>
Реферат	<p>Подготовка рефератов направлена на развитие и закрепление у аспирантов навыков самостоятельного глубокого, творческого и всестороннего анализа научной, методической и другой литературы по актуальным проблемам дисциплины; на выработку навыков и умений грамотно и убедительно излагать материал, четко формулировать теоретические обобщения, выводы и практические рекомендации. Рефераты должны отвечать высоким квалификационным требованиям в отношении научности содержания и оформления. Темы рефератов, как правило, посвящены рассмотрению одной проблемы. Объем реферата может быть от 12 до 15 страниц машинописного текста, отпечатанного через 1,5 интервала, а на компьютере через 1 интервал (список литературы и приложения в объем не входят). Текстовая часть работы состоит из введения, основной части и заключения. Во введении аспирант кратко обосновывает актуальность избранной темы реферата, раскрывает конкретные цели и задачи, которые он собирается решить в ходе своего небольшого исследования. В основной части подробно раскрывается содержание вопроса (вопросов) темы. В заключении кратко должны быть сформулированы полученные результаты исследования и даны выводы. Кроме того, заключение может включать предложения автора, в том числе и по дальнейшему изучению заинтересовавшей его проблемы. В список</p>

Вид учебных занятий	Организация деятельности аспиранта
	литературы (источников и литературы) аспирант включает только те документы, которые он использовал при написании реферата. В приложении (приложения) к реферату могут выноситься таблицы, графики, схемы и другие вспомогательные материалы, на которые имеются ссылки в тексте реферата. Реферат должен быть выполнен за один месяц до начала экзаменационной сессии. Аспиранты, не представившие в установленный срок реферат, либо получившие оценку «неудовлетворительно», к сдаче экзамена/зачета не допускаются.
Самостоятельная работа	Важной частью самостоятельной работы является изучение основной литературы, ознакомление с дополнительной литературой.
Подготовка к экзамену	Подготовка к экзамену предполагает изучение основной и дополнительной литературы, изучение конспекта лекций.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 9.1.

Требования к условиям реализации дисциплины

№ п./п.	Вид учебной работы	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	Лекции	Специальные помещения для проведения занятий лекционного типа	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения: мультимедийный проектор, мобильный ПК (ноутбук), экран
2	Практические занятия	Специальные помещения для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения: мультимедийный проектор, мобильный ПК (ноутбук)
		Лаборатории	Лабораторное оборудование по профилю лаборатории
3	Самостоятельная работа обучающихся	Помещение для самостоятельной работы обучающихся (компьютерный класс библиотеки)	Специализированная учебная мебель, компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета